

Nemlineáris jelenségek tanítása a középiskolában

Doktori értekezés tézisei

Meszéna Tamás

**Témavezető: Dr. Tél Tamás
emeritusz professzor**

**Fizika Doktori Iskola
Vezető: Dr. Gubicza Jenő egyetemi tanár**

**Fizika Tanítása Doktori Program
Vezető: Dr. Nguyen Quang Chinh egyetemi tanár**



**Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar**

2021

Mottó:
„I accept chaos, I'm not sure whether it accepts me.”
Bob Dylan

Bevezetés

A pedagógia történetében megfigyelhetjük, hogy hosszú időszakokon keresztül fel sem merül az a kérdés, mit és hogyan kellene tanítani a tanulóknak, annyira egyértelmű, és általánosan elfogadott a „tananyag”. Ezeket a periódusokat pedig mozgalmas átalakulási időszakok követik, amikor jelentősen megváltozik a korábbi gyakorlat. Nem kétséges, hogy napjainkban ez utóbbit éljük.

A változások oka a tudomány látványos fejlődése, és az egész életünket átalakító hatása is. Ezzel függ össze az új NAT következményeként megjelenő tananyagváltozás. Mindenesetre ez a folyamat komoly kihívás elé állítja a tanulási tartalmak kidolgozóit. Biztos tudás, széles látókör és bátorság is kell a változtatáshoz.

Nem lehet azt tanítani, amit már meghaladott a tudomány, és nem lehet hallgatni az új, fontos eredményekről. Ugyanakkor nem lehet folyamatosan növelni az anyag mennyiségét sem, és nagyon nehéz rövidíteni, vagy kihagyni belőle. Az új ismereteknek keservesen szorítunk egy kis helyet, miközben egész kurzusnyi előismeretet igényelnének.

Számtalan probléma, amellyel a fizikát oktatók naponta szembesülnek, és még csak a tudományos oldaláról gondolkodtunk a témának. Nem beszélünk, és itt nem is fogunk a társadalmi, pszichológiai, az életmódot érintő vonatkozásokról.

A fizika új eredményei közül több is biztosan nagyobb szerepet fog kapni a jövőben. Ebbe a folyamatba szeretnék bekapcsolódni ezzel a kutatással, mely a nemlineáris fizika tanítható jelenségei közül vizsgál néhányat.

Tézisek

1. **Pontszerű labda lépcsőn pattogásának vizsgálata valós labdákra jellemző ütközési együtthatóval [1],[2]**

Egy osztrák gimnáziumi tankönyvben olvasható, több, közismerten kaotikus jelenséggel együtt említve, hogy a labda lépcsőn történő pattogása kaotikus. [A] Megmutattam, hogy ennek a kérdésnek az iskolai körülmények számos fontos fogalom (pl. energiavesztés) ismételt feldolgozására, és új fogalmak (pl. attraktor, kváziperiodikus mozgás) megértésére alkalmas.

Első ránézésre rendkívül egyszerű a probléma, amit megvizsgálunk: végtelen hosszú, derékszögű lépcsőkön, a légellenállás figyelembe vétele nélkül lepattogó pontszerű labda mozgása. A mozgás vizsgálatáról készült egy (esetleg két) tanórás bemutató tananyag a diákok részére.

Pattogás közben az ütközés során a labda mechanikai energiát veszít, amit egy k ütközési együtthatóval veszünk figyelembe. A lépcsőn egyre lejjebb jutva a gravitációs energia pótolja az energiaveszteséget. Tapasztalatom szerint, a nem tökéletesen rugalmas ütközéssel lépcsőn lepattogó labda energiaviszonyainak végiggondolása magasabb szinten segít megérteni a diákok számára az energia megmaradását és átalakulását.

A mozgás elemei, diákok által követhetően, a ferde hajítás törvénye szerint, és a rugalmatlan ütközés szabályai szerint megadható. Meglepő, hogy ennek ellenére a teljes mozgás nem írható le egyszerű képlettel, mert az egyenleteket nemlineárisak. Ezek számítógép segítségével, numerikusan viszonylag egyszerűen megoldhatók, és érdekes eredményre vezetnek.

A paraméterek értékeinek túlnyomó többségében kváziperiodikus, saját magát kis eltéréssel ismétlő, mozgás áll be. A mozgás a kezdőfeltételekre nem érzékeny, az ütközési veszteségek következtében „elfelejti” a kezdőállapotát. A diákok ennek kapcsán szemléletes képet kapnak arról, mi az attraktor, esetünkben ráadásul kváziperiodikus attraktor.

Meglepő, hogy az egyszerűbb, periodikus mozgások csak jól meghatározott esetekben, könnyen kiszámolható ütközési együttható értékeknél valósulhatnak meg. A minden egyes lépcsőn, minden második, harmadik, stb. lépcsőn egyszer pattanó, tiszta periodikus mozgásokhoz tartozó ütközési együttható értékek számegyenesen történő ábrázolása ráadásul a hidrogén atom energiaszintjeit juttathatja eszünkbe. Újszerű, szemléletformáló felfedezés a diákok számára a mechanikában megjelenő diszkrét spektrum.

A mozgás vizsgálatára olyan online elérhető szimulációs programot készítettünk, amely nemcsak az első néhány pattanást rajzolja ki, hanem tetszőlegesen sok pattanásnak kiszámolja a jellemző értékeit, mint a pattanás helye és a visszapattanás sebessége, illetve az átugrott lépcsőfokok száma. A program a jellemzőkből előállítható fázistereket is ábrázolja. A program használata közben a paramétereket a diákok változtatni tudják. Használatának a diákok közötti népszerűségét mutatja, hogy az elmúlt négy évben több mint 2200 alkalommal léptek be a felületre.

Káoszra utaló jellemzőket a mozgás vizsgálatakor nem találtunk, azonban a mozgás összetettsége és a kváziperiodikus mozgás határozott jelenléte megérteti a diákokkal, hogy egy mozgás úgy is lehet összetett, ha nem kaotikus.

2. Pontszerű labda pattogása lépcsőn nagy energiaveszteség (kis ütközési együttható) esetén [1],[2]

Ennek a tartománynak a vizsgálata a nemlineáris jelenségekre jellemző további fogalmak (pl. magasabb rendű ciklusok, együttlétező attraktorok, vonzási tartományok) megértését segíti a diákokban.

Ha az ütközési együttható értéke a minden lépcsőfokon történő egyszeres pattogásra jellemző érték alá csökken, akkor a mozgás során előfordul, hogy a labda egy lépcsőfokon kétszer pattan. Ha tovább csökken az ütközési együttható, akkor találunk olyan tisztán periodikus mozgást, amikor az egy lépcső átugrása és az ugyanazon a lépcsőn történő pattanás váltakozva fordul elő. Az ilyen mozgást nevezzük kettes ciklusnak.

Tovább csökkentve ezt az értéket eljutunk olyan mozgásokhoz, amikor egy lépcsőfokon kétszer, háromszor, stb. pattan a labda. Ennek a mozgásnak a megismerésével megértik a diákok, hogy magasabb rendű ciklusok is lehetnek attraktorok.

Kis ütközési együtthatók esetén a pattogó labda mozgásában új jelenségek figyelhetők meg. A függőleges sebességkomponens olyan gyorsan csökkenhet, hogy végtelen sok pattanás után sem ér a labda az adott lépcsőfok szélére (letapad a mozgás), miközben a labda vízszintes sebességkomponense végig állandó, vagyis véges idő alatt eljut a lépcsőfok végére. Ez nem más mint a csúszás.

Sikerült megértetnem a diákokkal, hogy a csúszás is egyfajta attraktornak tekinthető, mivel ha egy lépcsőfokon végtelen sokszor pattan a labda, vagyis csúszás alakult ki, akkor a mozgás további részében már lépcsőfokokat átívelő mozgás nem jöhet létre. Ezt úgy mondhatjuk, hogy a labda a csúszási attraktorra érkezett.

Létezik egy olyan ütközési együttható intervallum, amelyen belül a letapadó és a végtelen lépcsőn tisztán lepattogó mozgások váltakozva jelennek meg, ami azért érdekes, mert logikusnak tűnt volna, hogy ha egy adott ütközési együtthatónál megszűnik a lepattogás a lépcsőkön, akkor az ennél kisebb ütközési együtthatóknál még inkább ugyanezt a helyzetet találjuk.

Ebből megértik a diákok, hogy kétféle attraktor is jellemezhet egy mozgást. Ilyenkor a pattogás kváziperiodikus attraktora mellett megjelenik a hosszan tartó csúszás attraktora is, a kettő együtt létezik.

Ez úgy lehetséges, hogy ezekben az esetekben a lépcsőfokon történő első pattanás helye és a függőleges kezdősebesség értéke határozza meg, hogy a kétféle attraktor közül melyik jellemzi majd a mozgást. A két attraktor vonzási tartományai sávos szerkezetet mutatnak a kezdősebesség – első pattanás helye síkban.

A folyamat követésével új lehetőséget nyújtok a diákok részére a vonzási tartomány fogalmának megértésére (olyan esetben, amikor a káosz hiánya miatt a határ nem fraktál jellegű).

Végül található olyan ütközési együttható, ami alatt a hosszú távú pattogó mozgások teljesen eltűnnek, és bármilyen kezdőfeltétel esetén csúszó mozgás alakul ki. Ebből megtanulják, hogy az erős súrlódási veszteség a mozgás túlcillapításához vezet.

3. A kváziperiodikus mozgás fogalma tanításának szükségessége és annak tapasztalatai középiskolában [I], [II]

A témaválasztást az indokolja, hogy a középiskolás anyagban a haladó és a periodikus mozgások mellett rendezetlen mozgásról (Brown-mozgás) is hallanak a diákok, de a közbülső lehetőségek közül a kváziperiodikus mozgás nem kerül elő. Megmutattam, hogy ennek, a káosznál sokkal egyszerűbb, de mégis bonyolult mozgásnak az ismerete hasznosan egészíti ki a mechanika tanítását, és lehetőséget teremt eddig nem tanított jelenségek (mint pl. a kúpinga, a Merkúr-pályája elfordulása, a Foucault-inga) megértésére.

2019 novembere és 2020 februárja között három csoportban 52 diák részére mondtam el egy rövid, a tesztekkel együtt egy tanórás, a kváziperiodikus mozgás fogalmának megismertetése céljából elkészített tananyagot.

Az oktatás során az ismert mozgások révén (merőleges rezgések összetétele, Foucault-inga) mutatom meg, mennyiben hasonlítanak ezek a periodikus mozgásokhoz, és miért különböznek mégis tőlük. Ezután pedig a lépcsőn pattogó labda mozgásának részletes vizsgálatával teszem érthetővé a kváziperiodikus mozgás fogalmát. Ennek a témakörnek a tanítása a fentiek értelmében hiánypótló a középiskolában.

A kváziperiodikus mozgás fogalmának megismertetését felhasználtam arra, hogy alkalmazzam a PER (Physics Education Research) módszert az oktatás hatékonyságának fejlesztésére és vizsgálatára. Az oktatásban alkalmaztam analógiákat (tökéletesen rugalmas pattogás, különféle ütközések), kerestem szemléletes példákat (Foucault-inga, Merkúr perihélium körülfordulása), és foglalkoztattam a diákokat ténylegesen, manuálisan (labda pattogása lépcsőn), illetve számítógépes szimuláción keresztül is (Geogebra animáció, lépcsőn pattogás program).

A diákok előzetes ismeretét, és a hallottak megértését a tanítás elején és végén felvett tesztek segítségével mértem. A tesztek eredményét elemeztem, ennek segítségével az alkalmazott tesztet több lépcsőben módosítottam, fejlesztettem. A végső értékelésben csak a teszt jelenlegi formájának használatával elvégzett oktatási programok eredménye szerepel.

A tesztek eredménye mutatja, hogy a tananyag alapján a diákok valóban eljutnak a kváziperiodikus mozgás lényegének megértéséhez. Átlagosan az eredmények több, mint duplájára emelkedtek, 20,4%-ról 42,8%-ra.

4. A káosz fogalmának, jelenségeinek bemutatása középiskolás szinten egyetlen tanítási órában [3],[4]

A káoszjelenségek oktatása nem szerepel a középiskolai tananyagban. Több európai ország tankönyveit megvizsgálva is csak néhány említést találtam. A magyar nyelvű publikációk főleg a káosz szakköri vagy tagozatos csoportban történő tanításával foglalkoznak. [B] - [M] Megmutattam, hogy egy tanítási órában belül is van lehetőség a káosz lényegének megértésére a közoktatásban.

Két alapvető kérdést gondoltam végig: miért és hogyan tanítsuk ezt a témakört a közoktatásban. A miért kérdésre rövid, meggyőző válasz adható:

- mert fontos, az elmúlt évtizedek egyik meghatározó, és meglepően sok területet érintő fizikai eredménye,
- mert érdekes és jól szolgálja a fizika tanítás szintézisét. Azt tapasztaltam, hogy a 11-12. évfolyamon a diákok jól fogadták a korábbi témáknál összetettebb tartalmakat.

A hogyan kérdése sokkal összetettebb.

Először rendszerezni kell a korábban tanult mozgásfajtákat a szabályosság, periodicitás szempontjából. Világossá kell tenni, hogy az iskolában tárgyalt mozgások egyszerű alapesetek, amelyek több megszorító feltétel esetén valósulhatnak meg. A valóságban azonban ezek a

feltételek tökéletesen soha nem teljesülnek, csak legfeljebb az eltérés az adott leírás szempontjából elhanyagolható.

Elkészítettem egy tananyagot, ami egy tanóra keretében mutatja be a kaotikus mozgás alapvető jellemzőit.

A káosz alapfogalmait szemléletes példák segítségével tárgyalom. Periodikus-e egy ingaóra mozgása, a Föld forgása, illetve keringése. Ezek alapján mennyire jelezhetők előre ezek a mozgások? Bemutatom, hogy a környezetünkben számos olyan jelenséggel találkozunk, amelyek közös jellemzője, hogy nem periodikus (nem is kváziperiodikus), nem jelezhető előre és bonyolult geometriájú. Új megközelítés a diákok számára, hogy a korábban egyszerűen periodikusnak gondolt mozgásokon elgondolkodjanak, valóban periodikusak-e? Milyen pontosság esetén tekinthetőek periodikusnak?

Az a tapasztalatom, hogy nagy élmény a diákokkal felfedeztetni, hogy a tökéletesen szabályos és a teljesen szabálytalan mozgás között több lépcső (kváziperiodikus, kaotikus) található. Olyan ez a felismerés, mint amikor arról hall valaki először, hogy a véges és végtelen mennyiségek felosztása is tovább finomítható, mivel végtelenből több, egymástól jól elkülöníthető fokozat van.

Úgy találtam, hogy a mechanikus szemléletű determinizmus mélyen gyökerezik gondolkozásunkban. Nem könnyű elfogadni, hogy az egészen kicsiny kezdeti pontatlanságok néha, a nem is túl távoli jövőben, teljes határozatlanságot eredményezhetnek.

Hasonlóan erős meggyőződésünk, és ezt a diákok is észrevétlenül átveszik, hogy egyszerű rendszerek egyszerű egyenletekkel, bonyolult rendszerek bonyolult egyenletekkel írhatók le. A káoszban az a meglepő, hogy egyszerű egyenletekkel leírható rendszereknek fedezzük fel a bonyolult viselkedését.

Megmutattam, hogy az általam használt tananyaggal az említett téves beidegződések feloldhatók, helyes irányba terelhetők.

Jelentősen bővíti a diákok szemléletét, amikor megértik, miért van szükség ezeknél a mozgásoknál az út-idő és sebesség-idő függvények helyett fázistérben ábrázolni a mozgást.

A leírt megfontolásokkal először kísérlem meg körülhatárolni azokat a tartalmakat, (nem periodikus, előrejelezhetetlen, fraktál geometriájú mozgás, fázistér, attraktor), amelyeket érdemes a káoszjelenségek középiskolai tanításakor az alapképzés részének tekinteni.

5. Egyszerű periodikus és kaotikus mozgások összehasonlítása, szimulálása [3], [4]

A kaotikus mozgás iránt különösen érdeklődő diákok részére készített bemutató anyagban hangsúlyt fektetek arra is, hogy matematikai inga tisztán periodikus mozgása többféle, kis változtatással is könnyen kaotikussá tehető, pl. a rezgetett inga, a kettős inga, a rugalmas szálon lengő inga. Bemutatom, hogy érdemes összehasonlítani a törzsanyagban tanult periodikus mozgás jellemzőit a módosított inga mozgását jellemző mennyiségekkel, s ehhez jól használható a számítógépes szimulálás.

Igazolom, hogy a kaotikus mozgásokra új példaként érdemes az időfüggő forgatónyomatékkal gerjesztett inga mozgását tekinteni. Ezen mutatom be a diákoknak a kaotikus mozgás leírásában használt fogalmakat, a mozgás vizsgálatát lehetővé tévő módszert és programot.

A veszteségek miatt csillapodó ingamozgás fenntartása például olyan mechanikus gerjesztéssel oldható meg, ami igen könnyen gondolható időfüggőnek. A szinuszos időfüggés egyszerű alapesetnek tekinthető, ami a középiskolásoktól sem idegen, hiszen a harmonikus rezgőmozgásnál találkoztak vele. A gerjesztést ebben az esetben a felfüggesztésre ható forgatónyomaték formájában vesszük figyelembe.

A részletes vizsgálatokhoz számítógépes programokat használok. Fokozottan találkozunk a hiányzó matematikai ismeretek általánosan ismert problémájával (differenciálszámítás, differenciálegyenletek). Ezt szemléletes példákkal, analógiákkal hidalom át. Végiggondoljuk, hogyan lehetett a GPS és a rádiózás előtti korban a rendszeresen feljegyzett sebesség nagyság és irány értékekből egy hajó útvonalát megrajzolni a térképen, ha ismerték a kiindulási pontot.

Tapasztalatom szerint a mozgás jellemzőinek feltérképezésére jól használható a Dynamics Solver program, ami ingyenesen letölthető és kiválóan használható differenciálegyenletek numerikus megoldására [C]. A program használata elképzelhető a differenciálegyenletek elméletének részletes tárgyalása nélkül. Alkalmazása, működése megérthető, már korábban a tananyagban tárgyalt mozgások szimulálásán keresztül.

A számítógépes szimulációval illusztrálom a diákok számára, hogy különböző feltételek estén milyen mozgás jön létre. Kiindulásként valóságához közeli paraméterértékeket igyekeztem választani. A diákok érdeklődéssel fogadták, amikor a paraméterértékeket változtattam.

A vizsgálat nagy nehézsége az, hogy nem tudjuk, a paraméterértékek mekkora változtatása módosítja jelentősen a létrejövő mozgás jellegét. Megtanulják, hogy a realitásérzék és a szorgalmas munka vezet eredményre.

Az időfüggő forgatónyomatékkal gerjesztett inga mozgásának leírása ebben a formában publikációkban nem szerepel. A sok hasonló (rezgetett, kettős, mágneses) módosított inga mozgásának vizsgálata a tanításban nagyon hasznos, mert ezek mindegyike kaotikus, de részleteiben mégis különböznek, így kiváló gyakorlási lehetőséget jelentenek.

A diákokkal együtt sikerült tipikusnak mondható, szépen, határozottan kirajzolódó kaotikus attraktort találnunk viszonylag széles paramétertartományban. Az attraktor a súrlódást jellemző paramétertől erősen függ, annak változásával jelentősen módosul az alakja.

Megmutattuk, hogy a paraméterek változtatásával találhatók nem kaotikus tartományok is, melyek kapcsán a diákok rádöbbennek arra, hogy a kaotikus mozgás mennyivel bonyolultabb a periodikusnál.

6. Az ön hasonlóság tulajdonsága kapcsolatot teremt a hologram és a káosz között [5]

A hologramnak nem a legismertebb, de lényeges tulajdonsága, hogy egy részletéből az egész kép rekonstruálható, vagyis lényegében az összes információ benne van a hologram egy kis részében is. Egy kis részletből rekonstruált kép fényben szegényebb és életlenebb lehet, de mindig az egész alakzat rekonstruálható. Tapasztalatom szerint ez a tulajdonság érdekes

párhuzamot kínál a káoszjelenségek leírásakor jellemzően megjelenő fraktálszerkezet önhasonlóságával.

Erről a témakörrel is összeállítottam egy egyetlen tanítási órára szóló tananyagot, amit a hologram jelenségének megismerése után lehet beépíteni a tanmenetbe.

A matematikai fraktálok (pl. Koch-görbe) egy részlete pontosan, geometriai értelemben hasonló egy kisebb részlethez, vagy az egész alakzathoz. A káosz jelenségek leírásakor kapott fraktálok, vagy fraktálszerű szerkezetek általában nem pontos matematikai hasonlóságot tartalmaznak, hanem lényegében azonos jellegű szerkezetek figyelhetők meg bennük egyre kisebb mérettartományokban, vagyis rendelkeznek önhasonlósággal.

Az önhasonlóság fogalmának kétféle, kissé eltérő jelentését vizsgálom a két esetben, és ez az elemzett kapcsolat elgondolkodtató. A fraktálok önhasonlósága is értelmezhető úgy, hogy egy kisebb részletből rekonstruálható az egész.

Közben a kaotikus mozgásra éppen az jellemző, hogy az apró részletekből az egész mozgás újszerű, alapvető struktúrái tárulnak fel. A fraktálszerkezet ritkábban jelenik meg a valós térben (mint a mágneses inga esetén), általában a fázistérben találkozunk vele.

A kaotikus mozgás fraktálszerkezetei tehát az önhasonlóság mellett, éppen a nem teljesen pontos hasonlóság miatt, más információt is tartalmaznak, ami csak nagyobb mérettartományban mutatja meg magát.

Más oldalról viszont hiába tökéletes pl. a Koch-görbe önhasonlósága, a teljes görbében itt is felfedezhetünk többletet a részekhez képest, hiszen a fraktáldimenzió az egész görbe térkitöltését jellemzi.

A diákok érdeklődéssel fogadják, hogy újra és újra a rész és az egész kapcsolatával találkozunk. A kérdést tárgyalva szükség szerint átismételjük vagy megbeszéljük a hologram jellemzőit, és a fraktálok általános tulajdonságait, a fraktáldimenzió fogalmát.

Az önhasonlóság jelensége következtében megjelenő kapcsolatot a káosz és a hologram között még nem vizsgálták. Az eltérő jelenségekben megfigyelhető hasonló, közös vonás vizsgálata nemcsak mindkét jelenség jobb megértéséhez vezet közelebb, hanem segít a diákokban kialakítani azt az asszociációkra nyitott gondolkodást, amellyel érdemes vizsgálatunk tárgyához közelíteni.

Összegzés

Meggyőződésem, hogy a nemlineáris- és káoszjelenségek tanítása középiskolai szinten a közeljövőben természetessé válik.

Ezt a folyamatot szeretném elősegíteni a szakdidaktika nemzetközileg elismert módszerének alkalmazásával (Physics Education Research) szondázva, hogy az új témakör alapfogalmai milyen módon taníthatók hatékonyan és eredményesen.

Amikor a tankönyvszerzők elkezdik összegyűjteni azokat a tartalmakat, amelyek révén szeretnék megismertetni a diákokkal a káosz elméletét, akkor hasznos lesz minden olyan

tapasztalat, ami ezeknek a fogalmaknak a befogadhatóságáról objektív mérési eredményt képes felmutatni.

A Szeged-Csanádi Egyházmegye Gelsey Vilmos Pedagógiai Intézete részéről egy új fizikatankönyv írására kaptam megbízást egy csapattal együtt. Az én feladatom a munkacsoport vezetése és a leckék felénél a törzsszöveg megírása volt. Ennek keretében írtam egy leckét a káoszról. Ez lenne a káoszelmélet első hazai megjelenése középiskolai fizika tankönyvben. A 9-10-11-es tankönyvek és munkafüzetek kéziratai elkészültek, de pillanatnyilag megállt a projekt.[N]

A nemlineáris folyamatok jellemzői taníthatóságának vizsgálatát az elkövetkező években tovább folytatom, mivel ez részét képezi a 2020 januárjában indult, ötéves mesterpedagógus programomnak.

A tézisek alapjául szolgáló publikációk

1. Gruiz M, Meszéna T, Tél T: [Kaotikus vagy csak összetett? - Labdák pattogása lépcsőn](#), *Fizikai Szemle* 2016/4., pp. 128.-136.
2. M. Gruiz, T. Meszéna, T. Tél: [Chaotic or just complicated? Ball bouncing down the stairs](#), *European Journal of Physics* 38, 055003(15), (2017)
3. Meszéna T: [Fraktálok és káosz](#), *A fizika, matematika és művészet találkozása az oktatásban, kutatásban, Konferenciakötet*, ELTE Budapest, 2013, pp. 153.-158.
4. T. Meszéna: [Chaos at High School](#) ICPE-EPEC 2013 Prague, Proceedings pp. 533-540
5. Meszéna Tamás: [Rész és egész: a részek viszonya az egészhez a káoszjelenségekben és a hologramban](#), *Természettudomány tanítása korszerűen és vonzóan, Konferenciakötet*, ELTE Budapest, 2011, pp. 306.-310.

Előadások

- I. T. Meszéna: „A PER Experiment to Support an Important Concept in Modern Physics: The Quasi-periodic Motion”, GIREP-ICPE-EPEC-MPTL 2019 CONFERENCE Celebration of Eötvös Year 2019 “Teaching-learning contemporary physics, from research to practice”, Budapest 2019.
- II. Meszéna T: Olasz fizikatanár továbbképzés Udinében, Scuola Nazionale per Insegnanti sulla Fisica Moderna SNI-FM2017, Università degli Studi di Udine 2017. szeptember 4-9. „Pendolo caotico: un problema di fisica moderna”

A tézisekhez közvetlenül nem kapcsolódó irodalom

- A) Nussbaumer A and Nussbaumer P 2017 *Basiswissen, Physik-Compact 5* (Vienna: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH) p 12
- B) Csernovszky Zoltán: [Az iránytű harmonikus rezgésétől kaotikus mozgásáig](#), *Fizikai Szemle* 2017/6., pp. 198.-204.

- C) Z. Csernovszky, P. Nagy, P. Tasnádi: [Investigation of chaos in the absence of programming skill](#), *Canadian Journal of Physics, Special Issue 2020, Volume 98, Number 6, (593-605)* [Journal link](#)
- D) Nagy Péter, Tasnádi Péter: [Fraktálok világa - játékos tudomány](#), *Gradus (a Neumann János Egyetem online folyóirata) Vol. 6, No. 3 (2019)*
- E) Nagy Péter, Tasnádi Péter: [Fizikai modellalkotás – gondolatok egy versenyfeladat kapcsán](#), *Matematikát, fizikát és informatikát oktatók (MAFIOK) 43. országos konferenciája Konferenciakötet 2019, pp. 87-98.*
- F) Nagy Péter, Tasnádi Péter: [Rugósinga dinamikai vizsgálata - egy fizika versenyfeladat kaotikus utóélete](#), *Dunakavics (A Dunaiújvárosi Egyetem online folyóirata) 2019. VII. évfolyam VIII. szám pp. 31-46*
- G) Nagy Péter, Tasnádi Péter: [Dynamics Solver - egy hatékony eszköz a káosz kutatásában és tanításában](#), *Matematikát, fizikát és informatikát oktatók (MAFIOK) 41. országos konferenciája, Konferenciakötet, szerk: Talata I., Szent István Egyetem, Ybl Miklós Építéstudományi Kar, Budapest, 2017., pp. 169-178.*
- H) Nagy Péter, Tasnádi Péter: [Tálban guruló golyó kaotikus viselkedése](#), *Gradus 3, No. 2 (2016), pp. 120-136.*
- I) Tóthné Juhász Tünde, Gócz Éva: [Káosz egy tálban](#) (2014); (PDF dokumentum + Dynamics Solver szimulációk, RAR fájba tömörítve, 0,6 Mb),
- J) Szatmári-Bajkó, Ildikó (2010) [Káosz, rend, látvány. A káosztudomány ismertetésének lehetősége IKT-eszközökkel a középiskolai oktatás keretében](#). *Iskolakultúra, 20 (1).* pp. 116-131. ISSN 1215-5233
- K) I.Szatmári-Bajkó: [Handicraft and aesthetic experience in teaching chaos physics](#) TEACHING PHYSICS INNOVATIVELY 2015 konferenciakötete p.15
- L) Stonawski Tamás: [A digitális technika sodrában: káosz a tálban](#), *Természettudomány tanítása korszerűen és vonzóan, Konferenciakötet, ELTE Budapest, 2011, pp. 311.-314.*
- M) Jaloveczki József: [Numerikus módszerek a diákköri munkában](#), *Fizikatanítás tartalmasan és érdekesen, Konferenciakötet, ELTE Budapest, 2010, pp. 303.-310.*
- N) Meszéna Tamás – Mező Tamás: *Fizika 11. (kéziratban létezik)*