

## **Doktori értekezés**

# **A digitális média alkalmazása a tanulói kreativitás, problémamegoldás és önálló kísérletezés fejlesztésére általános és középiskolában**

**Stonawski Tamás**

**Témavezető: Dr. Juhász András ny. egyetemi docens**

**ELTE TTK Fizika Doktori Iskola  
Vezető: Dr. Palla László**

**Fizika Tanítása Doktori Program  
Vezető: Dr. Tél Tamás**



**Eötvös Loránd Tudományegyetem**

**Fizika tanítása doktori program**

**2015**



## Tartalomjegyzék

Bevezetés .....	6
1. Projektmunka az áltudományos állítások cáfolására .....	11
1.1. Kiégetheti-e a növények levelét a napsugárzás, a levélen megülő vízcseppeken fókuszálódva? .....	12
1.1.1. Bevezetés .....	12
1.1.2. Előkísérletek - a gliceringolyók vízfelvétele és vízleadása.....	14
1.1.3. A gliceringolyók optikai vizsgálata .....	16
1.1.4. A gömb alakú csepp fénygyűjtő-képességének vizsgálata.....	18
1.1.5. A nedvesítés hatása a cseppek alakjára és fénygyűjtő-képességére.....	23
1.1.6. A párolgás hatása a cseppek fénygyűjtő-képességére .....	27
1.1.7. A kísérletek olajcseppekkel .....	32
1.1.8. A kísérleti eredmények összegzése .....	34
1.2. Káros hatású-e a mikrohullámmal felforralt víz a növényekre? [P12] .....	35
1.2.1. A kísérlet előzményei.....	35
1.2.2. A kísérlet .....	36
1.2.3. A kísérlet eredményeinek összefoglalása .....	40
2. Az autózás és a KRESZ néhány kérdésének vizsgálata szakköri program keretében .....	41
2.1. A követési távolság fizikája [P8] .....	42
2.1.1. Feladatok gyűjtése, készítése.....	42
2.1.2. A reakcióidő mérése .....	46
2.2. „Biztonságos” ütközések [P6].....	48
2.2.1. Az ütközések vizsgálata törésteszt-videókon .....	49
2.2.2. A kísérletek.....	51
2.3. Töréstesztek modellezése játékautókon [P5] .....	53
2.3.1. Ejtési kísérletek 38 cm magasságból: .....	54
2.3.2. Ütközési kísérletek vízszintes talajon.....	54
2.3.3. A felnagyított modellautó tulajdonságai .....	55
2.4. Következtetések levonása.....	56
3. Fizikai ismeretek bővítése lassú mozgások video analízisével foglalkozó projektek keretében [P2], [P7], [P9], [P10], [P11].....	57
3.1. A web kamerára jellemző látószög meghatározásai .....	59
3.1.1. A látószög meghatározása szerkesztőeszközök segítségével .....	59
3.1.2. A kamera látószögének pontosabb meghatározása az osztályteremben .....	60
3.1.3. A kamera látószögének meghatározása repülőgépek segítségével [P9].....	61

3.2.	Felhők sebességének a mérése [P7].....	63
3.2.1.	A mérés előkészítése .....	63
3.2.2.	A mérés kivitelezése .....	64
3.2.3.	Következtetések levonása.....	66
3.3.	Felhők magasság-mérésének megvalósítása középiskolában.....	68
3.3.1.	Felhők modern magasságmérése.....	68
3.3.2.	Geometriát alkalmazó becslések.....	68
3.3.3.	A mérés kivitelezése .....	70
3.3.4.	Tereptárgyak fénylése.....	75
3.3.5.	Következtetések levonása.....	77
3.4.	A Hold mozgásának vizsgálata [P11] .....	78
3.4.1.	A mérés .....	79
3.4.2.	A pontatlanság okai .....	83
3.4.3.	Mérések a YouTube video megosztón található filmekről .....	84
3.4.4.	Konklúziók.....	85
4.	Gyors mozgások video analízise – ismerkedés a kaotikus mozgásokkal [P13].....	85
4.1.	A tanulók előismerete .....	86
4.2.	A filmfelvételek készítése és elemzése.....	87
4.3.	A szimuláció .....	88
4.4.	A filmfelvételek és a szimuláció összehasonlítása.....	93
4.4.1.	A forgásszimmetrikus tálban mozgó golyó összehasonlítása a szimulációval .....	93
4.4.2.	A bonyolult tálban mozgó golyó összehasonlítása a szimulációval .....	96
4.5.	A kísérlet eredményeinek összegzése .....	98
5.	Tudományos gondolkodás és művészi ábrázolás segítik egymást [P14], [P15] .....	100
5.1.	Az aranymetszés.....	101
5.2.	A mozgás művészi ábrázolása a fizika szemszögéből.....	102
5.2.1.	A mozgás ábrázolása.....	106
5.2.2.	A Kutya-függvény.....	108
5.2.3.	Az egydimenziós, időfüggetlen harmonikus oszcillátor Schrödinger-egyenlete (5.6).....	110
5.2.4.	Következtetések levonása.....	113
6.	QR-kód olvasó okostelefonok bevonása a fizikatanításba.....	114
6.1.	A QR-kód lehetőségei az oktatásban .....	114
6.2.	A QR-kód alkalmazása fizikai feladatok megoldásához .....	116
6.3.	QR-kóddal elérhető filmek készítése fizika feladatok támogatásához.....	118

7.	Pszichológiai motiválás a fizikai jelenségek tanulásának segítésére [P3] .....	121
7.1.	Tippeléseken alapuló kísérletgyűjtemény készítése .....	122
	Irodalomjegyzék .....	125
	Publikációs lista.....	127
	Köszönetnyilvánítás.....	129

## **Bevezetés**

Több, mint két évtizede tanítok fizikát (általános iskola, szakiskola, szakközépiskola, technikum, gimnázium, főiskola, nappali, esti, levelező, önkormányzati, magán, felekezeti, pedagógus-továbbképzés, fizikát népszerűsítő előadások, fizika show-k, tehetségfejlesztő program). A fizika tanítása számomra a világ működésének felfedeztetése a tanulóimmal. A felfedezés örömét a tanulókkal mindannyiszor átélem, ahányszor valamilyen összefüggést felismernek, méréseikkel bizonyos törvényszerűségeket igazolnak, vagy helyesen érvelnek egy-egy témakörben. A tanítási munkám folyamán átéltem a fizika óraszámok drasztikus csökkentését, így sokkal kevesebb időt tölthettem tanítványaimmal és kevesebb idő jutott az érdekességekre, részletekre. A technikai háttér is meglehetősen megváltozott, a videó magnókat a digitális táblák, a pad alatt játszott amőbát az okos telefonok játéksodái váltották fel. A leveleket manapság már nem papír fecnikre írják a diákok, hanem online chatelve osztják meg egymás között az információkat. Véleményem szerint a mobiltelefonok bevonása az oktatásba elengedhetetlenül szükséges ahhoz, hogy fenn tudjuk tartani a megfelelő órai és otthoni tanulói aktivitást.

A diákok technika iránti érdeklődéséből kiindulva jutottam arra a következtetésre, hogy a fizika tanításának megújításában a kísérleteknek és ezeket a diákok felé közvetítő digitális technikának alapvető szerepe lehet. A tanítás mellett az ország számos pontján tartottam kísérleti bemutatókat fizika tanároknak és diákoknak egyaránt. Fontosak, és hasznosak voltak a visszajelzések a helyszínen vagy az előadások után, e-mailen, amelyek irányt is mutattak a további munkáim során, és biztosítottak abban, hogy a látottakat alkalmazni is fogják a tanítási órákon is.

A diákokkal közösen készített projektek, filmre vett kísérletek alapján sikerült a MOZAIK kiadó stúdiójában folytatni a filmkészítést, így még szélesebb körben tudtam bemutatni a fizikatanítást/tanulást segítő munkáimat. A stúdióban készített filmek a Mozaik Kiadó digitális tananyagának részét képeztek, amelyek jelenleg már 10 országban vannak forgalomban.

### **A kutatási téma aktualitása**

A tanulók mindennapjainak elengedhetetlen tartozéka a számítógép, az okos telefon és az internet. Az eszközökkel elérhető virtuális térben leveleznek, szórakoznak, ismerkednek, de ismereteik bővítése is itt zajlik. Ebben a digitális világban a hosszan tartó olvasással szemben

egyre inkább a vizualitás kap meghatározó szerepet. Ahhoz, hogy a diákok több oldalnyi ismeretalapú szöveget olvassanak el, igen erőteljes motivációnak kell azt megelőznie. Az oktatásunk ezen a területen lépéshátrányban van. Bár a természettudományok alkották meg a felsorolt technikai vívmányokat, a tanításuk során mégsem használjuk ki igazán a digitális technika által kínált lehetőségeket. Körültekintően, de lépni kell. Az óvatosságot elsősorban az indokolja, hogy a digitális világ sokszor elszakad a mindennapitól, míg a természettudományok szigorúan a valódi környezetünk törvényszerűségeit vizsgálják. Jó megoldás lehet, ha a digitális technikát (kihasználva diákjaink érdeklődését) tudatosan használjuk arra, hogy diákjaink figyelmét a valódi világ jelenségeire és azok közvetlen kísérleti megismerése felé irányítsuk. A fotó, a videó, mint a valóság egyfajta kísérleti dokumentumai, felhasználhatóak kreatív fizikai feladatok megfogalmazására. A videó számítógépes mozgáskiértékelő programmal kiegészítve mérést helyettesíthet. A diákok általában szívesen kísérleteznek, ehhez azonban a feladat kitűzésén túl irányításra, vezetésre van szükségük. Az otthoni és iskolai tanulói kísérletezés segítésére jó lehetőséget kínálnának a video betétekkel illusztrált digitális segédanyagok és szoftverek. A valódi jelenségeket bemutató, az ezekhez kapcsolódó kreatív feladatmegoldást, és az önálló tanulói kísérletezést segítő szakanyagok fejlesztése, módszertani alkalmazásuk kidolgozása, és iskolai kipróbálása hatékonyan hozzásegíthet a tanulók természettudományos érdeklődésének felkeltéséhez.

### **A tehetség gondozás és a projektek szerepe az oktatásban**

A tehetségek felfedezése a tanári munka egyik igen fontos mozzanata. A kreativitás, intelligencia és motiváció együttállása különlegesen jó teljesítményeket indíthatnak meg egyes tanulóknál. Fontos, hogy a felfedezett tanulóknál a későbbi munkák során is tudatosítsuk, hogy tőlük nem sablonos megoldásokat várunk, és ehhez ennek megfelelő feladatokat is kell adnunk. A feladatok lehetőleg önálló, nagyobb vonalú munkák legyenek folyamatos tanári konzultációval egybekötve. A tehetség gondozással kapcsolatosan a projekt módszer kiemelt alkalmazását hangsúlyoznám, hiszen olyan nagyobb lélegzetű feladatokat oldhatnak meg a tanulók, amelyek akár hetekig, hónapokig is tarthatnak, de lehetőség nyílik a csapatmunkára is, ha a projekt egészét részfeladatokra osztják szét egymás között a tanulók. A részfeladatokat a kreativitásuknak megfelelően saját maguk vállalják, hiszen a közös ötletelés (brainstorming) dönti el, ki miben érdekelt, mihez lenne leginkább kedve az aktuális összetett probléma megoldásában. A projektmunkák folyamatos egyéni konzultációt is igényelnek a tanártól, hiszen a tanulók szívesen számolnak be arról, hogy éppen hol tartanak az adott

munkafolyamatban, kísérletezésben. Szükség van természetesen együttes konzultációra is, amikor a részek összeállnak, hogy a tanulók egymásnak is számoljanak be eredményeikről, és közösen is rendszerezzék a munkáikat. A projektmódszer alkalmazásánál kihangsúlyoznám a felfedezettő módszert (legcélravezetőbb, ha a tanár a tanulókkal együtt a felfedező szerepet játssza), amikor egy adott problémamegoldásnál lépésről–lépesre logikusan építik fel a bizonyítási eljárásokat, vagy éppen cáfolatokat, megfelelő körültekintéssel végzik el a kísérleteket, és a konklúziók után a fejlesztés, a probléma továbbgondolása sem marad el. A képleteket a diákok nem készen kapják, nekik kell eljutni a megoldásig a kutatómunka során. Maga a kutatás inspirálja a könyvtári tevékenységüket is, ilyenkor célirányosan szörföznek az internet oldalain is. Az irodalmazás fontossá válik a csoportmunka alkalmazása során, hiszen az előadott érveiket így tudják megfelelően alátámasztani a kortárs csoportban. Ha a projektekbe sikerül valamilyen új részletet, megközelítési módszert is alkalmazni, ami a diákok ötleteire épül, a felfedezés öröme még hatványozottabban megfigyelhető a munkájuk során.

Diákjaimmal gyakorta készítünk projekteket, vagy csatlakozunk nagyobbakhoz. Az előkészületek sokszor iskolán kívül, a tanulók szabadidejében történnek, a konzultációk is szakkörökön, szünetekben vagy a Világhálón keresztül zajlanak. A tanórán csak a megfelelő dokumentációval ellátott, kész projekteket tárljuk az osztály elé. Ilyenkor hasznos, hogy a projektekben felhasznált fizikai törvények és összefüggések összhangban legyenek a tanítási óra anyagával. Mivel a projektek konkrét gyakorlati példákon keresztül keltik életre a tankönyvekben található tudományos ismereteket, igen intenzív kompetencia-fejlesztő hatásuk van a kortárs csoportban, a tanulók motivációs szintje is nagymértékben megnövekszik, ha az osztálytársuk gondolatmenetét kell követniük. A projektek elkészítésének kritikus része a pontos dokumentálás és a jegyzőkönyvek időbeli elkészítése. Erre nagy hangsúlyt szoktam fektetni, hiszen ez is a tudományos munka elengedhetetlen része. A tanulók általában nem szívesen jegyzetelnek füzetbe, így a diák-kutatásokban a dokumentálás egyik fontos eszköze a mobiltelefon, amivel képeket, filmeket, hangfelvételeket is készíthetnek a diákok, de számológép-, képszerkesztő-, jegyzetfüzet- és napló-funkciókkal is rendelkeznek már az egyszerűbb mobilok is.

PhD. hallgatóként egy kis létszámú (a 4 évfolyam összlétszáma 50-60 fő) átlagos gimnáziumban tanítottam, mint matematika- fizika- rajztanár. Munkám során nemcsak a műszaki pályára orientált diákokban, hanem az átlagos vagy gyengébb képességű tanulóknál is sikerült a fizika tantárgy érdeklődését felkelteni. Sok esetben csak kvalitatívan tudtam bizonyos anyagrészeket megfogalmazni, és néha új utakat kellett keresnem, hogy megértsek



bizonyos fizikai törvényszerűségeket diákjaimmal. Ritkán jutottunk el megyei fizikaversenyekre, de a korábban végzett diákok visszajelzései megerősítettek abban, hogy a fizikához való pozitív hozzáállásuk az érettségi után is megmaradt.

A dolgozatban kifejtett projektek további részletei és egyéb alkalmazások a DVD mellékletben a tartalomjegyzék azonos című mappáiban találhatóak meg.



## 1. Projektmunka az áltudományos állítások cáfolására

A Nemzeti Alaptanterv a fizikatanítás fontos feladatákként jelöli meg az áltudományos tanok elleni felvilágosító tevékenységet. A tanár figyelmeztetésére szükség van, de ez korábbi tapasztalataim szerint önmagában kevés. Az igazán hatékony figyelemfelhívás az, ha a tanulók maguk tesznek erőfeszítéseket, hogy a tudományosnak tűnő állítást igazolják, illetve megcáfolják.

Az 2012-13 tanév során a 11. évfolyamos diákokkal végzett projektmunka egy példatári feladat nyilvános megoldása és az azt cáfoló szakfolyóirat-cikk kísérleti ellenőrzését végezték el kb. egy éves kitartó munkával. Ennek során nem csupán megismételve ellenőrizték a szakcikk kísérleti vizsgálatait, hanem saját mérési ötletekkel és módszerekkel ki is egészítették. A kísérleti eredmények egyértelműen igazolták, hogy a példatári feladat állításával ellentétben, a locsolás közben a levelekre került lencse alakú vízcseppek erős napsugárzás esetén sem égetik ki a növények leveleit. Elvileg ugyan lehetséges, hogy a domború felületű folyadékcseppek (olajcseppek) gyűjtőlencseként működve égési nyomokat okozzanak, a víz esetén azonban ilyen hatástól nem kell tartani. Ennek egyik meghatározó oka a cseppek párolgás miatt változó alakja és gyors eltűnése. A kísérleti munkában új módszerként kapott szerepet a csepp párolgás miatt folyamatosan változó alakjának idősrítéssel készült web-kamerás rögzítése és a képek számítógépes kiértékelése. A vízcseppek alakjának és optikai fókuszáló képességének kapcsolatát számítógépes szimulációs kísérletekkel vizsgáltuk. Ez utóbbiakban a középiskolás tanulók segítségével egyetemista tanárjelöltek is részt vettek a munkában. Az együttműködés mindkét fél számára inspiráló és eredményes volt.

A másik hasonló jellegű kísérleti projekt munkában a konyhai mikrohullámú melegítés káros voltáról a médiában időről időre megjelenő állítások egyikét vizsgáltuk meg. Ennek állítása szerint a mikrohullámmal kezelt (felforralt) víz káros hatással van az élővilágra, amit az igazol, hogy az ilyen vízzel locsolt növények elpusztulnak, vagy csak kevésbé fejlődnek. Az ellenőrző kísérletet, beleértve a kontrollméréseket is, a diákok önállóan tervezték meg. Ebben ismét szerepet kapott a web-kamerás számítógépes mérés technika is. A kísérlet eredménye minden kétséget kizáróan cáfolta a médiában nyilvánosságot kapott állítást, és igazolta, hogy a mikrohullámnak nincs olyan hatása, hogy az azzal kezelt vízzel történő locsolás káros lehet a növények fejlődésére. A kísérlet eredménye észrevehetően meglepte a diákoknak azt a csoportját, akik úgy gondolták, hogy a médiákban és az interneten megjelenő állítások, különösen azok, amiket valamiféle tudományos ízű titokzatosság körít, hitelt

érdemlően igazak. Bizton állíthatjuk, hogy az ilyen jellegű kísérleti projekt munkában való részvételnek szemléletformáló szerepe van a médiákban is gyakran megjelenő áltudományosság ellen. A projektben résztvevő tanulók később sem fogadták el a médiából származó információkat a tekintélyelvűsége miatt.

### 1.1. Kíégetheti-e a növények levelét a napsugárzás, a levélen megülő vízcseppeken fókuszálódva?

(Projekt munka középiskolás diákok és egyetemisták részvételével) [P1], [P4]

#### 1.1.1. Bevezetés

Tanítványaim, a Nagyecsed-i Református Líceum diákjai a 11. osztályban ismerkedtek meg az optika alapfogalmaival, többek között a vékony lencsék képalkotásával, nevezetesen sugármeneteivel. A diákok gyakran használják az egységes érettségi fizika feladatgyűjteményt a tanítási órákon és a házi feladatok elkészítése közben is. A feladatmegoldásaik során találtak az egységes érettségi feladatgyűjtemény 2152. feladatával (1.1. ábra). A feladat a nyári nagy melegben való locsolás káros következményeinek okait keresi.

**2152.** Nyáron, déli napsütésben nem ajánlatos a kertben locsolni, mert „megégnék” a növények levelei. Az alábbi magyarázatok közül csak egy fogadható el. Melyik az?  
A) Az elpárolgó víz gőzei okozzák a növények károsodását.  
B) A vízcseppek gyűjtőlencseként viselkednek, és a levelek felületére fókuszálják a napfényt.  
C) A felmelegedett növényi részek a hideg víz hatására hirtelen lehűlnek, s ez fejt ki olyan hatást, mintha megégnék volna.

*1.1. ábra: a 2152. feladat szövege.*

A tankönyvszerzők a feladat jó megoldásaként a B) választ jelölik meg.

A feladatra, illetve megoldására reflektál Horváth Gábor és munkatársai által jegyzett „Beégethetik-e napsütésben a leveleket a rájuk tapadt vízcseppek? Egy tévhitekkel terhes biooptikai probléma tisztázása.” c. Fizikai Szemlében megjelent szócikk [1,2]. A részletes kísérleti munkát bemutató cikk végkövetkeztetése ellentmond a feladat megoldásának: „Vizsgálataink alapján azt a végkövetkeztetést vontuk le, hogy az az általános vélekedés, miszerint a növényekhez tapadt vízcseppek apró nagyítólencséként összegyűjtve a napfényt mindig megégetik a leveleket, nem más, mint egy közkeletű tévhit.”

A szócikk és a feladatgyűjtemény ellentmondása erősen foglalkoztatta a gimnáziumi tanulókat, szerették volna a szócikkben olvasott kísérleteket megismételni és újra kiértékelni.

Tanítványaim érdeklődését felhasználva javasoltam, hogy az idei diákköri foglalkozások témája legyen a vízcseppek napsugarakat fókuszáló hatásának vizsgálata, de ne csupán megismételjük a Fizikai Szemle cikkének kísérleteit, hanem egészítsük is ki azokat új kísérletekkel. A diákoknak tetszett a javaslat, és rengeteg ötlettel álltak elő, hogyan is lehetne továbbfejleszteni, illetve kiegészíteni az eddigi kísérleteket. A projekt megtervezésekor, csakúgy, mint a megvalósítás során igyekeztem háttérbe húzódní. Jeleztem, hogy ez nem tanóra, ahol a tanár diktál, én sem tudom a biztos megoldásokat, de érdekel a téma és a csoport tagjaként szívesen részt veszek a munkában.

### **A projekt megtervezése**

A felmerült ötletek alapján született meg a projekt terve. Mivel a cikk szerzői a leveleken megálló vízcseppeket üveggolyókkal helyettesítették, mi elhatároztuk, hogy vízben duzzasztott gliceringolyókkal kísérletezünk. Ezt az is indokolta, hogy azok virágboltokban egyszerűen beszerezhetőek és nagy víztartalmuk miatt törésmutatójuk valószínűleg közelebb áll a víz törésmutatójához, mint az üvegéhez. Természetesen eldöntöttük azt is, hogy kiegészítésként megvizsgáljuk a gliceringolyók duzzadását vízben. Az iskolai optika tananyag csak a vékony lencsékkel foglalkozik, ezért elhatároztuk, hogy a gömblencsék fókuszáló sajátságait is megismerjük. A leveleken megülő vízcseppek alakja változó, vannak levelek, amiken a vízcsepp lapos lencse alakú, míg más esetekben szinte ideális gömb. A vízcsepp alakja a levél nedvesedési tulajdonságaitól függ, mivel ez sem tananyag, ezt a kérdést is jobban körbejártuk. A leveleken lévő vízcseppek a napon gyorsan párolognak, miközben alakjuk is változik és nyilván a fókuszáló képességük is. A diákok javasolták, hogy ne csupán vízzel és gliceringolyókkal, de más folyadék-cseppekkel is kísérletezzünk. Mivel a víz poláros folyadék célszerűnek látszott valami apoláros folyadékkal próbálkozni, így az olajra esett a választásunk. A cseppek levelekre gyakorolt hatását a Nagyecsedí Fűvészkertből kért páfrányfenyő/*Ginkgo biloba* és juharfa/*Acer platanoides*) levelein végeztük.

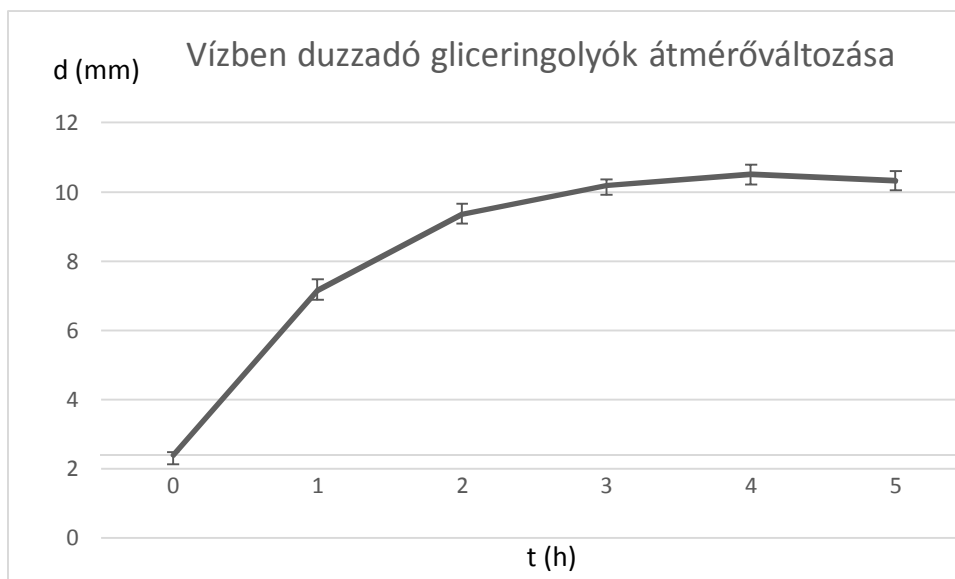
A diákok kisebb munkacsoportokat alakítva kiosztották egymás közt a feladatokat, amit szabad idejükben és általában otthon végeztek el. A heti rendszerességgel megtartott közös diákköri foglalkozáson mindenki beszámolt munkájáról, megbeszéltük a tapasztalatokat és pontosítottuk a következő hét munkaprogramját.

A gömblencsék optikai tulajdonságainak vizsgálata során felmerült, hogy a fénysugarak útját a gömbön keresztül érdemes lenne számítógépes szimulációval is nyomon követni. Felvettem, hogy vonjuk be a projektbe a Nyíregyházi Egyetem fizika tanár szakos

hallgatóit is, akiket gyakorlatvezetőként jól ismerek és oktatok, és akiknek a Számítógépes szimulációk módszertana c. tantárgyához jól illeszkedne a feladat. Az egyetemisták és a középiskolások is örömmel vették a javaslatot, így a projekt egy számítógépes szimulációs témával bővült. A szimulációt az egyetemisták végezték, de folyamatosan magyarázták a munkájukat a középiskolásoknak (ezzel is készülve későbbi tanári hivatásukra). A középiskolások mindvégig aktív érdeklődéssel követték a munkát és a szimuláció eredményeit igyekeztek saját közvetlen kísérletekkel is összevetni. Biztos vagyok benne, hogy középiskolás – egyetemista együttműködés mindkét csoport számára hasznos és érdekes volt.

### 1.1.2. Előkísérletek - a gliceringolyók vízfelvétele és vízleadása

A kereskedelmi forgalomban többféle méretű gliceringolyó kapható. Általában 2-4 mm kezdő átmérőjűek, és 10-20 mm átmérőre duzzadnak a vízbe helyezés után. A tapasztalat szerint a száraz gliceringolyók kemények, rugalmatlanok, míg a vízzel telített gliceringolyók puhák és rendkívül rugalmasak. A gliceringolyók duzzadásának folyamatát a diákok mérésekkel vizsgálták meg. 10 darab 2,4 mm átmérőjű gliceringolyót helyeztek vizet tartalmazó edénybe, és óránként megmérték a golyók átmérőjét (a szabálytalan alaknál a legnagyobb szélességet). A mérések eredményét a 1.2. ábra mutatja. A golyók átlagos átmérőiből kiszámolták az átlagos golyótérfogatot, és a víz-glicerin oldat koncentrációját (1.1. táblázat).

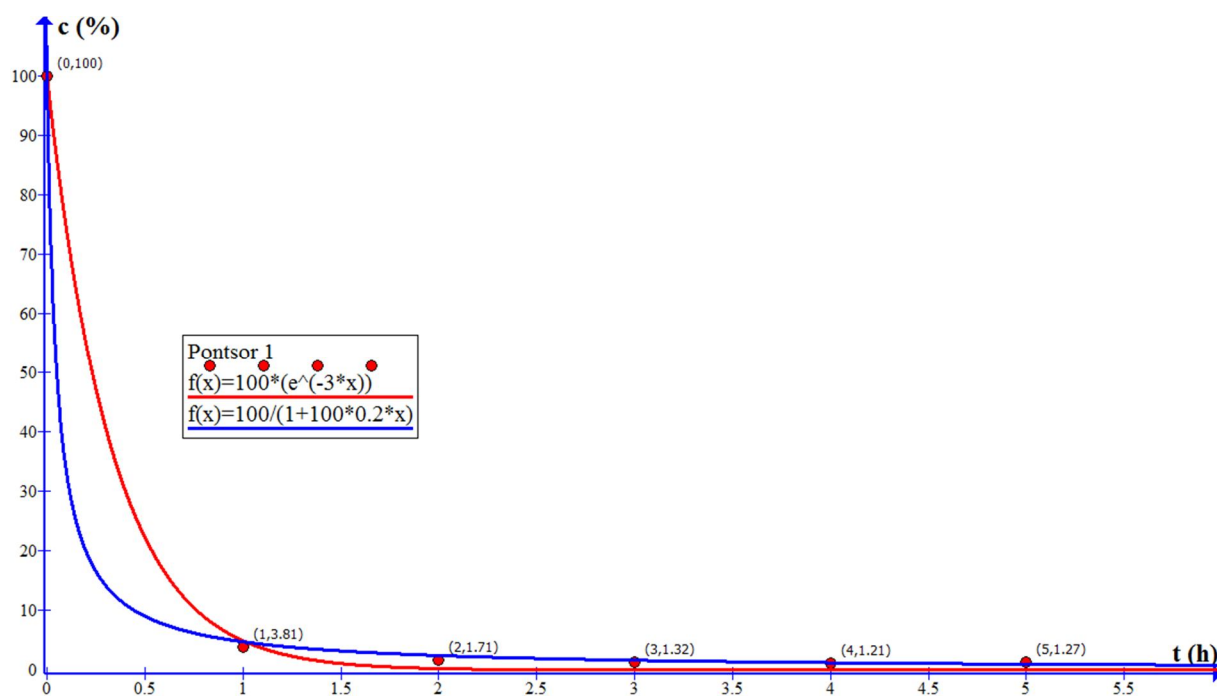


1.2. ábra: a gliceringolyók (10 darab) átmérőinek növekedése óránként mérve, szórással ábrázolva. A vízbe helyezett gliceringolyók már 4 óra alatt elérték a maximális térfogatukat, az átmeneti szakaszban szabálytalan formájúak voltak, csak a negyedik órában kezdtek teljesen kisimulni, ekkor már szabályos gömb alakot vettek fel.

t (h)	0	1	2	3	4	5
$\bar{V}_{oldat}$ (mm <sup>3</sup> )	7,33	192,19	427,99	554,01	606,13	577,16
$\bar{V}_{glicerin}$ (mm <sup>3</sup> )	7,33	7,33	7,33	7,33	7,33	7,33
c (%)	100	3,81	1,71	1,32	1,21	1,27

1.1. táblázat: az oldat és a glicerín térfogatából kiszámított koncentráció-értékek a különböző mérési időpontokban.

A mérés időpontjaihoz rendelt koncentráció-értékeket, mint pontsört ábrázoltuk a Graph [3] programmal, majd a pontokra exponenciális görbét ( $c=100*(e^{-3*x})$ ) és hiperbolát ( $c=100/(1+100*0.2*x)$ ) is illesztettünk.



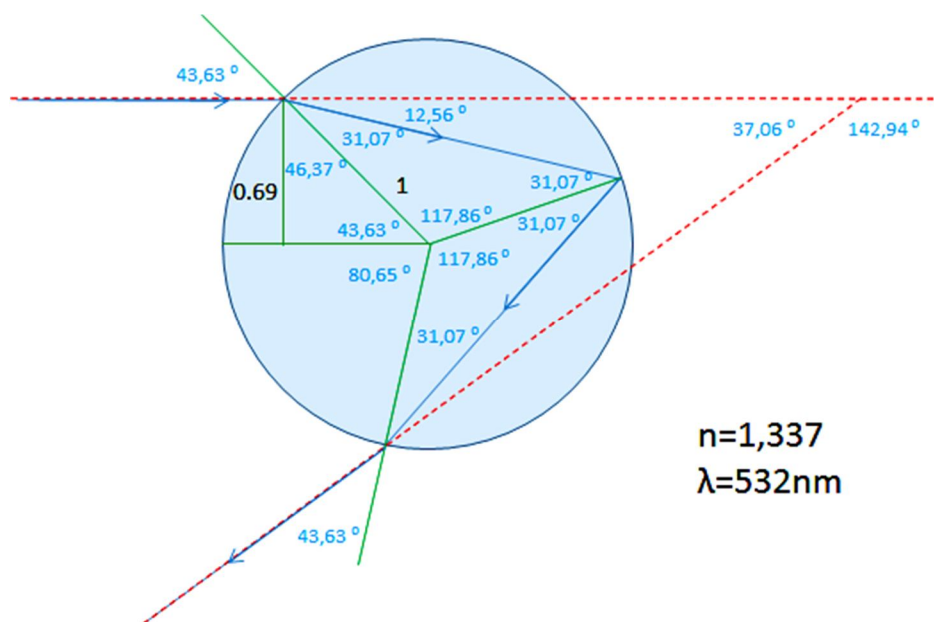
1.3. ábra: a mérési időpontokhoz tartozó koncentráció értékei a pontsorra illesztett görbékkel.

A tanulókkal közösen egy kis reakciókinetikai kirándulást tettünk az irodalomban, és megállapítottuk, hogy igazából nem jött létre teljesen új anyagi minőségű termék a gliceringolyó vízzel történő reakciójával, de a görbék alapján elmondható, hogy a golyók első- vagy másodrendű reakcióhoz hasonlatos átalakuláson mentek keresztül.

A gliceringolyó kiindulási térfogata közelítőleg  $7 \text{ mm}^3$ , a végleges térfogata pedig  $572 \text{ mm}^3$  volt, melynek alapján elmondható, hogy a vízben történt áztatás végén a gliceringolyó 98,72 térfogatszázalék vizet tartalmazott. Mértük a szabad levegőre kitett duzzadt gliceringolyók térfogatcsökkenését is. A tapasztalatok szerint térfogatcsökkenés sokkal lassúbb, mint a duzzadás. Legalább 6 órán keresztül a csökkenés még nem mérhető, a kiindulási méretére a gliceringolyó kb. 2 nap után zsugorodik össze. Tanulmányoztuk a megduzzadt gliceringolyó viselkedését intenzív napsugárzás hatására. Úgy tűnik, hogy a gyors párolgás miatt a vízvesztés a golyó külső rétegében jelentős. Erre utal, hogy a golyók jelentős hányadánál a méretek lényeges csökkenése nélkül a golyó felszíne, 7-8 óra után hártyaként felszakad. A megfigyelések igazolták, hogy a megduzzadt gliceringolyók víztartalma csak lassan csökken, így hosszabb időtartamú kísérletek elvégzésére is alkalmasak.

### 1.1.3. A gliceringolyók optikai vizsgálata

A 11. osztályban optikából a fénytörés alaptörvényével és a vékony lencsék képalkotásával foglalkozunk, tárgyaljuk a szivárvány jelenségét, mint a vízcseppek belső felületéről történő visszaverődést, de nem foglalkozunk a vastaglencsékkel vagy a gömblencsén áthaladó fénysugarakkal. A gömb alakú gliceringolyó optikai viselkedését a gömb alakú vízcseppehez hasonlítva vizsgáltuk meg. Vízcsepp esetén számítógépes program segítségével megszerkesztettük a szivárvány magyarázatánál is felhasznált kéthúros totálreflexió szimmetrikus sugármenetét (1.4. ábra), a törésmutató értékénél figyelembe véve a zöld lézersugár 532 nm-es hullámhosszát is.

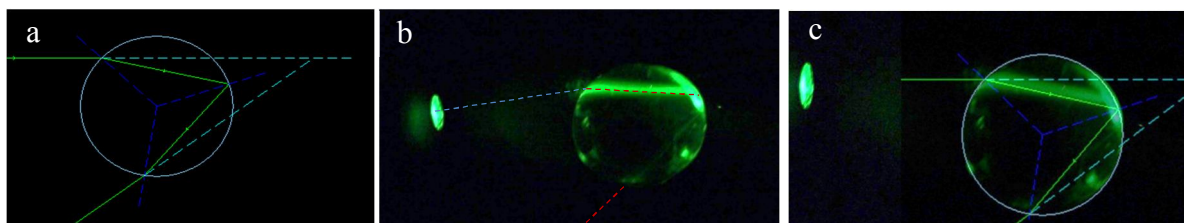




1.4. ábra: a tanulók gömb alakú vízcseppben, az átmérőitől  $\rho=0,69r$  távolságra párhuzamosan beeső fénysugar sugármeneteit megszerkesztették, a törési és visszaverődési szögeket kiszámították.

Ezután a gliceringolyót lézerrel megvilágítva hasonló sugármenetet állítottunk be és oldalról lefotóztuk. (A gliceringolyó apró inhomogenitásain a fény szóródik ezért a fényút oldalról jól látható.)

A 1.5. ábra a szerkesztett (a) és a fotózott (b) fényutat, illetve a kettő jó egybeesését (c) mutatja. A kísérlet adatai alapján kiszámított kéthúros eltérülési szög, a kísérlet során kapott szögértékek és a szimuláció között csak kis különbség adódott (a különbség kisebb, mint  $2^\circ$

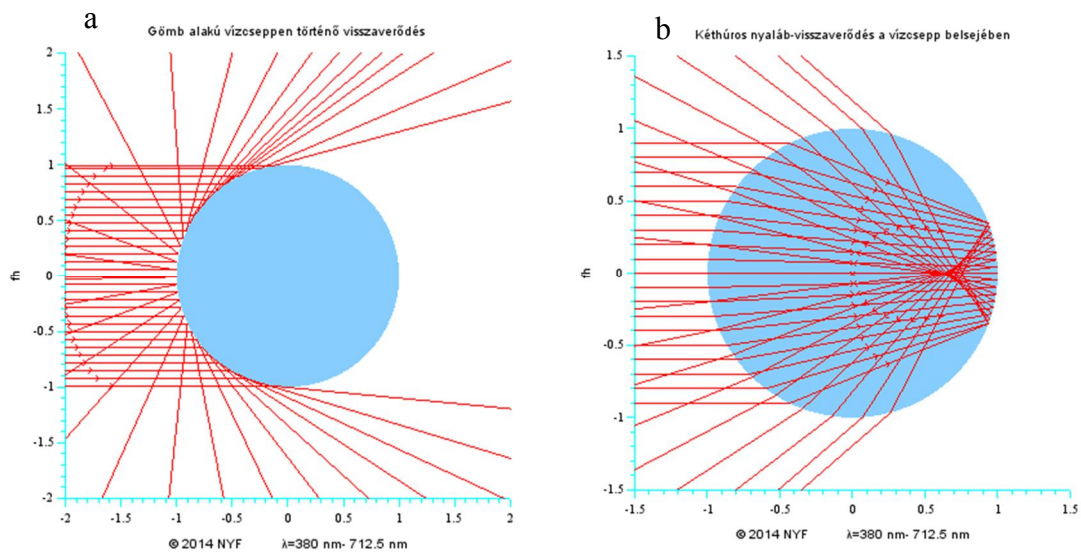


volt).

1.5. ábra: az a) ábrán a kísérlet adataival lefutott kéthúros szimuláció, a b) ábrán a kísérlet sugármeneteiről készített fénykép, a c) ábrán a szögegyezés ellenőrzése a) és b) képek fedésbe hozásával láthatók.

A gömb alakú vízcseppre számított és a gliceringolyón méréssel meghatározott sugármenetek jó egyezése meggyőzően bizonyította a középiskolás és a munkába itt bekapcsolódó egyetemista diákok számára is, hogy további kísérleteinkben a gliceringolyóval jól modellezhetjük a gömb alakú vízcseppek fókuszáló tulajdonságait.

A 1.5. ábra szerinti kísérlet során speciális sugármeneteket vizsgáltunk, ami jól mutatta a vízcsepp és a gliceringolyó optikai hasonlóságát, de nem adott információkat a gömbök fókuszáló tulajdonságára. A speciális sugármenetek esetén eredményes szerkesztés a gömbre eső napfény párhuzamos sugarainak változó beesési szöge miatt sok sugárra elvégezve reménytelen munkának tűnt. A munkába bekapcsolódó egyetemi hallgatók ezért számítógépes szimulációs programot írtak a Scilab [4] programmal, ami bemutatta, hogy a cseppre eső párhuzamos fénynyaláb sugarai milyen irányokban verődnek vissza a csepp felületéről, illetve megtörés után, hogy haladnak a gömb belsejében, majd ismételt törés után milyen irányokban lépnek ki a gömbből. A szimulációs program futtatható beállított hullámhosszúságú monokromatikus fényre, azaz a víz adott fényre vonatkoztatott törésmutatóját alapul véve. A szimulációban állítható a vizsgált fénysugarak száma is.



1.6. ábra: a) a gömb alakú vízcseppről elsődlegesen visszaverődött fénysugarak, b) a két húros belső visszaverődés sugármenetei láthatóak.

A szimuláció (1.6. a) ábra) bemutatta a vízcseppről elsődlegesen visszaverődött fénysugarakat (a beeső fény 5-10%-a). A vízcsepp belső felületén visszaverődő fénysugarak a vízcsepp belsejében fókuszálódnak (1.6. b) ábra). Mindkét bemutatott eset veszélytelen a vízcsepp alatti levélfelület számára.

#### 1.1.4. A gömb alakú csepp fénygyűjtő-képességének vizsgálata

##### 1.1.4.1. Kísérletezés vízzel teli lombikkal

A gömb alakú csepp fénygyűjtő-képességét a középiskolás diákok vízzel telt gömblombikkal végzett kísérlettel modellezték. A gömblombikot oldalról a körkeresztmetszetű párhuzamos fénynyalábbal világították meg, és a gömbön áthaladó fényt a megvilágítás irányára merőleges ernyőn fogták fel. Az ernyőt mozgatva megkeresték azt az optimális távolságot, aminél a lombikon áthaladó fénynyaláb a legkisebb átmérőjű körterületre koncentrálódik. Ez a kör a gömblencse fókusz-foltja. A tapasztalat szerint a lombik és az ernyő ilyenkor nem érintkezik, köztük néhány cm légrés van. Ez azt mutatja, hogy a merőleges beesésénél a levélen ülő vízcsepp nem a közvetlenül alatta lévő levélfelületre fókuszál. Ha a modell kísérletben az ernyő síkját elforgatjuk, a fókuszfolt körből ellipszissé torzul, miközben a megvilágítás erőssége alig változik. Ilyenkor az elforgatott ernyő a fókuszfolttól kicsit távolabb érintkezett a lombik falával. A kísérlet azt az esetet modellezi, amikor a napfény ferdén esik a levélen ülő vízcsepre. Ilyenkor a levelek felületére fókuszálódhat a napsugárzás.



1.7. ábra: gömb alakú vízcseppek fénygyűjtő-képességének vizsgálata párhuzamos fénynyalábbal történő átvilágításkor. A képen jelezve van az optikai tengely.

A gömblombikos kísérlet igazolta, hogy a levélen ülő gömb alakú vízcseppek képesek összegyűjteni a napfényt, de az intenzív fókuszálás csak ferde fénybeesésénél, tehát nem délben, hanem inkább délelőtt vagy késő délután veszélyeztetheti beégéssel a levelek felületét.

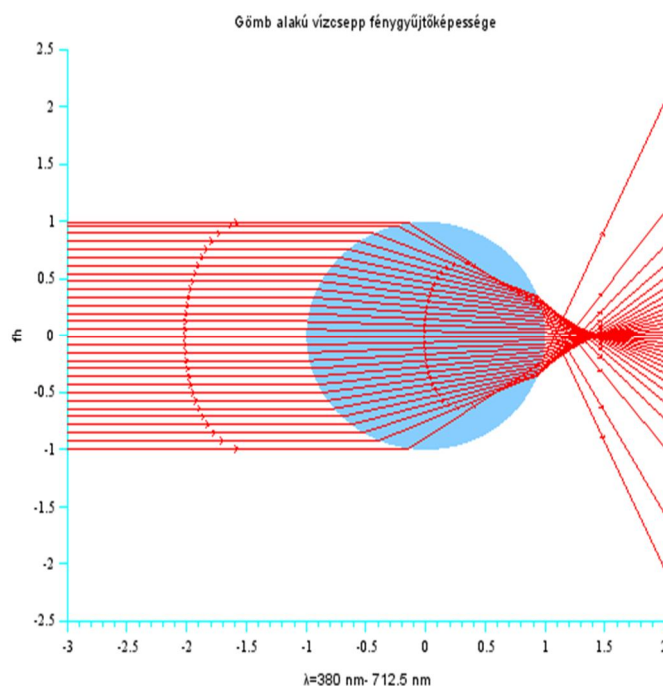
A 1.8. ábra fotója a levelekre helyezett gliceringolyó napfény-fókuszáló hatását mutatja délutáni megvilágításban. Jól látszik, hogy a középső golyó fókusz távolsága lényegesen nagyobb a golyó a sugaránál.



1.8. ábra: késő délután intenzívebb a vizes gliceringolyók által fókuszált napfény égető hatása, ahogy azt a lombikos kísérlet mutatta.

#### 1.1.4.2. Gömblencsék fénygyűjtő-képesség vizsgálata szimulációval

A modellkísérletek eredményeit az egyetemi hallgatók számítógépes szimulációk készítésével erősítették meg. A szimuláció gömb alakú vízcsepp fókuszáló hatásának vizsgálatára készült. A programban változtatni lehet a vízcsepp nagyságát és törésmutatóját, a fénynyaláb átmérőjét, beesési irányát és az ábrázolt fénysugár-vonalak sűrűségét. A szimuláció eredménye jól egyezett a modellkísérlet tapasztalataival (1.9. ábra).



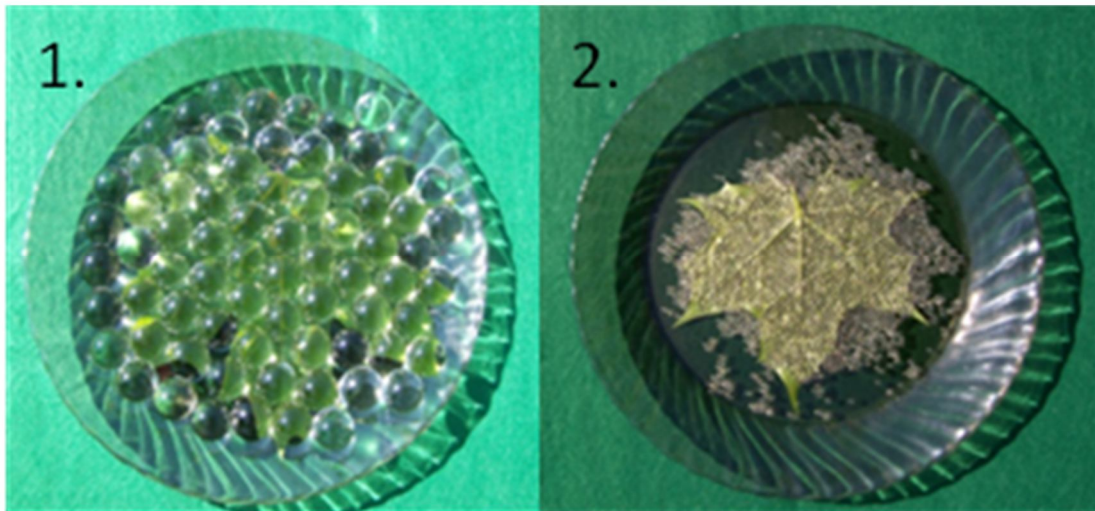
1.9. ábra: a szimuláció jól mutatja, hogy a párhuzamosan beérkező fénysugarak a gömbön kívül fókuszálódnak.

A vízcseppen átjutó fénysugarak (a beeső fénysugarak kb. 70-80%-a) esetében a konvergens nyaláb fókuszpontja a cseppen kívülre esik. A szimulációs ábra alapján is megállapítható, hogy vízszintes levélen elhelyezkedő gömbszerű vízcseppben, a fókuszpont délben a levél alá kerülne.

#### 1.1.4.3. Kísérletezés a szabadban

A szabadban végzett kísérletekkel a fókuszált napsugárzás károsító hatását vizsgáltuk faleveleken. A kísérlet összeállításánál követtük a Fizikai Szemle cikkében leírtakat, de üveggolyók helyett mi vízben duzzasztott gliceringolyókkal és kétféle olajjal kísérleteztünk. Az első kísérletben két juharlevelet helyeztünk el egy-egy átlátszó üvegtálra: egyet fonákkal, egyet pedig a színével fölfelé (1.10. ábra). A levelekre gliceringolyókat helyeztünk és a

tálat délelőtt 9 órától délután 15 óráig, hat órán keresztül folyamatos napsugárzásnak tettük ki.



*1.10. ábra: a gimnazisták azonos méretű üvegtálba helyezték ugyanazon juharfa egy-egy levelét, az 1. tábla színével fölfelé, a 2. tábla pedig fonákkal fölfelé. Az 1. és 2. táblaiban 20, illetve 2 mm átmérőjű, vízben áztatott gliceringolyókkal fedték le teljesen a leveleket.*

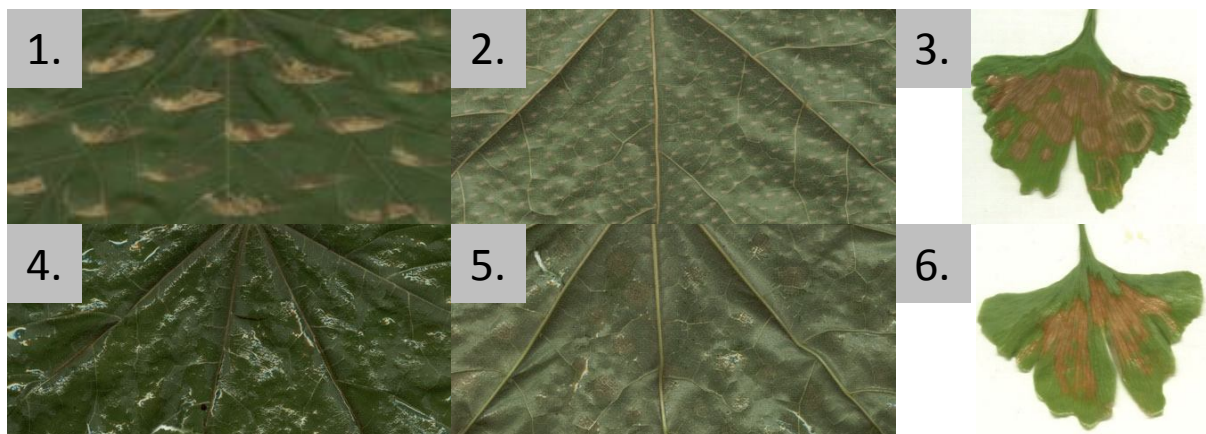
A második kísérletben olajcseppek hatását vizsgáltuk páfrányfenyő és juharfa levelein. A leveleket a szélükön üveglapra ragasztottuk, majd pipettával étolaj és szintetikus motorolaj cseppeket helyeztünk a levelekre. Végül az így elkészült preparátumokat a kitettük a napra.

A harmadik kísérlet elrendezése teljesen hasonló volt az előző két kísérletéhez, de most a leveleket rövidebb ideig, és csak délután (15:00-17:00) helyeztük ki a napra.

Mindhárom összeállításban referencia-kísérleteket is végeztünk annak igazolására, hogy a leveleken sérüléseit biztosan nem a cseppek anyaga okozta a levélen. A referencia kísérletben a preparátumokat szintén szabadban, de árnyékban tartottuk a napoztatás idejéig.

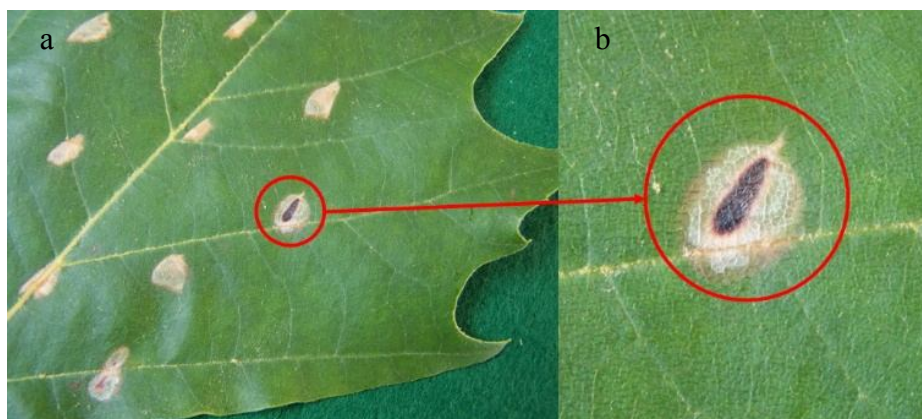
#### **1.1.4.3.1. Kísérleti eredmények**

A napoztatási kísérletek végén égésnyomokat keresve átvizsgáltuk a leveleket. Megállapítottuk, hogy égésnyomok csak a napra kitett leveleken mutatkoztak, az árnyékba helyezett leveleken sérüléseket nem lehetett megfigyelni. A napra tett juharleveleken a gliceringolyók hatására égésnyomok mutatkoztak. Hasonlón egyértelmű volt a páfránylevelek beégése az olajcseppek alatt. A juharleveleken azonban az olajcseppek nem okoztak égési sérülést. (1.11. ábra).



1.11. ábra: az 1. képen a vízbe áztatott 20 mm-es gliceringolyók alatti juharlevél, a 2. képen a vízbe áztatott 2 mm-es gliceringolyók alatti juharlevél látható 6 órás napbesugárzás után. Megfigyelhetők az égésnyomok és azok alakjának elnyúlása a Nap viszonylagos mozgása miatt. A 4. és 5. képen az olajcseppes juharlevelek láthatók 6 órás napbesugárzás után, ekkor égésnyomok nem keletkeztek. A 3. és 6. képen az olajcseppek hatására beégett nyomok láthatók a páfrányfenyő levelein.

A rövidebb napoztatással délután végzett 3. kísérletben az égésnyomok kiterjedése kisebb volt, mint a déli napoztatás esetén, de a sötétebb elszíneződés nagyobb lokális károsodást jelzett. (1.12. ábra). A megfigyelés jó összhangban van a modellkísérlet tapasztalataival, ami megmutatta, hogy a gömblencse ferde fénybeesése esetén jobban fókuszál a vele érintkező felületre, mint merőleges beesés esetén.



1.12. ábra: egy 15:00 órától 17:00 óráig tartó kísérlet eredményei. Az a) ábra: a napra kihelyezett 20 mm-es vizes gliceringolyókkal fedett juharlevél beégéseit mutatja. A b) ábrán a beégések egyike háromszoros nagytűsben látható.

#### 1.1.4.4. A kritikus lokális energiasűrűség közelítő számítása

A leveleken megfigyelt égésnyomok jelzik, hogy a fókuszált napfény energiája meghaladta azt a kritikus értéket, amit a levél még károsodás nélkül elviselne. Kísérleteink alapján megbecsültük, mennyi napenergiát koncentráltak a cseppek a levél beégett felületére.

A levél beégetett felületére eső lokális energiasűrűséget a gliceringolyós kísérleti eredmények felhasználásával az alábbi számítással becsülték meg a középiskolás diákok.

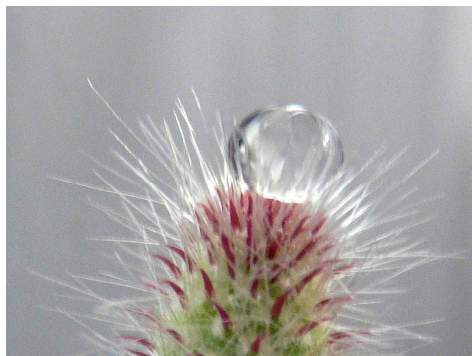
A beeső napsugárzással  $1 \text{ m}^2$ -nyi merőleges felületre  $1 \text{ s}$  alatt átlagosan  $1388 \text{ J}$  energia jut. Ezt nevezzük napállandónak  $S=1388 \text{ J/m}^2\text{s}$ . A gömb alakú gliceringolyó napsugarakra merőleges hatáskeresztmetszete a beesés irányától függetlenül a gömbi főkör területe  $A= R^2 \pi$ , ahol  $R=0,005\text{m}$  a gliceringömb sugara. Ezt alapul véve a gliceringömbre  $\Delta t$  idő alatt eső napenergia becsült értéke  $E= SA\Delta t$ . Ha a napoztatás ideje  $2 \text{ óra} = 7200 \text{ sec}$ , akkor a beeső energia mértéke  $E \approx 720 \text{ J}$ . Ezt az energiát a golyó kisebb ellipszis-szerű foltba gyűjti össze. A folt területén a levél beég, így az égésnyom lemérésével a fókusz-folt területe meghatározható. A méréshez az égésnyomot merőleges irányból lefotóztuk, majd a WebCam Laboratory számítógépes mérőprogrammal a foton lemértük a folt területét. A méréshez a fotó nagyítását hitelesíteni kellett, amihez egy hasonló távolságból fotózott vonalzó  $\text{mm}$  –skálája szolgált referenciaként. Egy égésnyom területének átlagos értéke  $13 \text{ mm}^2$  nagyságúnak adódott. A gliceringolyó által beégetett  $13 \text{ mm}^2$  foltra két óra alatt jutó energia értéke elvi értéke  $720 \text{ J}$  lehet. A valóságban ettől számottevően kisebb értékről lehet szó. A napsugárzás energiájának egy része már a Föld felső légkörében visszaverődik, illetve elnyelődik. Helyi időjárási tényezők, pl. a levegő páratartalma, mérés hosszú ideje alatt átmeneti felhősödés is vagy más árnyékolás is csökkentheti az effektív energiát. A gliceringolyón is fellépnek veszteségek. A korábbiakban már volt szó a gömblencse külső és belső felületein történő visszaverődésről, stb.

A fentiek alapján nagyvonalúan feltételezhetjük, hogy a levelet beégető energia az elméletileg kapott sugárzási energia fele, azaz kb.  $360 \text{ Joule}$ . Ha a juharlevélen beégett folt felülete  $13 \text{ mm}^2$ , és a levél vastagságát  $0,2 \text{ mm}$ -nyire becsüljük, úgy a megégetett levél-anyag térfogata  $2,6 \text{ mm}^3$ . Feltéve, hogy a növényi szövet döntő része víz, a levelet beégető energia mennyiségét a sérült levéltérfogattal egyenlő térfogatú víz forráspontig történő felmelegítéséhez és elforrálásához szükséges energiához viszonyíthatjuk. Az elemi kalorikus számítás eredményeként kapjuk, hogy  $2,6 \text{ mm}^3$  víz felmelegítéséhez és elforrálásához szükséges energia kb.  $7 \text{ J}$ , ami csak ötvened része a napsugárzás koncentrált energiájának. A nagyságrendi különbség azt jelzi, hogy a levél károsodása nem csupán lokális vízvesztés és kiszáradás, hanem más szerkezeti változásoknak is fontos szerepe lehet a változásokban.

#### **1.1.5. A nedvesítés hatása a cseppek alakjára és fénygyűjtő-képességére**

### 1.1.5.1. Nedvesítési határszögek mérése

A növényeken csak ritkán figyelhetők meg gömb alakú vízcseppek, általában csak akkor, ha a levelek felületén apró tüskék vagy szőrök találhatóak (1.13. ábra).



*1.13. ábra: a tanulók által az otthonukban készített fényképek egyike: a kaktusz apró tüskéin a vízcseppek közel gömbalakot vesznek fel.*

A legtöbb levélen a folyadékcsepp (vízcsepp, olajcsepp) belapult gömbre emlékeztet. A lapultság mértéke a növényre és a folyadékra együtt jellemző. A középiskolai tantervi anyagban nem szerepelnek a folyadékok felületi sajátságai, így a nedvesítési problémák és a cseppek alakjának megértése is kimaradt. A projektben résztvevő diákok gyorsan megértették, hogy a levelekre helyezett cseppek optikai fókuszáló tulajdonságai nem függetlenek a csepp geometriai alakjától, ezért a projekt sikere érdekében a fizikai és kémia határterületére eső speciális témával, a nedvesedési problémákkal is meg kell ismerkedniük. A legalapvetőbb ismeretekről, így az intermolekuláris erők által meghatározott határfelületi erőkről (felületi feszültség) és a nedvesítési határszögről, ami a csepp alakját leginkább jellemzi, először bevezető fizikai-kémia tankönyvekből és internetes honlapokból tájékozódtak a diákok, majd közös foglalkozáson részletesen átbeszéltük a tanultakat. Megállapodtunk abban, hogy a levelekre helyezett folyadékcseppek nedvesítési határszögét és a csepp oldalnézeti alakját web kamerával fotózzuk, és a WebCam Laboratory [5] mérőszoftverével mérjük a szöget. Elhatároztuk, hogy ugyanilyen módszerrel sorozatfelvételeket készítünk a folyamatosan párolgó cseppekről, hogy így megvizsgáljuk alakjuk időbeli változását is.

A vizsgálatokhoz a begyűjtött levelekből négyzet alakú szeleteket vágtak ki a diákok, majd kifeszítették egy műanyag lapra átlátszó műanyag ragasztószalaggal úgy, hogy a levélnégyzet egyik oldala a műanyag lap szélénél szabad legyen. Pipettával cseppet helyeztek a lap szélén a levélre, majd a web-kamera objektívjét a levél síkjába helyezve oldalnézetből fotókat készítettek a csepről.

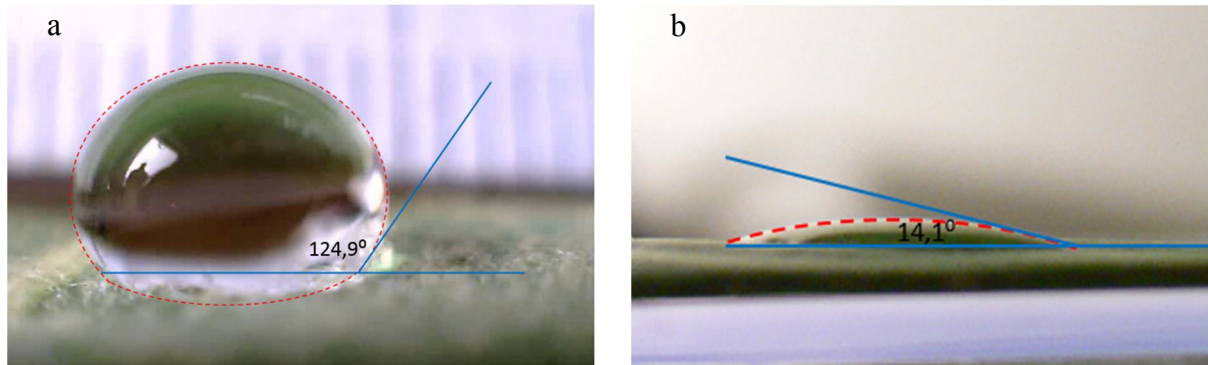
A nedvesítési határszög egyszerűen megmérhető, ha a felület síkjában oldalról nézünk a csepre. A nedvesítési szöget a szakkönyvekben szokásosan a  $\theta$  görög betű jelöli.



A  $\theta$  szög értéke szerint minősítjük, mennyire nedvesíti a folyadék a felületet:

Ha a nedvesítési határszög kisebb, mint  $90^\circ$ , részlegesen nedvesíti a csepp a levelet, ha nagyobb  $90^\circ$ -nál, akkor részleges nem nedvesítésről beszélünk.

A diákok a fotókon a cseppformákra ellipsziseket illesztettek, berajzolták az alapvonalat, majd az ellipszis és az alapvonal metszéspontjából érintőt húztak az ellipsziszhez és lemérték a nedvesítési határszöget. (1.14. ábra).

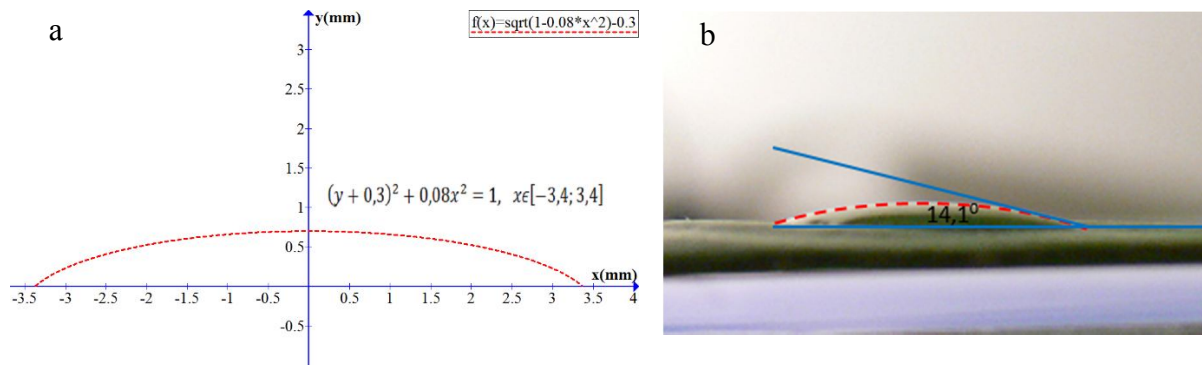


1.14. ábra: a levelek fajtájától függően találtunk a)  $90^\circ$ -nál nagyobb (platán) és b) kisebb (fikusz) nedvesítési peremszöget is.

A csepp oldalnézeti képére rajzolt ellipszis fotón lemért jellemző adatait és a határszög mért értékét felhasználva a középiskolásokkal együttműködő egyetemista csoport felhasználta, hogy számítógépes szimulációkat készítsen az adott alakú cseppek optikai viselkedésére.

#### 1.1.5.2. Különböző alakú vízcseppek fókuszáló tulajdonságainak vizsgálata számítógépes szimulációval

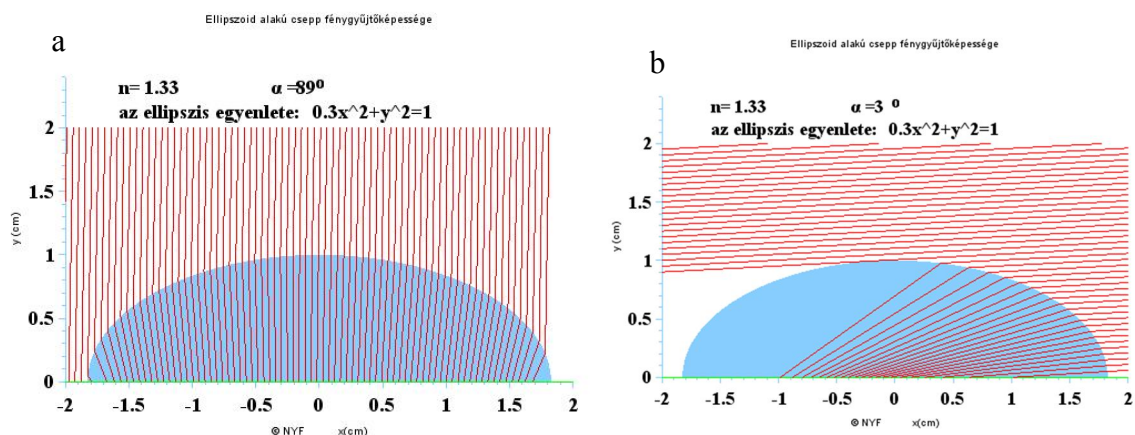
A vízcseppek alakja a  $90^\circ$ -nál kisebb nedvesítési határszög szög esetén jól közelíthető forgási ellipszoiddal (1.15. ábra). Az ellipszoidot alulról elmetsző vízszintes sík a levél felülete, erre merőleges függőleges síkkal metszve az ellipszoidot, alul levágott ellipsziseket kapunk.



1.15. ábra: a hallgatók matematikai függvényekkel közelítették a cseppek alakjait.

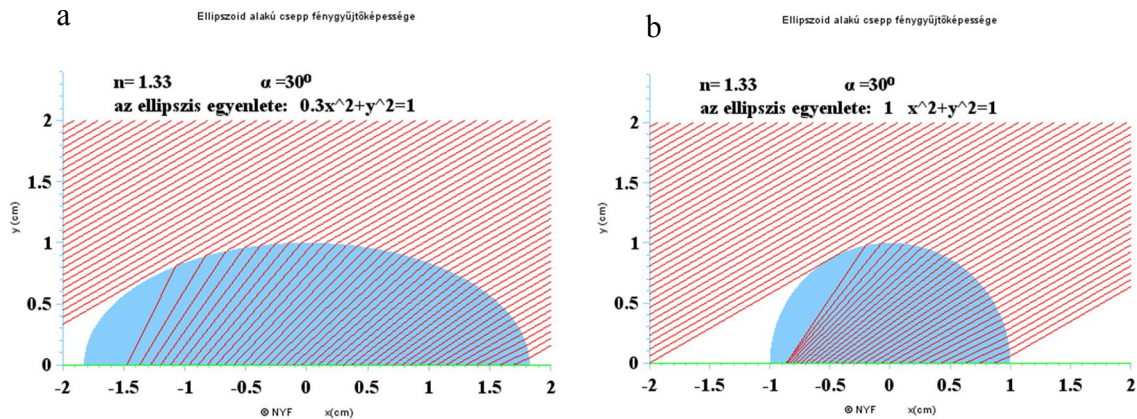
Ezek közül a legnagyobb, az ún. főellipszis, aminek határvonala az oldalnézeti fotón a csepp határvonalaként figyelhető meg. Az egyetemisták - a középiskolások asszisztálásával - a Graph program segítségével a fotó alapján meghatározták a főellipszis adatait, és felírták az ellipszis egyenletét, amit azután, mint fénytörési határvonalat kezeltek az optikai szimulációk során. A szimulációk során azt vizsgálták, hogy a Napból jövő párhuzamos sugarak a csepp felületén megtörve hogyan haladnak a csepp belsejében és mennyire fókuszálódnak a csepp alatti levél valamely részén. Vizsgálták azt is, hogy a miként változik az adott alakú csepp fókuszáló hatása, ha a beeső fény iránya a különböző napszakoknak megfelelően változik (1.16. ábra). A szimulációs számítások eredményeit a számítógépes ábrákon jelenítettük meg. Az ábrák az adott irányból beeső a csepp felületén fénytörést szenvedő sugarak útját mutatják, a csepp belsejében a sugársűrűség növekedése jelzi a csepp fókuszáló hatását.

A 1.17. a) és b) ábra két szimulációs rajza az azonos irányból érkező fénynyaláb sugarainak fénytörését szemlélteti laposabb és domborúbb alakú vízcsepp esetén.



1.16. a) ábra: a levélre közel merőlegesen beeső déli napsugárzást az adott alakú vízcsepp gyakorlatilag nem fókuszálja, a csepp biztosan nem okoz égésnyomot a levélen. b) ábra: a lenyugvó nap laposan érkező sugarai közül csak kevés lép be a vízcsepp belsejébe, de a bejutó sugarak fókuszálódnak a csepp közepén. Mivel a csepp hatáskeresztmetszete az oldalról jövő napsugárzás esetén kicsi a levél beégése kevésbé valószínű. (A csepp alakja megegyezik az előző szimuláció a) cseppjével.).

A 1.17. ábrán bemutatott két szimuláció azt példázza, hogy azonos irányból jövő napsugárzás esetén a csepp formája hogyan befolyásolja a fókuszálást.



1.17. a) ábra: a közepesen görbült csepp felületén, a ferdén beeső napsugarak megtörnek, de a levélen nem koncentrálnak, beégéstől nem kell tartani. b) ábra: a beeső fényirány az előző szimulációhoz képest nem változott, a görbültebb csepp határán a fénysugarak megtörnek, de csak kissé koncentrálnak a csepp bal oldalán.

A szimulációs vizsgálatok szerint az erősen görbült cseppformánál, és a levelekre laposabb szögben érkező napsugárzás (délelőtt, délután) esetén várhatjuk a levelek beégését.

### 1.1.6. A párolgás hatása a cseppek fénygyűjtő-képességére

Amint a szimulációs kísérletek mutatták, a levélre került vízcseppek fókuszáló hatása függ a csepp alakjától. Mivel a víz a napon gyorsan párolog, érdemes megvizsgálni hogyan változik a párolgás hatására a csepp alakja, azaz, milyen hatása lehet a párolgásnak a csepp fókuszáló képességére.

#### 1.1.6.1. A vízcseppek párolgása

A csepp alakjának változását a párolgás hatására a középiskolás diákok a WebCam – Laboratory web kamerás mérőprogram „Time-lapse” funkcióját használva „in situ” mérték, egészen a csepp teljes eltűnéséig. A párolgást a napra kitett cseppeken és árnyékban egyaránt vizsgálták. A kísérleti összeállítás hasonló volt a nedvesítési szög mérésénél alkalmazotthoz. A *páfrányfenyő* és *juhar* leveleket a korábban leírtakhoz hasonlóan műanyaglemezsre rögzítették, majd pipettával mindegyik levélfajtára cseppentettek csapvizet, illetve esővizet. A web kamerát a cseppek magasságába állították és a cseppeket oldalról fotózták. A beállítást a stand-fotó mutatja.



*1.18. ábra: a levelekre helyezett vízcseppekről 30-60 másodpercenként web kamerával oldalról fényképeket készített az alkalmazott szoftver.*

A mérőprogram biztosítja, hogy kívánság szerint előre beállított időközönként a kamera automatikusan fotót készítsen a megfigyelni kívánt objektumról. Az elkészített fényképek egyenként tanulmányozhatók vagy akár egymáshoz kapcsolva 24 fotó/másodperc sebességgel vetítve filmként is megjeleníthetők. Ez utóbbi esetben a lassú változásokat a valós időhöz képest többszörösére felgyorsítva folyamatukban vizsgálhatjuk. A cseppek alakváltozásának tanulmányozására mindkét lehetőséget felhasználtuk. Az egymás utáni fotókon mértük a csepp magasságának és szélességének, ill. nedvesítési határszögének értékeit, de a diákok nagyon élvezték a képkockák videóként történő vetítését, a csepp összezsugorodásának és eltűnésének gyorsított folyamatát. A fotósorozatok alapján természetesen a cseppek teljes elpárolgásának idejét is minden esetben meghatároztuk.

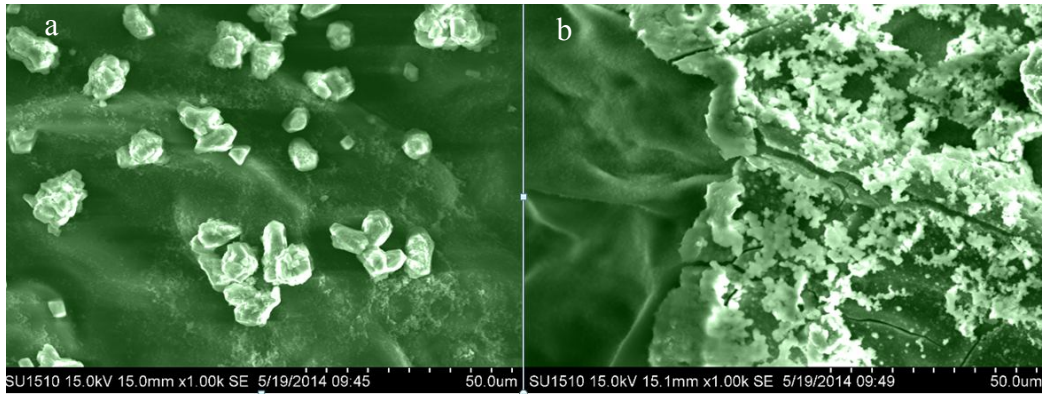
A kísérletek alapján számszerűsíthettük a mindenki által tudott eredményeket, azaz, a napon a cseppek hamarabb elpárolognak, mint árnyékban. A levél fajtájától a párolgási idő nem igazán különbözött. A tanulók esővízzel és csapvízzel is kísérleteztek, de a párolgási időkben nem találtak különbséget.

A cseppek alakjának vizsgálata érdekes és többek számára váratlan eredményt hozott, a csepp levéllel érintkező felülete alig változott, miközben a csepp magassága, görbülete és ezekkel együtt a nedvesítési határszög értéke is folyamatosan csökkent. A 1.19. ábra két fotója jól mutatja a csepp alakváltozását. A két felvétel között kb. 17 perc telt el.



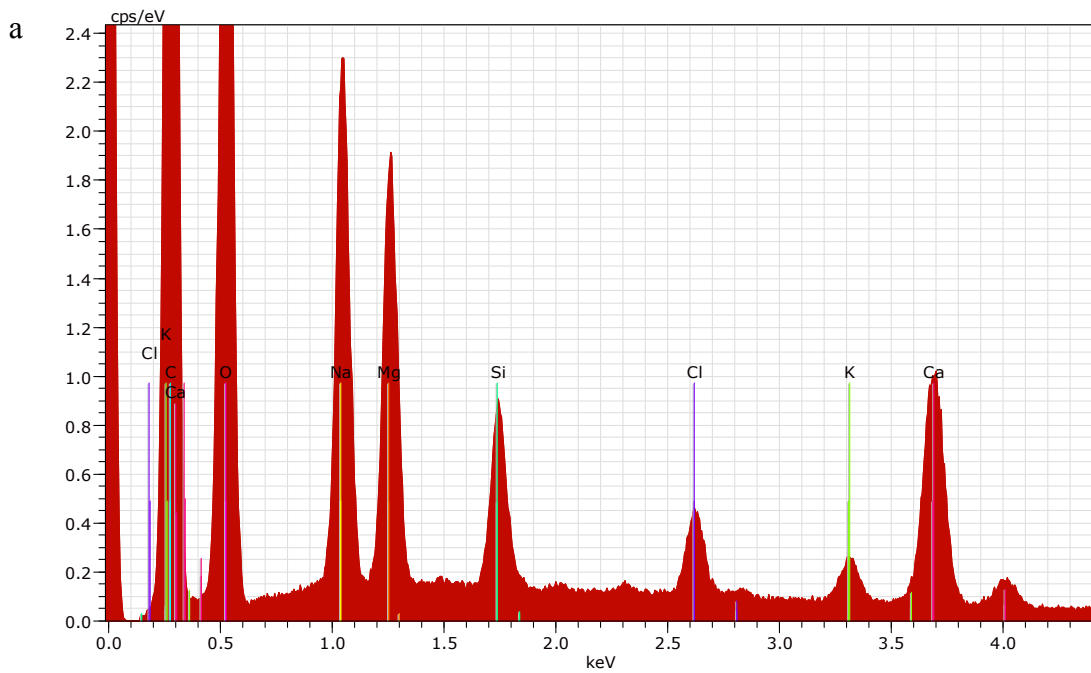
*1.19. ábra: a cseppek párolgás közben változtatják alakjukat: idővel egyre laposabbak lesznek.*

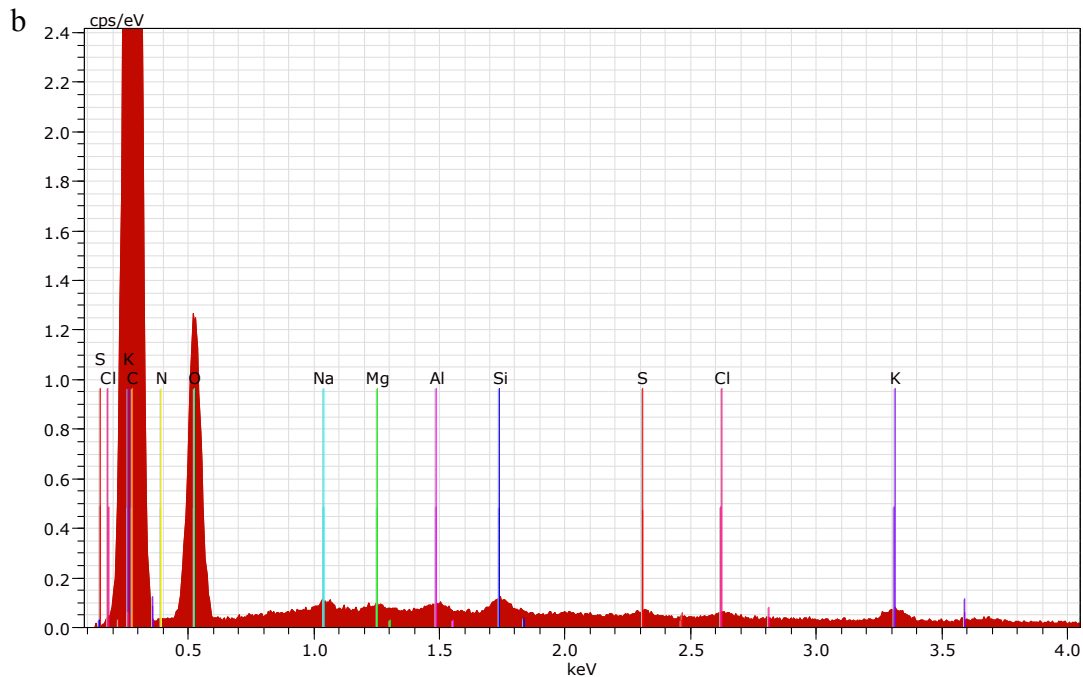
A megfigyelés önmagában érdekesnek bizonyult, de a jelenség magyarázata is foglalkoztatta a csapatot. A magyarázat keresése közben számos olyan jelenséghez eljutottunk, aminek valószínűsíthető szerepe lehet a csepp alakváltozásában. Ilyen a görbült felületek görbület mértékétől függő párolgási sebessége (a domború görbület és kisebb görbületi sugár esetén a folyadék lokális párolgása gyorsabb), de szerepet játszhat a felületi feszültség hőmérsékletfüggése, de akár az is, hogy a csepp vize nyilván tartalmaz többkevesebb oldott anyagot is, ami a párolgás során nem távozik el, így az oldat fokozatosan töményedik, ami nyilván megváltoztatja a felületi feszültséget és így a nedvesítési szöget is. Ez a magyarázat azért is reálisnak tűnt, mert a víz elpárolgása után a csepp helyén, a levélre tapadva jól láthatóan maradt vissza valami anyag. A WebCam Laboratory Mikroszkóp programjával kb. 80-100 szoros nagyításban meg is vizsgáltuk a levelekre letapadt „maradékot”, de a nagyítás nem volt elég ahhoz, hogy érdemi következtetésre jussunk. A felmerült kérdést így nem sikerült önerőből megnyugtatóan megválaszolni. Hogy legalább a párolgás után a leveleken visszamaradt anyagról többet megtudjunk, látogatást szerveztem a Nyíregyházi Főiskola elektronmikroszkóp laboratóriumába, hogy ott, szakértő segítségével, többet tudjunk meg a levélen visszamaradt anyagról. A tanulmányi kirándulásra készülve megbeszéltük a pásztázó elektronmikroszkóp működésének alapjait, a képalkotást, a várható nagyítást, és az elektronmikroszkóppal végezhető analitikai eljárás lényegét is, amitől a maradék anyag kémiai azonosítását vártuk. Ilyen előkészületek után a laborlátogatás nagy élmény volt a diákoknak. Nagyon figyeltek, minden részlet érdekelte őket, és nagy örömmel hozták magukkal a levelekről a Hitachi Scanning Microscope SU1510 típusú elektronmikroszkóppal készített képeket, amin apró kristályos szemcséket lehet látni (1.20. ábra). Külön izgalmas kérdés volt annak tisztázása, hogy itt a képet a mintáról visszavert elektronok becsapódási helyéből és energiájából a számítógép állítja elő, és teszi szemmel megfigyelhetővé. Ehhez kapcsolódva nagy érdeklődés kísérte a képek mesterséges megszínezését is.



1.20. ábra: az elpárolgó cseppek után a páfrányfenyő levelein visszamaradt szárazanyagokról készített azonos nagyítású elektronmikroszkópos színezett felvétel: a) csapvíz b) esővíz.

A diákok elvileg tudták, hogy a mintáról becsapódó elektronok energiái az atomi összetételre jellemzőek, az elektronok energiaspektrum kirajzoltatása, a csúcsok azonosítása a szemük előtt nagy élmény volt számukra.

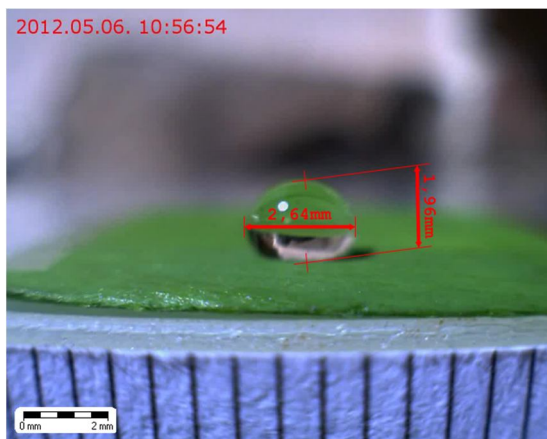


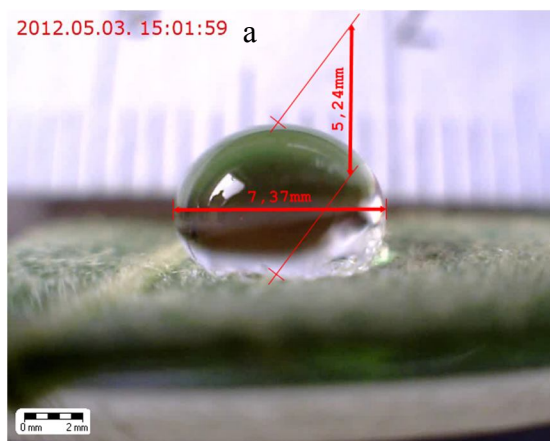


1.21. ábra: a cseppek (a) csapvíz, b) esővíz) elpárolgása után visszamaradt anyagok eloszlása a páfrányfenyő leveleken. A függőleges tengelyen a becsapódási szám/eV, a vízszintes tengelyen keV egységek láthatók.

Az elpárolgó vízcseppek után a leveleken visszamaradó szilárd lepedék, majd elektronmikroszkópos vizsgálata szerint a csapvíz és az esővíz oldott anyag tartalma úgy kémiai minőségét, mint mennyiségét tekintve különbözött. A csapvízben jelentős mennyiségben volt jelen Na, Mg, Ca, Cl és O. A kivált szilárd anyag feltehetően oxidokat, karbonátokat és kloridokat tartalmazott. A kimutatott Si és Al szennyezésként kerülhetett a mintára apró kvarc-szemcse formájában, ill., a mikroszkóp mintatartójáról. Az esővízben a fémek alig észrevehető koncentrációban voltak jelen. Mindkét minta analízise sok szenet mutatott. Ez valószínűleg a levelek szerves anyagából származhat, de elképzelhető, hogy az esővíz apró koromszemcséket tartalmazott, illetve a csapvízben oldott hidrogén-karbonát formájában is volt szén.

#### 1.1.6.2. A cseppek méretváltozásainak mérése

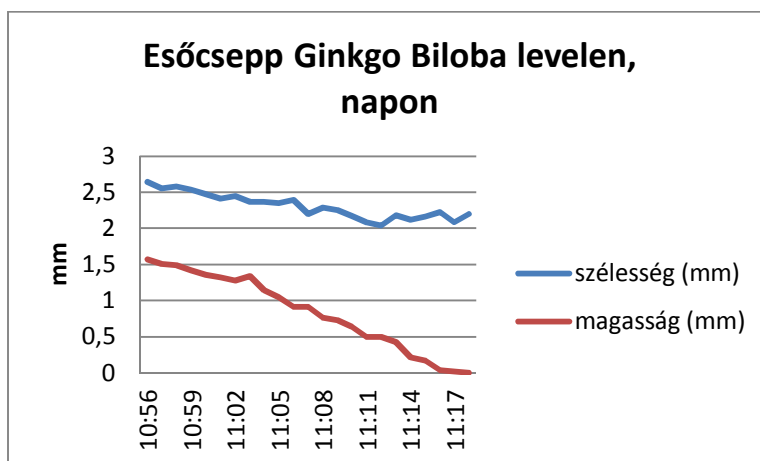




b

1.22. ábra: a szoftver segítségével nyomon tudtuk követni a cseppek méret-változásait is.

A cseppek alakjának változását a párolgás során felvett fotósorozat képein végzett mérésekkel követtük, a méréseket a WebCam Laboratory mérőprogrammal végezték a diákok. A 1.22. ábra fotói a mérést illusztrálják. A 1.23. ábra grafikonja a páfrányfenyő levelén 20 perc alatt elpárolgó csepp méreteinek változását mutatja az idő függvényében. A párolgás során a csepp szélessége alig változott, miközben magassága 1,5 mm kezdeti értékről zérusra csökkent.



1.23. ábra: a cseppek szélessége csak kevésbé, míg a magasságuk nagyobb mértékben csökkent, így a cseppek formái egyre laposabbak lettek.

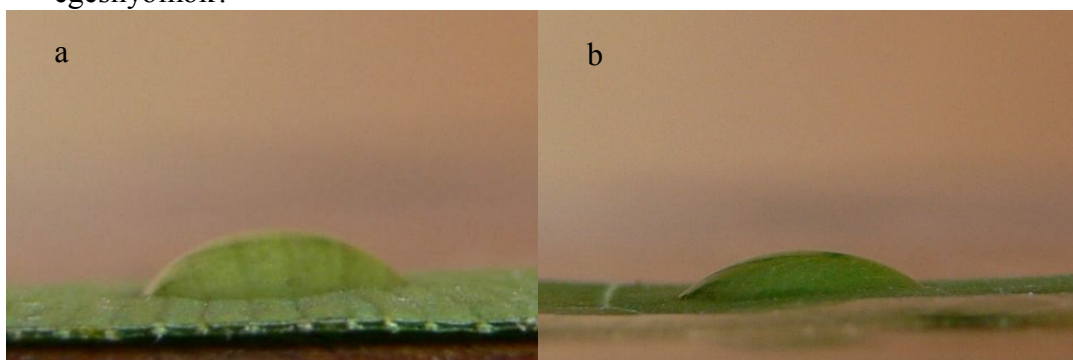
A párolgatási kísérletek alapján elmondható, hogy a vízcseppek a napon fél órán belül elpárolognak a levél felületéről, miközben fokozatosan egyre lapultabbak lesznek. A levél beégetése szempontjából ez azt jelenti, hogy a vízcseppek nem okozhatnak beégetést. Egyrészt a fél óra a tapasztalataink szerint még optimális fókuszálás esetén sem elég a levél megégéséhez, ráadásul a folyamatos párolgás fél órája alatt a csepp egyre lapultabb, azaz fókuszáló képessége egyre csökken.

### 1.1.7. A kísérletek olajcseppekkel



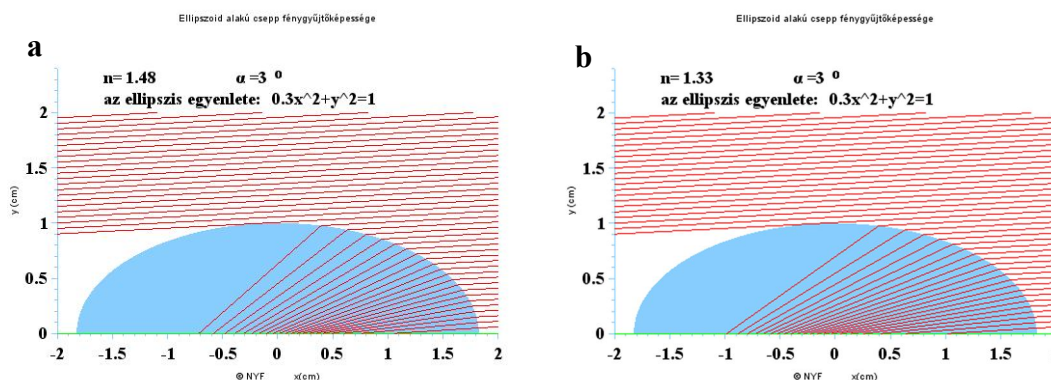
A víz gyors párolgása csökkenti a levelek beégésének veszélyét. Ellenpéldaként kontrollkísérleteket végeztünk a levelekre helyezett rosszul párolgó olajcseppek hatását tanulmányozva. Az olaj törésmutatója:  $n=1,48$ , az olajcsepp alakját a páfrányfenyő és a juharfa levelén a fotók mutatják. Az olajcseppekkel végzett kísérletek meglepő eredményre vezettek. A lapos, de rosszul párolgó olajcseppek a páfrányfenyő leveleit két óra alatt beégették, viszont a juharfa levelein nem eredményeztek égésnyomokat. A meglepő eredmény két kérdést is felvet.

- Mi az oka, hogy a lapos olajcseppek képesek voltak beégetni a levelet?
- Mi a magyarázata, hogy a juharlevélen az olajcseppek alatt nem jelentkezték égésnyomok?



1.24. ábra: a) páfrányfenyő- és a b) juharlevélen az olajcseppek görbülsége oldalnézetből.

A páfrányfenyő levelén az olajcsepp görbültebb, így fénygyűjtő-képessége nagyobb, mint a juharlevélen (1.24. ábra). Ahhoz, hogy megtudjuk, hogy a vízcsepphez képest milyen az olajcsepp fénygyűjtő-képessége, lefuttattuk a szimulációt azonos alakú víz- és olajcseppekre is (1.25. a) és b) ábra). A szimuláció alapján elmondható, hogy az olajcsepp jobban fókuszálja a napfényt, mint az azonos alakú vízcsepp. A páfrányfenyő levele tehát intenzívebb sugárzásnak volt kitéve, mint a juharlevél.

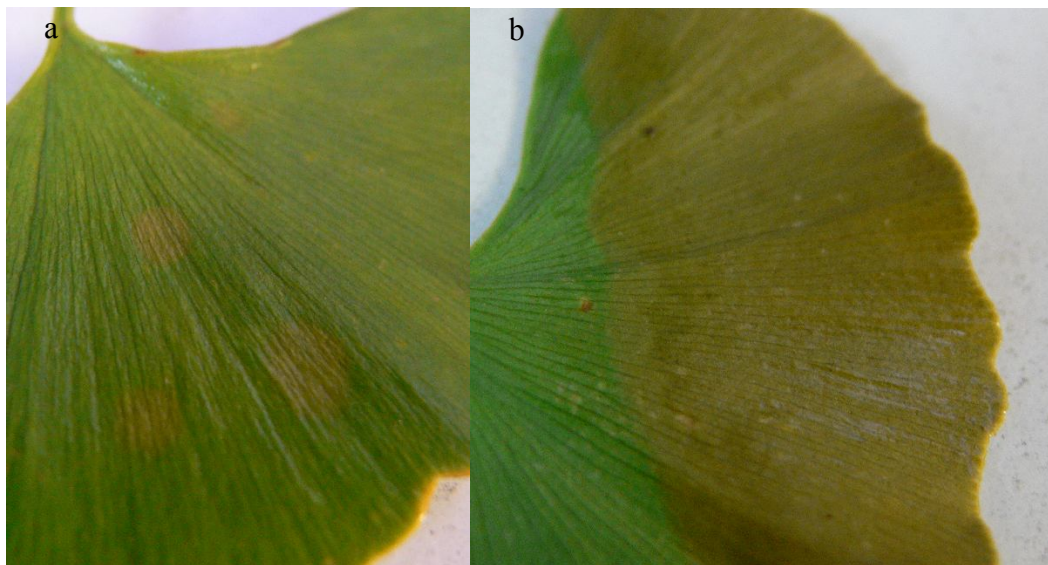


1.25. a) ábra: az olajcsepre lefuttatott szimuláció. b) ábra: a vízcsepre lefuttatott szimuláció.

Lehetséges magyarázatként kínálkozott, hogy a levélen keletkező barna foltok nem égésnyomok, hanem a páfrányfenyő levele és az olaj közt fellépő valamilyen kémiai

reakció eredménye lehet. A feltevést cáfolni látszik, hogy az árnyékba helyezett leveleken az olajcseppek alatt nem találtunk barna foltokat. Felmerült, hogy a levelek károsodását esetleg a sötétebb színű és ezért a hőszugartól tartósan felmelegedő olaj hőhatása okozta.

Ennek igazolásaképpen felforrósított olajcseppeket juttattunk a páfrányfenyő levelére, majd néhány perc múlva, megvizsgáltuk a levél felületét. A levél felületén, a napon végzett kísérlethez hasonló sérülésnyomok keletkeztek (1.26. ábra).



*1.26. ábra: a) a páfrányfenyő levelén a forró olajcseppek okozta sérülésnyomok. b) 1 másodpercig forró olajba mártott páfrányfenyő-level sérülésnyoma.*

#### **1.1.8. A kísérleti eredmények összegzése**

Saját kísérletekkel igazoltuk, hogy Horváth Gábor és munkatársai által jegyzett, a Fizikai Szemlében megjelentetett cikk állításai a helytállóak, ellentétben a bevezetőben idézett érettségi feladat megoldásával. A levelekre került vízcseppek tehát déli napsütésben sem égetik be a növények leveleit. Kísérleteink, méréseink megtervezésekor igyekeztünk Fizikai Szemlében leírt módszereket követni, ezzel is ellenőrizve annak állításait. Mivel a projekt résztvevői középiskolás diákok voltak eltekintettünk a cikk komolyabb matematikai képzettséget kívánó számításainak reprodukálásától, és a számítógépes optikai szimulációkban is egyetemisták segítő együttműködését vettük igénybe. A középiskolai diákok munkájában a kísérletekre, mérésekre koncentráltunk. Néhány részletkérdésben kicsit változtattunk a cikkhez képest, ill. új vizsgálatokkal egészítettük ki az ott leírtakat. Így pl. üveggolyók helyett a vízcseppekhez jobban hasonló vízben duzzasztott gliceringolyókat használtuk annak ellenőrzésére, hogy a levelekre helyezett gömblencsék hosszú idő alatt okozhatnak-e beégést a levél felszínén. Kiegészítettük vizsgálatainkat a vízcseppek párolgásának tanulmányozásával.

Megmutattuk, hogy a nyári napsütésben a levelekre kerülő vízcseppek a kb. fél óra alatt elpárolognak, miközben alakjuk egyre laposabbá válik. Ez utóbbi azt jelenti, hogy a cseppek fókuszáló képessége a párolgás miatt folyamatosan csökken. A párolgás tehát kétszeresen is csökkenti a levelek beégésének veszélyét: egyrészt a beégésre nincs idő, mert a csepp elpárolog, másrészt a párolgás miatt bekövetkező alakváltozás miatt csökken a cseppek fókuszáló képessége. A kísérleti munka során érdekes tapasztalatunk volt, hogy a páfrányfenyő levele lapos olajcseppek alatt is beégett, míg a juharlevélen nem mutatkozott károsodás. A kérdés megválaszolására végzett kísérleteink nem adtak egyértelmű magyarázatot a jelenségre. A megoldáshoz valószínűleg növényélettani szakember és biokémikus segítségére lenne szükség.

A tézishez kapcsolódó szimulációk, további képek és filmfelvételek a DVD-melléklet 1. tézis elemei menüpontja alatt találhatóak.

## **1.2. Káros hatású-e a mikrohullámmal felforralt víz a növényekre? [P12]**

### **1.2.1. A kísérlet előzményei**

A 11. osztályban az elektromágneses hullámok hullámhossz szerinti csoportjait tanítottam, amikor megkérdeztem, szeretne-e valaki e témakörben kiselőadást tartani. Többen jelezték, hogy a mikrohullámú sütőről szeretnének többet megtudni. A kiselőadást az egyik diáklány adta elő az osztálynak és az előadás végére egy nyitott kérdést hagyott: „Vajon káros-e az egészségre a mikrohullámú sütőben melegített ételek fogyasztása?” A tanuló több olyan cikket is talált, amelyek az eszköz használatát nem ajánlják, mert egészségkárosító hatású. Az egyik cikk kísérlettel is alátámasztja ezt a feltevést [6]. Az interneten olvasható cikk arra szólítja fel olvasóit, hogy dobják ki a mikrohullámú sütőjüket. Az angol nyelvű cikk magyar nyelven is megjelent egy több, mint százezres olvasótáborral rendelkező internetes lapon [7]. A nagy érdeklődés miatt elhatároztam, hogy szakköri témaként felvetem a témát és megbeszéljük a cikket.

A cikkben egy sussex-i diáklány a következő kísérletéről számol be, amelyet osztálytársai is megismételtek, és ők is hasonló eredményt kaptak. A tanuló csapvizet forralt fel gáztűzhelyen, majd mikrohullámú sütőben. Két azonosnak tűnő növényt locsolt a folyadékokkal, és a 9. nap a mikrohullámú sütővel forralt vízzel öntözött növény elpusztult. Konklúzióként hozta ki a mikrohullámú sütő emberi egészséget károsító hatását.



1.27. ábra: az [6] cikkben közölt fotón a kísérlet 9. napi eredménye látható

A szakkörön a cikket tanulmányozva tanulókkal közösen arra jutottunk, hogy nem volt jól megalapozva, esetleg helytelenül volt végrehajtva a kísérlet. A következő megjegyzések hangzottak el:

- lehet, hogy sósavval öntötték le a baloldali növényt (☺)
- két növény kevés a kísérlethez
- lehet, hogy nem voltak azonosak a feltételek (fény, vízmennyiség)
- lehet, hogy nem várta meg a diáklány, hogy kihűljön a mikró víz
- a cikkben a diáktársai megismételt kísérletei nem szerepelnek (gyanúsnak tartották)
- sehol egy számérték, grafikon
- az első napi felvételen összeér a két virágtartó, a kilencedik napon már nem, és a növény el is van fordulva, tehát mozgatták a növényeket.
- a talaj nem biztos, hogy azonos volt (a talajfelszínen látható apró fehér foltok a jobb oldali képen nem változtak az első és a második nap között, de a mikróson igen, tehát ezt a talajt át is mozgatták, de miért?)
- nem ismerjük a két növény előtörténetét
- a diáklány tudta, hogy melyik vízzel locsolta, hiszen a virágtartóra ráírta, ezzel pedig befolyásolhatta a kísérlet kimenetelét
- egyéb befolyásoló tényező, pl. huzatban volt az egyik növény

### 1.2.2. A kísérlet

A csoportból két diáklány vállalta, hogy megismétli a kísérletet csapvízzel, ill. esővízzel is, de elhatározták, hogy tudományos módszereket fognak alkalmazni. Az esővízzel azért bővítettük ki a kísérletet, mivel annak magasabb a szerves anyag tartalma, és ezeken az anyagokon esetlegesen nagyobb roncsolást okoz a mikrohullámú sütő, ahogy a lap egy előző cikkében már írt róla [8]. Ha igaz az állítás, nagyobb különbségnek kell

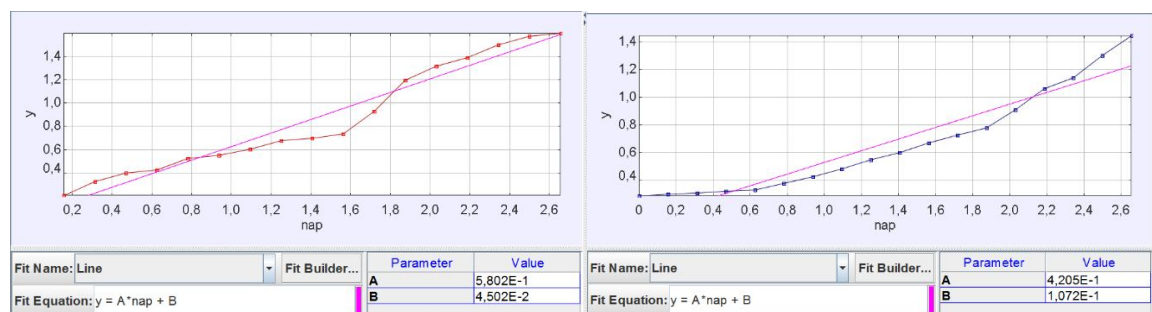
lenni az esővízzel végzett kísérleteknél. A tanulók a kísérletet kifejlődött növények helyett magokon végezték el, hiszen így a kezdeti fejlődéstől lehetett a változásokat megfigyelni.

A kísérlet elvégzése előtt az egyik diákot megbíztam, hogy készítsen néhány napos time lapse felvételt 15 perces léptékben kisméretű tritikáléről (a tritikálé a búza és a rozs keresztezésével létrehozott gabonaféle ld. 1.28. ábra).



1.28. ábra: tritikálé csíranövekedése. A csíranövekedés sebességének méréséhez készült filmfelvétel első és utolsó képkockájának felvétele között 6 nap telt el.

A magokat egy felbontatlan csomagból vette ki és egy befőttes üveg záró fedelén csíráztatta ki. A gabonáról készült felvételt 6 napig automatikusan rögzítette a számítógép 15 percenként. A kísérlet alatt a tanuló biztosította az állandó megvilágítást (nappal az ablakból jött természetes fény, éjszaka az asztali lámpával világította meg), hogy a felvételen a csírák folyamatosan nyomon követhetők legyenek. A felvételt szakköri munkán elemeztük ki. Az elemzést azért végeztük el, hogy megfigyeljük, az azonos körülmények mellett milyen különbség van a csírázás folyamatában. A felvételen már szabad szemmel is észre lehetett venni, hogy a tálban véletlenszerűen elhelyezkedő magok nem azonos ütemben csíráznak. Pontos számszerű adatokat a video analízis adta. (1.29. ábra)



1.29. ábra: 2 véletlenszerűen kiválasztott tritikálé függőleges irányú csíranövekedése az idő (nap egységekben) függvényében. Az elemzés a Tracker program segítségével készült.

Két tetszőlegesen kiválasztott gabonaszem csírájának átlagos növekedési sebességét a video analízis  $y$ -t grafikonjához illesztett egyenes meredeksége adta:  $v_A=0,6$  cm/nap  $\neq v_B=0,4$  cm/nap (33%-os eltérés). Az  $y$ -t grafikon  $t$  tengelyének kezdőértékét a

csírázás kezdetéhez, azaz a filmfelvétel 3. napjához rendeltük. A kísérletből a tanulók megbizonyosodtak arról, hogy azonos körülmények között is várható (nem túl nagy) növekedési különbség a vizsgált növények között.

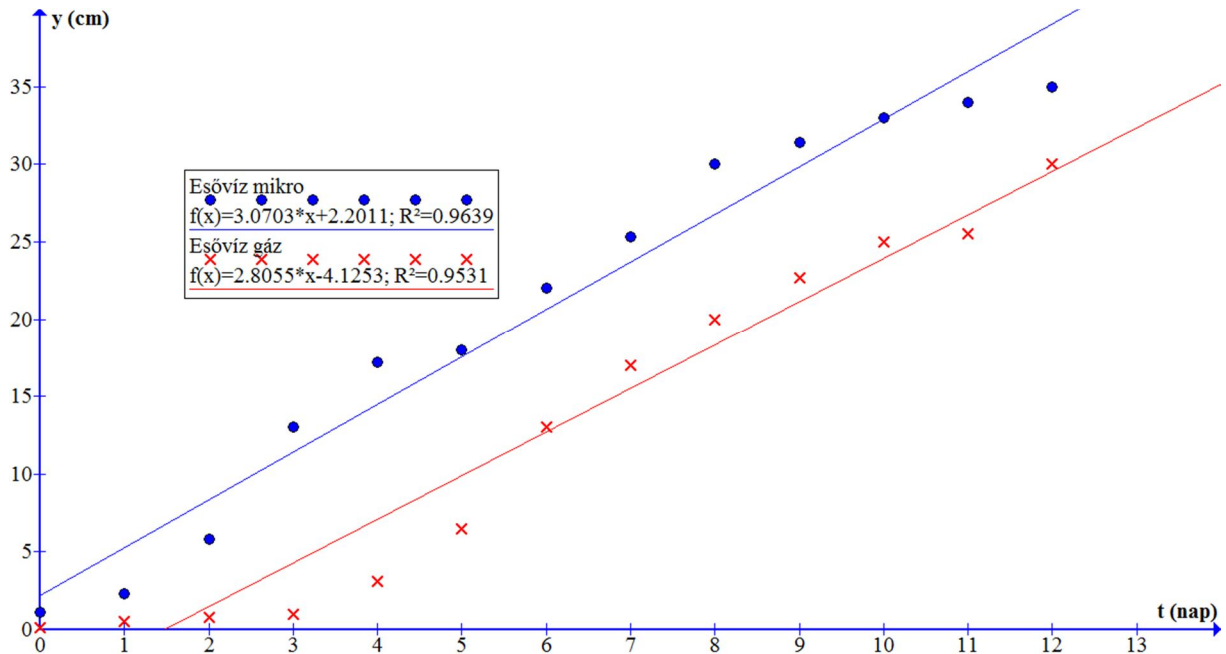
A kísérleteket két diáklány végezte otthon. Az egyikük 2 liter csapvizet forralt fel: 1 litert a gáztűzhelyen, 1 litert a mikrohullámú sütőben. A másik tanuló ugyanígy járt el, csak esővízzel. Az esővíz gyűjtésével várni kellett, így a csapvizes kísérlet hamarabb kezdődött el. A literes flakonokat „mikro” és „gáz” feliratokkal jelölték meg és az iskolába hozták. A szertárban, teljes titokban a saját flakonjaimba öntöttem a „különböző” eljárásoknak kitett folyadékokat, majd „Einstein” és „Newton” feliratokkal láttam el őket. Ettől fogva már csak én tudtam, melyik flakonban melyik folyadék van. A tanulók a flakonokat hazavitték, és a boltból vásárolt azonos csomagból véletlenszerűen kiválasztott babokat azonos méretű műanyag tálkákba helyezték. A tálkák aljára vattapamacsot helyeztek el, amibe naponta 5 ml folyadékot cseppentettek orvosi fecskendő segítségével. A tálaknak az „Albert” és az „Isaac” nevet adták, így tudták, melyik flakomból kell azokat locsolni. Az egyes tálakba több babot is tettek, felkészülve a csírázási növekedés egyenetlenségeire, amelyet a tritikálé vizsgálatánál tapasztaltak. A kísérletről jegyzőkönyvet készítettek, amelyben minőségi és számértéki megfigyelés is szerepelt. A babokat minden nap 17:00-kor lefényképezték és a csírák megjelenése után a legnagyobb csírákat milliméter pontosan megmérték (1.30. ábra).



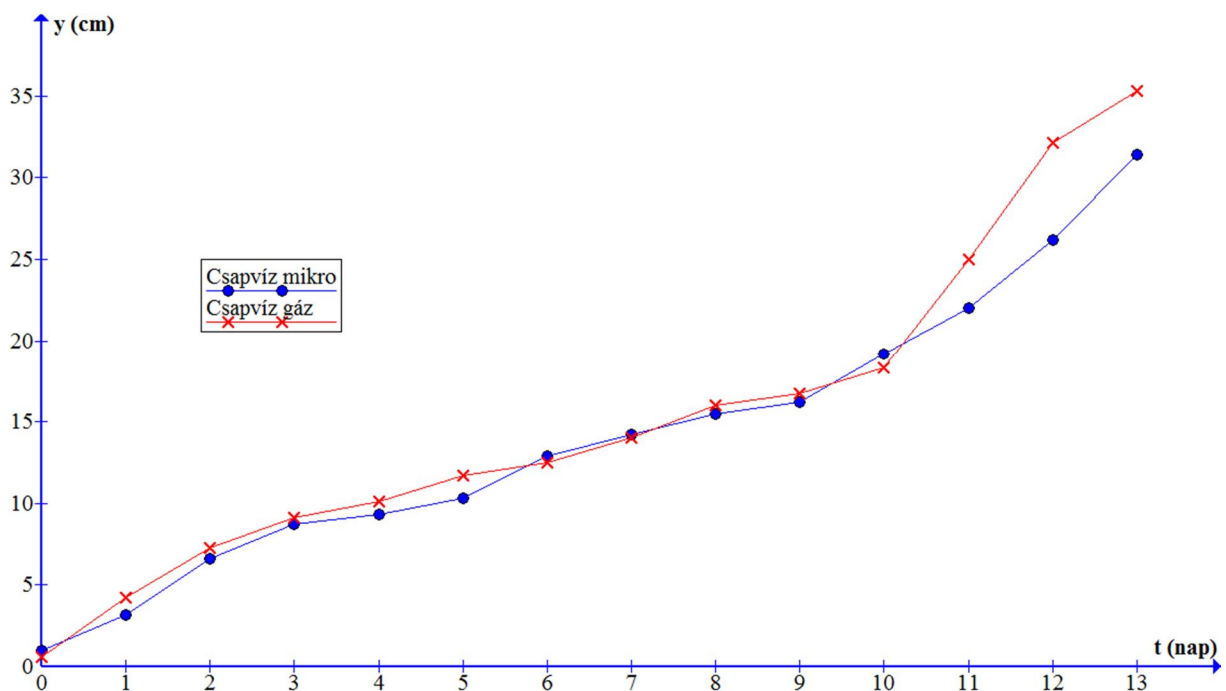
1.30. ábra: a vattára helyezett babszemek csírái a 15. napon

Az értékeket táblázatba foglalták. A megfigyelésük szerint a csíráképződés a 6-7. napon indult meg (jóval később, mint a tritikálé esetében), a teljes kísérlet 20 napig tartott. Az eredményeiket a szakkörre elhozva kiértékeltek. Ekkor lettek azonosítva a folyadékok is, ami különleges izgalmat keltett a tanulóknál. Az adatokat a Graph programmal

koordinátarendszerben ábrázoltuk, majd a pontsorokra egyeneseket illesztettünk (1.31. és 1.32. ábrák). Az egyenesek meredekségeit a programból kiolvastuk, így megkaptuk az átlagos növekedési sebességeket. A növekedési sebességeket és az összetartozó értékek %-os eltéréseit táblázatba foglaltuk (1.2. táblázat).



1.31. ábra: a kétféle módszerrel felforralt esővízzel öntözött babok függőleges irányú csíranövekedésének adatsorai a pontokra illesztett egyenesekkel. A növekedési ütemben nincs lényeges különbség.



1.32. ábra: a kétféle módszerrel felforralt esővízzel öntözött babok függőleges irányú csíranövekedésének adatsorai. A növekedési ütemben nincs lényeges különbség.

	átlagos növekedési sebesség (cm/nap)	%-os eltérés
Tritikálé „A” (csapvíz)	0,6	33
Tritikálé „B” (csapvíz)	0,4	
Bab (csapvíz, mikro)	2	23
Bab (csapvíz, gáz)	2,6	
Bab (esővíz, mikro)	3,1	10
Bab (esővíz, gáz)	2,8	

1.2. táblázat: az átlagos csíranövekedési sebesség az összetartozó értékek %-os eltéréseivel.

### 1.2.3. A kísérlet eredményeinek összefoglalása

A kísérletben szereplő csapvíznél a gázzal forralt víz eredményezett nagyobb mértékű fejlődést, míg az esővíznél a mikrohullámúval forralt víz. Az összetartozó mennyiségek közötti %-os eltérés viszont nem haladta meg az azonos körülményeknél előforduló különbségeket. A kísérleti eredményekből a tanulók azt a következtetést vonták le, hogy a babok csírázását nem befolyásolja az a körülmény, hogy olyan vízzel öntözik, amelyik előzőleg gázlángon vagy mikrohullámú sütőben lettek felforraltva. A felforralt esővíz és csapvíz közötti különbség sem mutatott az átlagosnál nagyobb eltéréseket a csírafejlődésben. A csapvízzel öntözött babszemek csíranövekedési üteme hullámzó volt, ezt a környezeti viszonyok változásai okozhatták (fény, hőmérséklet, stb.). Érdekes lehet a kísérletet nagyobb babszámmal megismételni.

A mérés nagyon egyszerűen elvégezhető volt, a titkosság miatt a motiváció és az érdeklődés könnyen fenntartható volt. A kísérleteket az átlagosnál is nagyobb figyelem kísérte a kívülállók részéről is, és itt nem csak a tanulókat érdemes megemlíteni, hanem a szülőket, és rokonokat is. Az alkalmazott mérési módszer, mint egy adott kérdésre választ adó technika, növelte a fizika tantárgy elismerését. Véleményem szerint fontos, hogy a tanulók az interneten olvasott (esetleg tudományosnak tűnő) szövegeket tudják felülvizsgálni és ne kontroll nélkül fogadják el azt. Az internetes médián felnövő generáció sokkal jobban ki van szolgáltatva azoknak a befolyásoló tényezőknek, amelyek esetlegesen a kialakulóban lévő világképüket torzíthatja. A csíráztatásokat ugyan lánytanulók végezték, de a kísérlet elemzésénél szívesen közreműködtek a fiúk is. A kísérletsorozatban a téma általánossága miatt sikerült olyan tanulókat is mozgósítani, akik korábban nem mutattak nagyobb aktivitást a fizika órákon.



## **2. Az autózás és a KRESZ néhány kérdésének vizsgálata szakköri program keretében**

Az Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet 2014-ben közzé tett szakközépiskolai kerettantervében a közlekedés fizikája központi szerepet kapott főleg a kinematika és a dinamika részeknél [49]. A tematikai egység címei: „A közlekedés kinematikai problémái”, „A közlekedés dinamikai problémái”. A tananyag ilyen jellegű feldolgozása egy speciális problémából kiindulva általánosítja a fizikai törvényeket (induktív megközelítési mód). A 2014-es kerettantervbe foglalt közlekedéstechnika is megerősítette korábbi elképzelésemet az autózás tananyagba építésének motiváló hatásáról.

2012-ben diákszakköri munka keretein belül a 9-10-11. osztályban kihasználva, hogy a tanulók többsége KRESZ-tanfolyamra járt; az autózás fizikáján keresztül dolgoztuk fel újra a korábbi tanórai anyagokat, de az említett kerettantervvel ellentétben, deduktív módon.

A kinematika témakörét a reakcióidő mérésével, majd az azzal kapcsolatos feladatok gyűjtésével és megoldásával folytattuk. Az eredmény az otthoni kísérletezés, számolás és kiértékelés lett, a kíváncsiság és a számítógép alkalmazása erős mozgatórugónak bizonyult. A szakkör formájában feldolgozott részben alkalmazott feladatok megoldásai során a grafikonkészítésnek, átlagolásnak, sok pontra illesztésnek intenzív készségfejlesztő hatása volt. A gyakorlatból kiemelt problémák jobban felkeltették a tanulók érdeklődését.

A dinamika témakörében az ütközések időtartamaira fókuszáltunk. Az ütközéskor fellépő erők kölcsönhatási időtől való függését a korábban tanult lendületváltozási sebesség képletével határoztuk meg.

A tanulók video-analizáló szoftver segítségével vizsgálták az interneten letöltött törésteszteket, a mért értékeket az elméleti értékekkel egybevetették. A diákok számára érdekes volt a tesztek kvantitatív kiértékelése a Tracker program segítségével, melyből tanulságos következtetések adódtak.

Az ütközési idő befolyásolására egy kísérletsorozatot végeztek el, minek során modellezni tudták a biztonsági övet, a légszákot és a deformálódó karosszériát, mint ütközési időt növelő biztonsági eszközöket.

A szakkörön, a videón látott töréstesztek mintájára, modellautókat ütköztettünk, majd az ütközéseket kielemeztük. A diákok a kísérletekben egy valódi autót és a róla készült kicsinyített modell-autót hasonlították össze tulajdonságaik alapján. A vizsgálat célja az volt, hogy feltárják a fizikai- és a látszati hasonlóság közötti különbséget a szakköri munka során.

## **2.1. A követési távolság fizikája [P8]**

A kinematika témakörét sikerült vonzóvá tennem azáltal, hogy a vezetés mindennapjait emeltem ki és „mellesleg” végeztünk el néhány igazoló számítást, ellenőrző kísérletet. A középiskolai tanulók többségében már a 9. osztályban felmerül a gondolat, hogy milyen jó lenne minél előbb megszerezni a jogosítványt. Sokan közülük már a 10. osztályban leteszik a KRESZ-vizsgát, és a 11. osztályban megkezdhetik a forgalomban történő vezetést, hogy év végére megszerezhessék a jogosítványt is. Tapasztalatom szerint, ha modern, digitális környezetben aktuális problémákat vetünk fel a diákjaink előtt, azok sokkal fogékonyabbak lesznek az aktuális tananyag iránt, és ha ezt gyakorlati alkalmazás (vezetési gyakorlat) is követi, megszilárdult, bármikor mozgatható tudást eredményez. A közúti balesetek többsége is elkerülhető lehetne, ha nagyobb alkalmazott fizika működne a vezetők fejében.

Az autópályákon nincs szembejövő forgalom, mégis igen gyakoriak a balesetek. A követési távolság fogalmának vizsgálata során meglevenedik a kinematika, az egyszerű számítások is izgalmasabbak lesznek. A lent felsorolt kísérletsorozatot 9-11. osztályos tanulókkal végeztettem el, szakköri diákmunkán, illetve projektmódszerrel.

### **2.1.1. Feladatok gyűjtése, készítése**

A tanulók a biztonságos követési távolsággal kapcsolatos feladatokat kerestek a könyvtárban található tankönyvekből, munkafüzetekből, majd ők is megfogalmaztak néhány hasonló számítási példát.

A diákok jobban kedvelték azokat a feladatokat, amelyek egy konkrét problémahelyzetet vizsgáltak, pl., ha a végeredmény kiszámítása után egy reláció döntötte el egy esetleges baleset kimenetelét különösen motiváltak voltak.

A feladatok megoldása során általánosan merült fel a kérdés, hogy mekkorának kellene lennie és mitől függ a biztonságos távolság két egymást követő gépjármű között. A KRESZ - ben található útjelző táblák közül a 2.1. ábrán szereplő arra hívja fel a figyelmet, hogy a követési távolságnak legalább 70 méternek kell lennie. A tanulókkal közösen úgy gondoltuk, hogy érdekes lenne megkeresni ennek a táblának a fizikai megalapozását.



2.1. ábra Legkisebb követési távolság 70 m. A követő autó nem mehet 70 méternél közelebb az előtte haladóhoz.

Kiszámítottuk, hogy a Magyarországon megengedett maximális sebességgel haladó autó mennyi idő alatt teszi meg a 70 méteres távolságot, feltételezve, hogy egyenletes sebességgel halad:

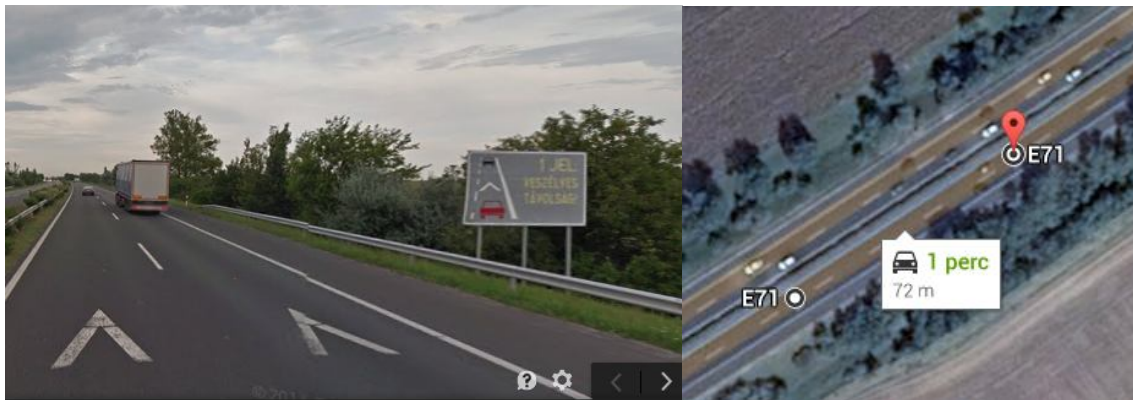
$$s = 70 \text{ m}$$

$$v = 130 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{70 \text{ m}}{36,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \underline{\underline{1,94 \text{ s}}}$$

A biztonságos követési távolság ellenőrzésére, az M1, M3 és M7 sztrádák egyes szakaszaira fehér nyilakat festettek 72 méter távolságra az útburkolatra. Az első nyíl mellett jelzőtábla hívja fel a figyelmet a jelek értelmezésére: „1 jel veszélyes távolság!”.

A tanulók a Google-térkép segítségével megkeresték ezeket a sztrádaszakaszokat és ellenőrizték a Google távolságmérő funkciójával két legközelebbi nyíl távolságát.



2.2. ábra A biztonságos követési távolságot ellenőrizhetik az autóvezetők az ország egyes sztrádaszakaszain az útburkolatra festett jele segítségével.

A tanulók felismerték, hogy ezek az útburkolati jelek és a 2.1. ábra megfelelő követési távolságra felszólító tábla ugyanazt a fizikai jelentést hordozza, másodsorban megjegyezték, hogy az útburkolati jelek segítik a követési távolság betartását, mert a mozgó járműből ezek hiányában igen nehéz a távolságokat megbecsülni.

Mivel mindkét esetben a követési távolságot közelítőleg 2 másodperc alatt teszi meg a jármű, felmerült a kérdés, hogy esetleg „követési idővel” is lehet jellemezni a járművek közötti biztonságos távolságot? Ide vonatkozólag egy autópálya-hirdetést találtak (2.3. ábra) ami a követési távolságot időegységben adja meg.



2.3. ábra A követési távolság időben is definiálható, ezt mutatja az Autópálya Kezelő ZRT. reklámfelülete is.

A tanulók a 2 másodperc távolság betartására egy leírást is megadtak: „Hogyan tartsunk 2 másodperc távolságot? Az előttünk haladó jármű mellett jegyezzünk meg egy tereptárgyat, vagy útburkolati hibát, lényeg az, hogy a kiszemelt céltárgy ne mozogjon a földfelszínhez képest és az előttünk haladó jármű mellett legyen. Kezdjük el másodpercnyi ütemben magunkban számolni addig, amíg el nem érjük a céltárgyat. Akkor biztonságos a követési távolságunk, ha kettőig vagy annál tovább tudunk számolni.”

A követési távolságra vonatkozó vizsgálatok és számolások tudatosították a tanulóknak, hogy a fent tárgyalt különböző egységek (távolság, idő) alapján megfogalmazott szabályoknak azonos fizikai jelentésük van.

Az interneten található [9] vészfékezések GPS-mérési eredményeit találták a tanulók (2.1. táblázat). Az adatok alapján kiszámolták a talaj és a kerekek közötti súrlódási együtthatót.

$v_0$ (km/h)	s (m)	t (sec)
20	3,0	0,79
30	6,0	1,20
40	9,0	1,40
50	15,0	1,80
60	22,0	2,24
70	26,0	2,40
80	32,0	2,62
90	39,0	3,00
100	46,0	3,20

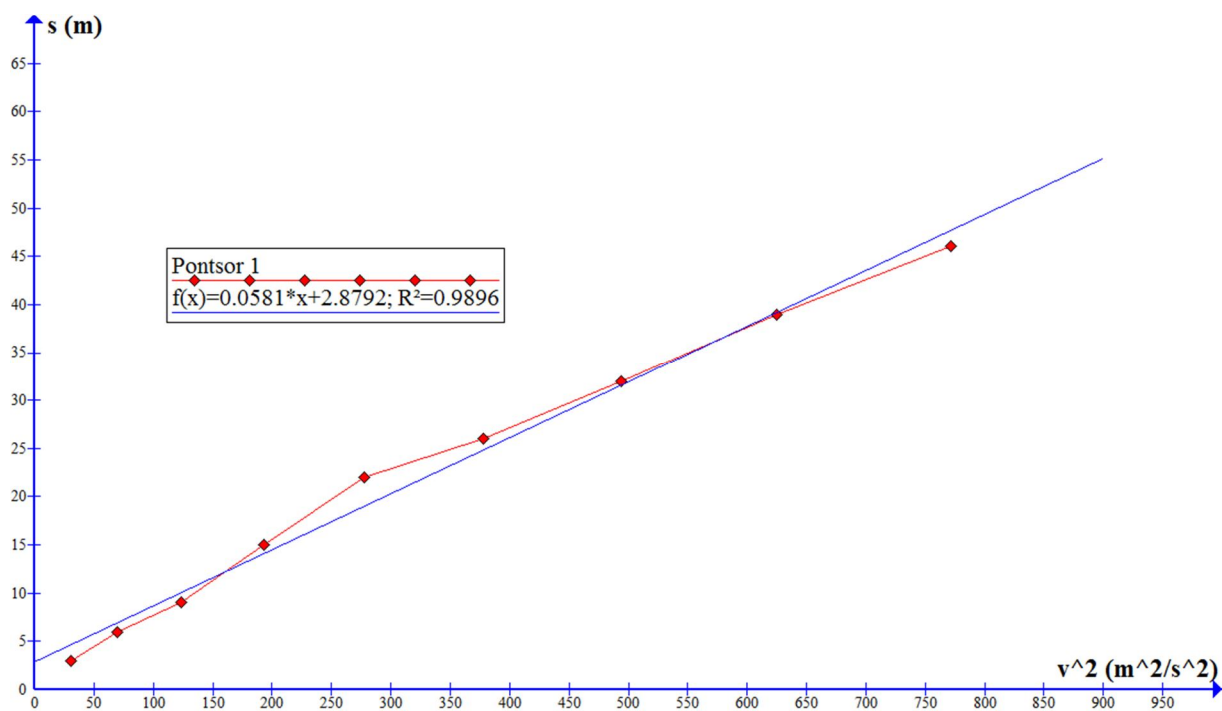
2.1. táblázat: Opel Astra G 1.6i fékezési adatai. Az ABS működött, 50 %-os Pirelli P7gumikkal száraz aszfalton történt a fékezés.

Az interneten közzétett adatok alapján, a munkatételt alkalmazva elmondhatjuk, hogy a mozgási energia súrlódási munkává és közegellenállási erő munkájává alakult (2.1). A közegellenállási erő a sebesség négyzetével arányos, ami a fékezés során folyamatosan csökken, beláthatóan csak a fékezések első szakaszaiban számottevő. Ha a fékezés teljes ideje alatt a közegellenállást a súrlódás mellett elhanyagoljuk, akkor a (2.2) –ből kifejezve az utat (2.3) kifejezést kapjuk. A tanulók elkészítették a Graph programmal a  $v^2$ –s grafikont, majd egyenest illesztette rá. A grafikonra illesztett egyenes meredekségéből (2.4. ábra) meghatározták a súrlódási együtthatót a kerekek és a talaj között.

$$\frac{1}{2}mv^2 = F_s \cdot s + W_{\text{közegell.}} \quad (2.1)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = F_s \cdot s \quad (2.2)$$

$$s = \frac{1}{2\mu g}v^2 \quad (2.3)$$



2.4. ábra: az  $s-v^2$  grafikonra illesztett egyenes meredekségének meghatározása a súrlódás meghatározásához.  
 $\mu \approx 0,87$

A  $\mu$  látszólagos értékét egybevetettük a Magyar Elektronikus Könyvtár adatbázisával, ami a feltételeknek megfelelően jó egyezést mutatott (2.2. táblázat). Ha figyelembe vesszük, hogy nemcsak a súrlódás, hanem a közegellenállás is szerepet játszik a fékezéseknél, a  $\mu$  valódi értéke valamelyest kisebb értéknek kell, hogy adódjon.

Súrlódási együtthatók		csúszó
autógumi	száraz aszfalton	0,7-0,8
	nedves aszfalton	0,2-0,5
	száraz betonon	0,5

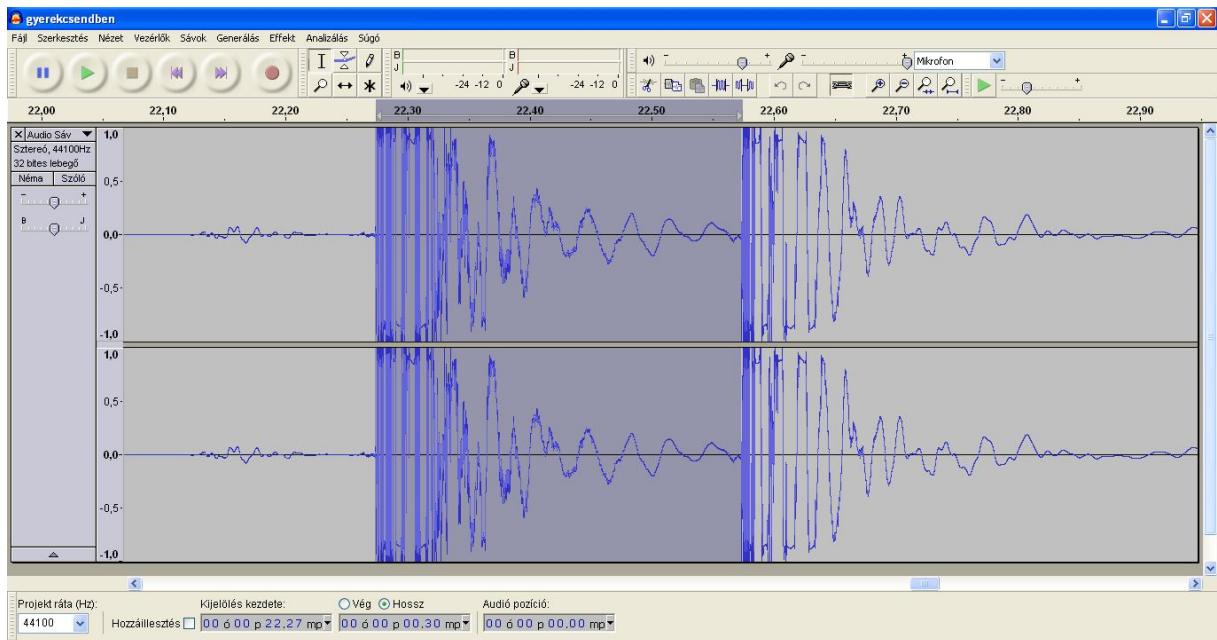
2.2. táblázat: a Magyar Elektronikus Könyvtárban található adatok [10].

### 2.1.2. A reakcióidő mérése

Mivel a követési távolság meghatározásának egyik igen jelentős tényezője a reakcióidő, ezért ennek a meghatározásához a diákok kísérleteket végeztek, majd ki is értékelték azokat. A reakcióidő mérését az interneten is működtethető szoftverekkel, ill. az Audacity program segítségével végezték el [11]. A program nem csak a felvett hanganyagot tárolja, hanem a hanghullámot is ábrázolja az időben. Az időtengelyről az adatok ezredmásodpercnyi pontosságra olvashatók ki, de a mérés során elegendő volt a századmásodpercnyi leolvasás is.

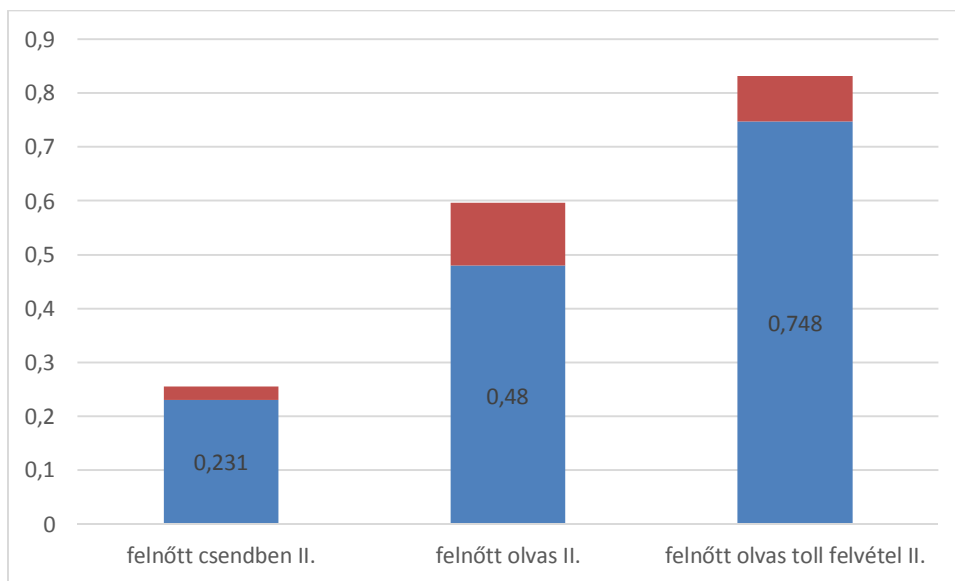
A reakcióidő a mérésvezető akciója és az alany reakciója közötti időtartam. A mérésvezető és az alany egymásnak hátat fordítva helyezkednek el, majd a mérésvezető egyet koppint az asztalon. Az alany a hangot felfogja és válaszul ő is egyet koppint az asztalon.

Mivel egy koppanás hullámgörbéje igen határozott, a program segítségével vizuálisan is könnyen fel tudták ismerni a mérésvezető és az azt követő reagáló alany koppintását. A program lehetőséget ad különböző időszakok kijelölésére is (2.5. ábra). A két érték különbségének az abszolút értéke adja a reakcióidőt, amit a program automatikusan ki is számol. 10 mérés átlaga és szórása már kiértékelhető adatokat biztosít ebben az esetben. A kapott értékek 0,25-0,3 s körüliek voltak, hasonlóan az online teszteknel mért értékekhez.



2.5. ábra: hang-analizátor szoftver segítségével két koppanás közötti időtartamot 0.01 s pontossággal tudtak mérni a diákok.

A vezetés általános körülményeinek biztosítása érdekében a mérést úgy is elvégezték, hogy a kísérleti alany figyelmét megosztották: a kísérlet elvégzése közben hangosan olvasnia kellett egy könyvből egy ismeretlen szövegrészt (a következő fizikaóra anyagát), majd még tovább terhelve az osztott figyelmet, olvasás közben fel kellett venni a tollat az asztalról a kísérletvezető koppintásaira reagálva. A kísérleteket a tanulók otthon a családtagjaikkal is elvégezték (2.6. ábra).



2.6. ábra: a reakcióidő változása osztott figyelem esetén. A kék oszlopok: 10 mérés átlagai másodpercben, a bordó téglalapok a szórást mutatják. A grafikonról leolvasható a reakcióidő monoton növekedése, ahogy a figyelem egyre többfelé koncentrálódik.

A mérési eredmények kiértékelése alapján a tanulók kijelenthették, hogy a reakcióidő jelentősen megnövekszik, ha a figyelem többfelé koncentrálódik, és tovább növekszik bizonyos cselekvési sor elvégzése közben. Az otthon, családban megismételt mérések szerint az életkor nem volt meghatározó tényező a reakcióidő értékeinél (6-38 év). A témakör végén a tanulók megismerkedtek a legújabb autós rendszerek technikáival, amelyek automatikus követési távolságfunkcióval is rendelkeznek.

## 2.2. „Biztonságos” ütközések [P6]

A gépkocsivezetés élvezetes, de ugyanakkor veszélyes is, ennek kapcsán foglalkoztunk szakkörön mennyire is védi a gépkocsi karosszériája és a kiegészítő technikai berendezések az emberi életet.

A gépkocsik ütközésénél a kölcsönhatási idő igen fontos tényező [12]. Az utasokra ható erő a kölcsönhatási idő növelésével csökken.

$$|\vec{F}| = m \cdot |\vec{a}| = m \cdot \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} \quad (2.4)$$

A 2.4 összefüggés szerint a ható erő a kölcsönhatási idővel fordítottan, a sebességváltozással egyenes arányos. Ha az egyenletet a deformáció kezdetétől a megállásig vizsgáljuk, a  $|\Delta\vec{v}|$  megegyezik a gépkocsi becsapódási sebességével. A 2.4 egyenlet alapján a gyorsulást kifejezve kapjuk a 2.5 egyenletet:

$$|\vec{a}| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} \quad (2.5)$$



A gyorsulásvektor nagysága fontos tényező a balesetek súlyosságában: az ember tartósan képes elviselni  $10g$ -t, de rövid idejű  $30g$  gyorsulás már halálos is lehet.

### 2.2.1. Az ütközések vizsgálata törésteszt-videókon

Ahhoz, hogy a tanulók meghatározzák az ütközés időtartamát, és eközben a gépkocsi és az utas sebesség- és gyorsulásértékeit, a tanulók törésteszt-videókat értékelték ki. A YouTube video megosztón nagyon sok törésteszt-videót lehet találni, de video analízisre csak azok a felvételek alkalmasak, amelyek rögzített kamerával készültek, jól látható azonosító van a gépkocsira festve, meg van adva az ütközési sebesség, vagy stopper van a filmhez hozzárendelve, esetleg ismert a felvétel frame/sec értéke (ritkán). A kalibrálást a gépkocsi méretei alapján vagy a kocsiiban ülő bábu fejének standard magasságával ( $22,5\text{ cm}$ ) végezhetjük el.

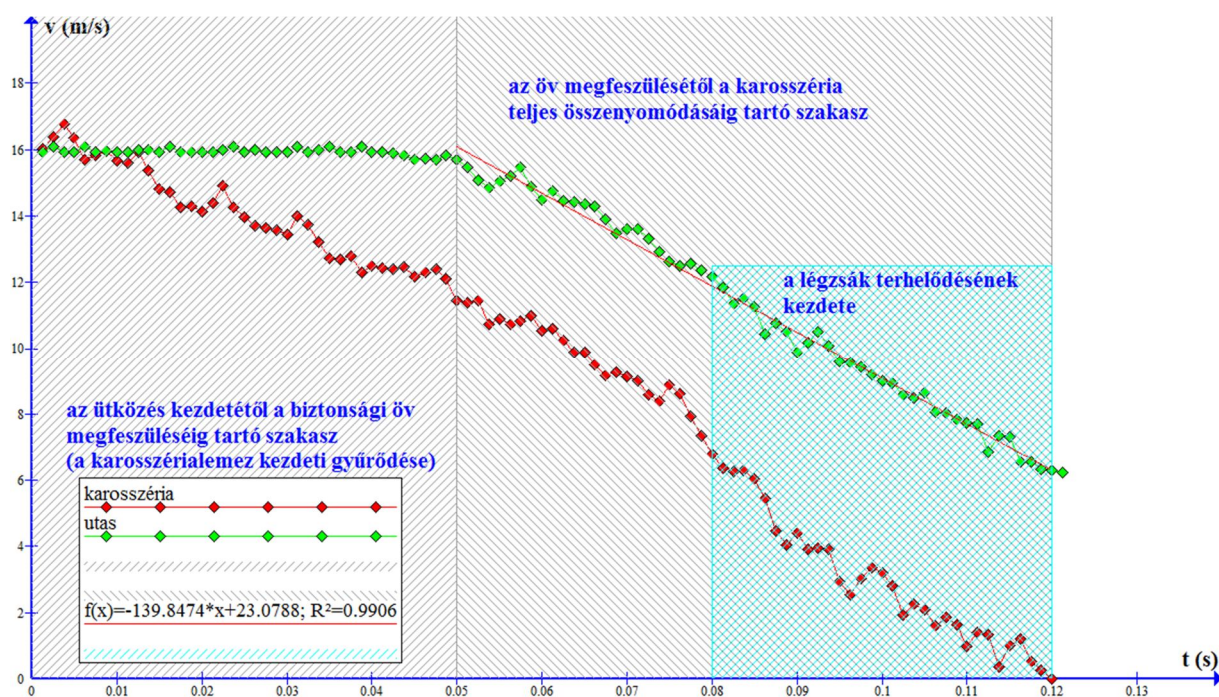


2.7. ábra: Renault Laguna törésteszt-videofelvételének pillanatképe. A mérés kezdetétől számított 64. képkockán láthatók a mérési pontok és a pontok pillanatnyi sebességeinek irányai és relatív nagyságai is.

A diákokkal közösen egy  $60\text{ km/h}$ -val betontuskónak ütköző gépkocsi nagyfrekvenciás filmfelvételét elemeztünk ki a Tracker program segítségével. A programban a bábu fejére festett azonosítót és a tőle nem messze lévő karosszéria egy pontját követtük le a mozgás során, majd ábrázoltuk a pontok  $v$ -t grafikonját közös koordináta-rendszerben (2.8. ábra). A grafikonon, a filmfelvétel alapján azonosítottunk a következő szakaszokat: az

ütközés kezdetétől a karosszéria teljes összenyomódásáig tartó szakasz (0-0,12s), az öv megfeszülésétől a légzsák terhelődésének kezdetéig tartó szakasz (0,05-0,08s).

A grafikonról a diákok leolvasták, hogy az ütközés után a gépkocsi deformációs zónájának köszönhetően az utas változatlan sebességgel halad tovább 0,05 másodpercig, vagyis az ütközésből származó erőhatás ekkor még nem fejt ki rá hatást. Az öv megfeszülésétől az utast nagyon kis ideig (0,03s) a karosszériával azonos gyorsulás éri, majd a 0,08-1,2s-ig tartó szakaszban a karosszéria gyorsulása (absz. értékben) nő, de ezt a növekedést az utasnál a légzsák megakadályozza, így az utas gyorsulása közelítőleg állandó az ütközés alatt. A v-t grafikon e szakaszára illesztett egyenesből ez közelítőleg 15g, ami fele a kritikus 30g-nek.



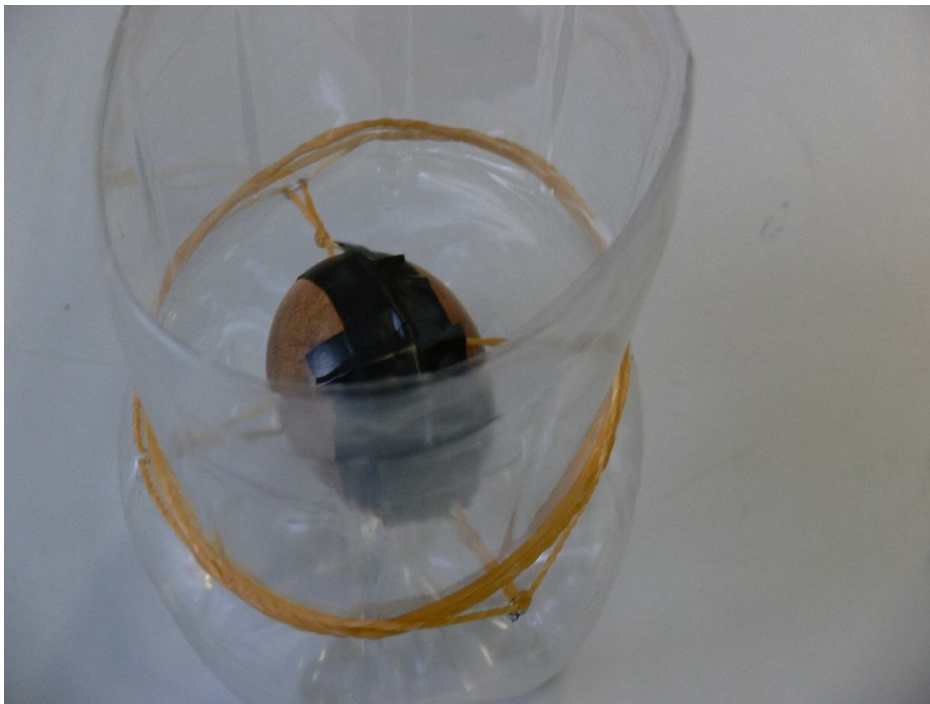
2.8. ábra: Renault Laguna töréstesztjének elemzése 60 km/h ütközési sebességnél. Zöld színnel az utas, piros színnel a karosszéria egy nem deformálódó pontjának v(m/s)-t(s) grafikonja látható.

Ahhoz, hogy az utasokat ne ériék ezek a gyorsulásértékek, lokálisan növelni kell a kölcsönhatási idejüket. Szakköri munkában, 10-11. osztályos tanulókkal, e problémakörrel kapcsolatosan alkalmaztuk a fizikaórán tanultakat. Az interneten található autóscegek ütközési kísérleteiről készült filmeket tanulmányozva, bizonyos szempontokat figyelembe véve, modelleztük a filmekben látottakat. A tanulók csoportmunkában készítették el az ütközési kísérletek modelljeit. A kísérletek filmre vettük, (30 f/sec, 120 f/sec), amelyeket video analízissel is kielemeztünk. Tapasztalatom szerint, ha kísérletekkel és számításokkal igazolunk bizonyos állításokat, az könnyebben beépül a tanulók komplex tudásába, de a

későbbi gépkocsivezetés-kultúráját is pozitív irányba változtatja meg. A szakköri munka alkalmával külön foglalkoztunk a biztonsági övvel, illetve a légsákkal és a deformációs zónákkal is.

### 2.2.2. A kísérletek

A tanulók egy 2 literes flakont félbevágtak, majd egy tojást helyeztek bele. A flakont leejtették 1,5 méter magasságból, a tojás összetört a földet érés pillanatában. Második kísérletükben a tojást postás gumi segítségével rögzítették a flakonhoz, úgy, hogy ne érjen a flakon oldalához. Az ejtési kísérleteket azonos magasságból végezték el, a postásgumival rögzített tojás nem tört össze, nem találtak rajta sérülésnyomokat.



2.9. ábra: a tanulók postásgumival rögzítették a tojást a műanyagflakonhoz.

A kísérletet végző tanulók is megdöbbenve tapasztalták, hogy a sérülékeny tojás ilyen nagy igénybevételeket is el tud viselni sérülés nélkül, ha rugalmasan rögzítjük az eldobott flakonhoz.

Fontos volt a modell-kísérlet és a valóságos ütközések különbségét is kielemezni, hogy reális következtetéseket tudjanak adni (a biztonsági öv is megnyúlik nagy igénybevételek esetén, de az maradandó alakváltozást szenved, míg a kísérletben szereplő gumi visszanyeri eredeti alakját. [13])

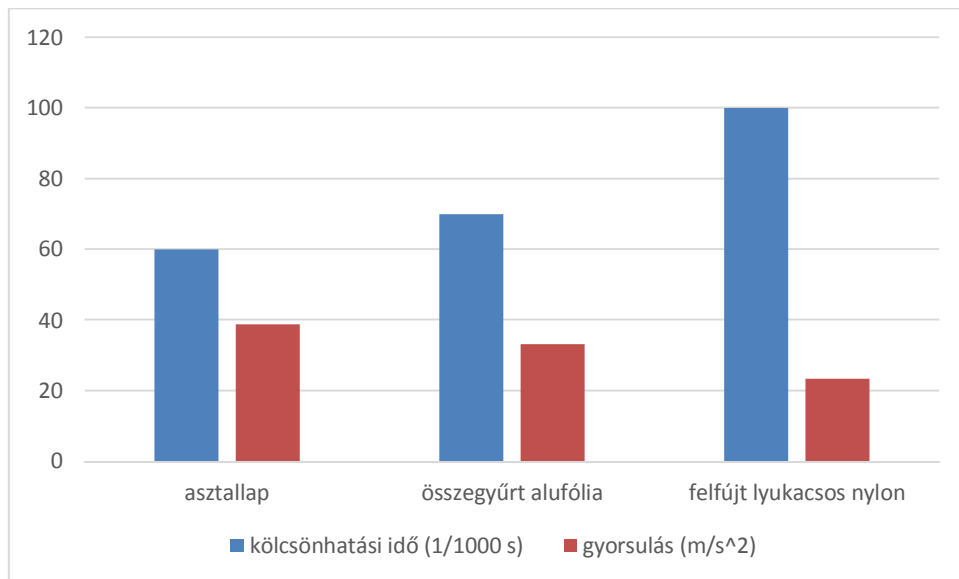
Hogy ténylegesen kedvező hatással van a kölcsönhatási idő megnövelése a testet erő gyorsulásra, annak igazolását egy modell-kísérletsorozattal valósították meg a tanulók: tojást ejtettek azonos magasságból félig felfújtt, apró lyukakkal ellátott nylonzacskóra, lazán

összegyűrt alufóliára, merev asztallapra [14]. Az ejtési kísérleteket filmre vették 30 f/s és 120 f/s beállításokkal, majd kielemezték a felvételek képeit.



2.10. ábra: a tojás ütközése felfújott lyukacsos nylonzacskóval, lazán összegyűrt alufóliával és az asztallappal.

A tojást minden esetben azonos magasságból, kezdősebesség nélkül indították, ezzel a becsapódási sebesség állandóságát tudták biztosítani. A nylonzacskóba érkező tojás a teljes megállásig a leghosszabb ütközési időt mutatta (0,1 s), a legrövidebb ütközési idő az asztalra ejtésnél volt (0,06 s), ami már a tojáshéj roncsolódásával járt együtt. A kísérletek alapján a diákok igazolták a 2.4 összefüggést, miszerint a kisebb ütközési idő jóval nagyobb erőhatás fellépését eredményezi. Az ütközési időket a 120 f/s értékkel felvett képekhez rendelt idők alapján video analízissel határozták meg a diákok a Tracker ingyenesen letölthető program segítségével [15].



2.11. ábra: a kísérlet szerint a tojás érzékenyebb az embernél, már 4 g terhelést sem bír ki.

A kísérletben részt vevő diákok igen aktívan működtek együtt, csapatmunkában fedezték fel az autózás és a fizika kapcsolatát. Mérlegeltek a modellalkotásnál, milyen szempontok alapján érdemes a modell-kísérleteket elemezni, a kísérlet végén általános következtetéseket vontak le. Saját maguk jutottak el a felismeréshez, hogy mennyire fontos a biztonsági öv használata. Megfigyeléseim szerint a tanulóhoz illeszkedő gyakorlatból kiemelt tudományos kísérletezés és a kutatómunka pozitív hatással volt a tanulók természettudományos gondolkodására, továbbtanulási szándékára.

### 2.3. Töréstesztek modellezése játékautókon [P5]

A komoly autók lekicsinyített másai elérhetőek a tanulók számára is, ez adott alkalmat arra, hogy saját ütközéseket is kielemezzenek.

A diákok egy valódi autót és a róla készült kicsinyített modell-autót hasonlították össze tulajdonságaik alapján. A vizsgálat célja az volt, hogy feltárják a fizikai- és a látszati hasonlóság közötti különbséget a szakköri munka során.

A valóságos és a modellautó ütközéseinek összehasonlítása céljából törésteszteket végeztek a kiskocsikon, majd összehasonlították a valódi autók gyári töréstesztjével. A hasonlósági arány alapján átszámolhatták az ütközési sebességeket, összehasonlíthatták a tömegeket, a valóságos autók ütközéseire hasonló körülményeket biztosíthattak a kiskocsik ütköztetésénél.



	MÉRETEK ÉS TÖMEGEK			
	Hosszúság (mm)	Szélesség (mm)	Lemezvastagság (mm)	Saját tömeg (g)
Volvo C70 gyári adatai	4580	1820	1	1651000
A játékautó adatai	106,4	42,3	1,3	63
A hasonlóság aránya ( $\lambda$ )	43	43	0,8	29,7 <sup>3</sup>

2.12. ábra: egy valódi- és az azt modellező játékautóról készült fényképfelvételek a hozzájuk tartozó adatokkal.

### 2.3.1. Ejtési kísérletek 38 cm magasságból:

A Volvo C70-es töréstesztjének videóját tekintették meg a tanulók. A filmen 64,4 km/h-val csapódott betontuskóba a személyautó. A tanulók a filmen látott körülményeket próbálták megvalósítani a modellautó törésteszt-kísérletben. Úgy gondolták, hogyha a kiskocsit betonra ejtik bizonyos magasságból, akkor a frontális ütközés körülményeihez közelítenek. Először a gépkocsi adatai alapján kiszámolták az ejtési magasságot.

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(18 \frac{m}{s}\right)^2}{20 \frac{m}{s^2}} = 16,2m = s' \quad (2.6)$$

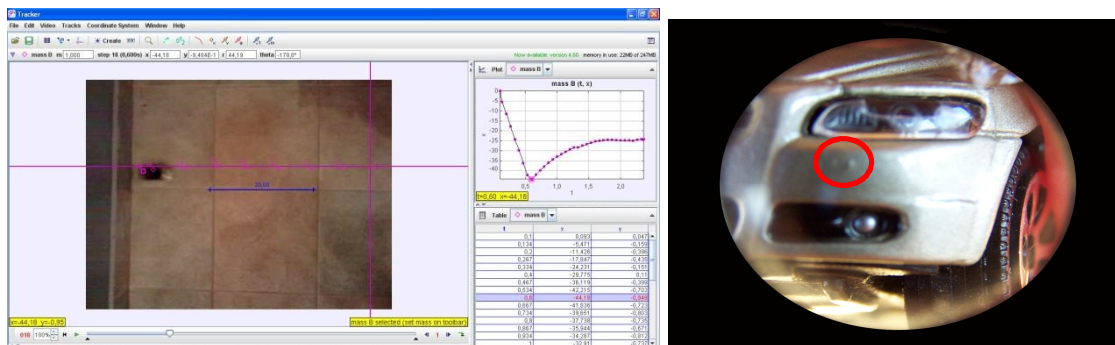
A kiskocsi hasonlósági arányával elosztva  $s'$ -t, az ejtési magasság:

$$s = \frac{s'}{\lambda} = \frac{16,2m}{43} = 0,38m = 38cm \quad (2.7)$$

Az ejtési kísérletet szakkörön végezték el, ahol kerámia-járólapra ejtették a kiskocsit, a vonalzóval előre bejelölt 38 centiméteres magasságból. A kísérletet egy 120 frame/sec időbeli felbontású kamerával vették fel. A kísérlet után az öntvény anyagban deformációt nem tapasztaltak, csak a jobb első lámpa alatt sérült meg a festékréteg.

### 2.3.2. Ütközési kísérletek vízszintes talajon

A töréstesztet vízszintes mozgásnál is elvégezték. Tetszőleges nagy sebességgel nekilökték a kiskocsit a kerámialapnak, amiről videofelvételt is készítettek, majd a mozgást kielemezték. A szoftver segítségével meg tudták határozni a kiskocsi sebességét az ütközés pillanatában. Ez a sebesség 75 cm/s volt, ami a valóságos autónál 116,1 km/h-nak felel meg. Ismét megvizsgálták a kiskocsit, méreteiben nem változott, deformációt nem tapasztaltak, csak a festékréteg sérült meg a bal alsó lámpa alatt.



2.13. ábra: a kerámiaplappal, nagy sebességgel ütköző játékautón keletkezett sérülés elhanyagolhatóan kicsiny a valóságos autók gyűrődései mellett.

### 2.3.3. A felnagyított modellautó tulajdonságai

A tanulókat nagyon érdekelte, hogyan nézhetne ki egy olyan gépjármű, aminek nemcsak a méretei, hanem a lemezvastagsága is követné a modellautó geometriai arányát. Kiszámították a lemezvastagságot és a tömeget, majd elkészítették a fantom-autó adattáblázatát. Az interneten keresgélve találtak is ilyen típusú „járművet”.

	MÉRETEK ÉS TÖMEGEK			
	Hosszúság (mm)	Szélesség (mm)	Lemezvastagság (mm)	Saját tömeg (g)
PzKpfw IV közepes harckocsi	7010	2880	80	22000000
A játékautó adatai	106,4	42,3	1,3	63
A hasonlóság aránya ( $\lambda$ )	66	68	62	70,4 <sup>3</sup>

2.3. táblázat: a játékautó és a harckocsi adatainak összehasonlítása.

A geometriai hasonlósági arány szinte minden vizsgált paraméternél megegyezik ( $\lambda \approx 65$ ), így az óriássá nőtt kisautó ütközései is sokkal jobban közelítenék a harckocsik ütközéseit. Persze a tankok egymással való ütközéseinél az utasok biztonsága nem kiemelten fontos tényező, a harckocsik szinte egyetlen nem deformálódó „utastérből” állnak. Ha tehát a valóságban találkozik egy „felnagyított” modellautó és egy valódi személyautó, az megfelel egy tank és egy személykocsi végzetes találkozásának.



2.14. ábra: a tanulók az interneten találtak egy filmet, amelyen egy tank és egy személygépkocsi kölcsönhatását figyelhették meg [16].

A modellautók mért adatainak a valóságos autók paramétereivel való összehasonlítása és kiértékelése mindenképpen hasznosak lehetnek a fizikaoktatásban és a gépjárművezetésben is.

Bár a vizsgált kiskocsi és a valóságos autó mozgását geometriai hasonlóságuk miatt jól le lehet írni, a komplex mechanikai rendszerek ütközéseinél önmagában a geometriai arány az ütközések kimeneteleinek leírásához már nem bizonyult elegendőnek.

#### **2.4. Következtetések levonása**

A kísérletek alapján a tanulók azt tapasztalták, hogy a játékautók nem roncsolódnak össze még nagyobb sebességű ütközések során sem. A valódi autók pedig már kisebb sebességű ütközések esetén is hajlamosak a deformációkra. A tanulók többsége már rutinszerűen alkalmazta a kinematika és a dinamika összefüggéseit, a grafikonelemzés is sikeres volt, a hasonlóságot, mint matematikai fogalmat már korábbról ismerték, a tömegekre alkalmazott arányosság pedig átvezette őket a fizika tantárgy témakörébe.

A diákköri munka során feltárt összefüggések alapján, a mérésekhez készült fotókat és filmeket felhasználva interaktív tananyagot készítettem az autózás és a fizika speciális kapcsolatáról.

A projekt egy másik iránya volt, hogy néhány tanuló megpróbált olyan modellautókat készíteni, amelyek lemezzvastagsága követi a hasonlósági arányt. Alufóliát kasíroztak a modellre, majd arról levéve a modellautó lecsupaszított alvázára erősítették azt. Az ütközések deformációi így már nagyon hasonlítottak a valóságos autók deformációihoz.

A méretek megváltozása nem jelent jó modellfeltételeket és gondosan kell meggondolni, hogy a modellkísérletekkel milyen következtetéseket tudunk levonni a valóságból. Sokszor a karosszéria légellenállásánál, repülőknél hajóépítésnél alkalmazzák. Ennek kapcsán merült fel az ötlet, hogy a törésteszteket is el lehetne-e végezni modellautókat.

Az interaktív tananyag, további a tézishoz kapcsolódó képek és filmek megtalálhatóak a DVD-mellékletben.



### 3. Fizikai ismeretek bővítése lassú mozgások video analízisével foglalkozó projektek keretében [P2], [P7], [P9], [P10], [P11]

Szabad szemmel nehezen, vagy nem értelmezhető mozgások lelassítva (pl. szabadesés, vizes rakéta fellövése, lejtőn leguruló golyó) vagy felgyorsítva (égitestek, felhők mozgása, folyadékcseppek párolgása, csírafejlődés) érdekesek.

Ma már egy kisvárosi gimnáziumban is többen rendelkeznek olyan mobilkészülékkel, amelyek képesek nagyfrekvenciás felvételekre és az ezekkel készült felvételek többsége kvantitatív elemzésekre is alkalmasak. A diákok nagy érdeklődéssel kerestek szabadidejükben olyan mozgásokat, amelyeket csak lassítva tudtak értelmezni, és ezek közül választottuk ki azokat, amelyeket szakkörön tovább lehetett analizálni.

Arisztotelész szabadesésre vonatkozó helytelen állítását, minden évben fel szoktam hozni (miszerint a nehezebb testek gyorsabban esnek a föld felé) a 9. osztályban, és a többség az állítást igaznak véli. Ahhoz, hogy az arisztotelészi koncepciót meggyőzően váltsuk a newtonira, további vizsgálatokat, kísérleteket végeztünk.

Amikor a tanulók a 11. osztályba léptek, ismételten feltettem a kérdést: Igaz-e, hogy a nehezebb testek gyorsabban, a könnyebbek lassabban esnek a földfelszín felé? A megkérdezettek közül csak egy tanuló állította, hogy igaz a kijelentés. A sokrétű válaszok szinte mindegyikében ott volt, hogy megnéztük lassított felvételen, hogy a fél kréta és az egész kréta egyszerre esnek le (3.1. ábra).



3.1. ábra: a 120 f/sec-os filmfelvétel pillanatképei a szabadon eső krétákról.

Ez a kép rögzült. Érdekes, hogy senki nem említette a felvétellel egy időben, a 9. osztályban elvégzett kísérletet, amikor egy papírlapot és a fizika könyvet az élével ejtettük le, melyek szintén egyszerre estek le. A lassított felvétel annyira elevenen élt bennük, hogy még arra is emlékeztek, ki végezte el a kísérletet és rögzítette a filmfelvételt.

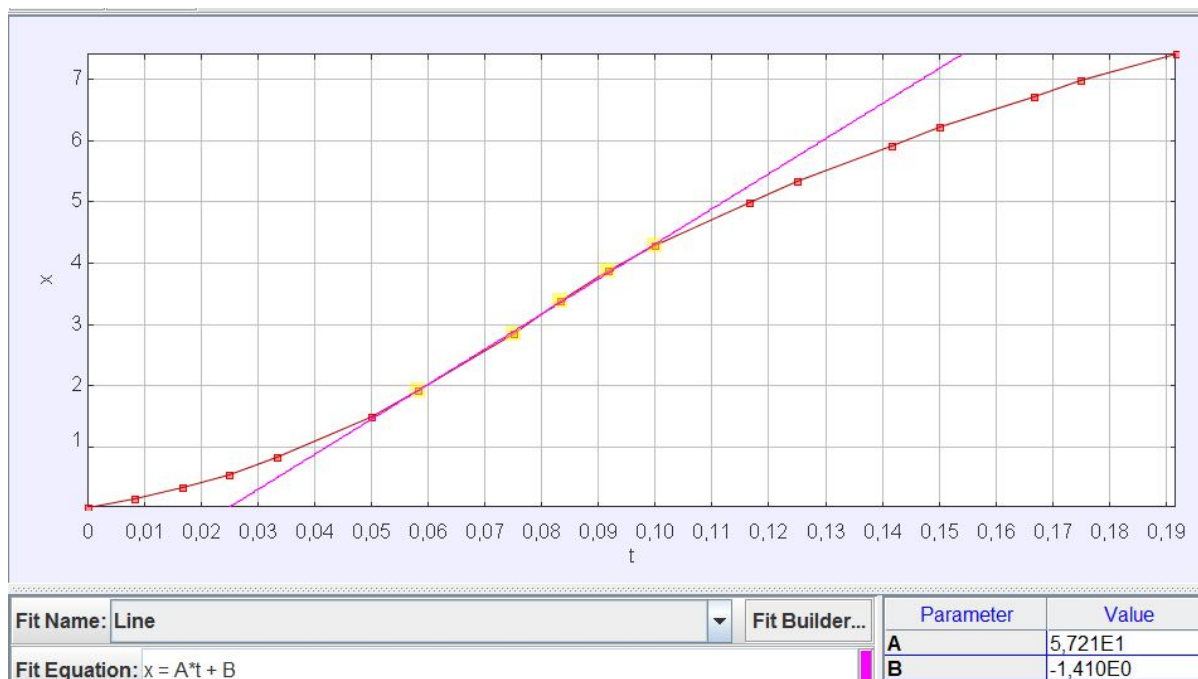
A nagyon rövid, az emberi reflexidővel összemérhető esési időnél a stopperes mérések alig használhatóak, a filmre vett ejtési kísérleteket azonban video analízissel kiértékelve pontosabb méréseket lehet végezni.

Igen kedveltek a diákok körében a vízrakétával kapcsolatos kísérletek. A fellőtt vízrakéta nagy sebessége miatt az emberi szem számára követhetetlen, már csak a lassuló szakaszban lehet azt észlelni. A nagyfrekvenciás felvétel lehetőséget ad a mozgás részletesebb vizsgálatára (3.2. ábra).



3.2. ábra: a vízrakétáról készült felvételek video analíziseinek pillanatképei.

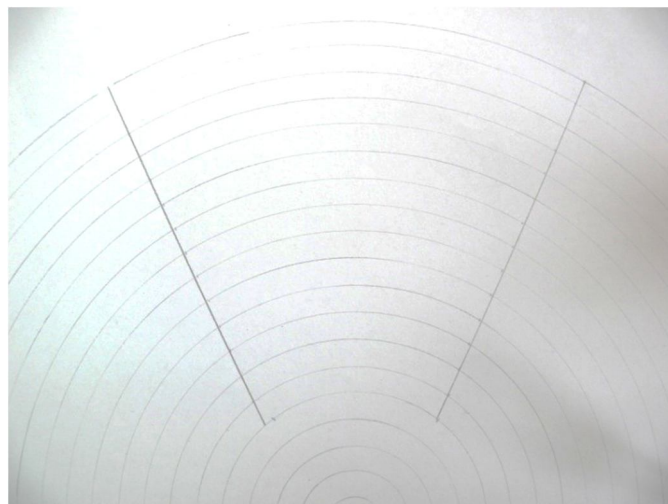
A kiáramló víz kb. 0,1 másodpercig gyorsítja a palackot, ezt követően rövid ideig közel egyenletesen mozog, majd a maximális emelkedésig lassul. A video analízis segítségével a diákok a program funkcióival meghatározták a mozgás x-t grafikon egyenes szakaszának a meredekségét, ami a rakéta maximális sebességének felelt meg (3.3 ábra).



3.3. ábra: a 8 bar nyomású vízrakéta mozgásáról készített x-t grafikon. A grafikonon jól elkülöníthetők a gyorsuló, egyenes és lassuló szakaszok. Az egyenes szakasz meredekségének meghatározása a szoftverrel könnyen megvalósítható.

### 3.1. A web kamerára jellemző látószög meghatározásai

#### 3.1.1. A látószög meghatározása szerkesztőeszközök segítségével



3.4. ábra: A4-es papírlapra rajzolt koncentrikus körvonalakon bejelölt látóhatár-pontok.

A web kamera, hasonlóan az emberi szemhez, a körülötte lévő tér egy részét képes csak érzékelni. A kamera által látható sírkész szélességét az úgynevezett látószög határozza meg, ami a kamerára jellemző állandó. Sok esetben a gyártó fel is tünteti ezt az értéket a kamera leírásában. Ha mégsem áll rendelkezésünkre ez az adat, akkor könnyen meghatározhatjuk geometriai módszerekkel is. Rajzoljunk egy A4-es lapra koncentrikus köríveket (3.4. ábra), majd helyezzük a középpontba a kamerát! Állítsuk elő ezután a számítógépen létrejövő képet!

A koncentrikus vonalakon haladva keressük meg a ceruzánk hegyével azokat a helyeket, ahol éppen a képernyő szélén látszik a ceruzahegy! A pontokat összekötve két metsző egyenest kapunk. A két metsző egyenes által bezárt szög a kamera látószöge. A látószög segítségével, a kamera által készített képen meghatározhatjuk a h magasságban lévő sík valódi szélességét.

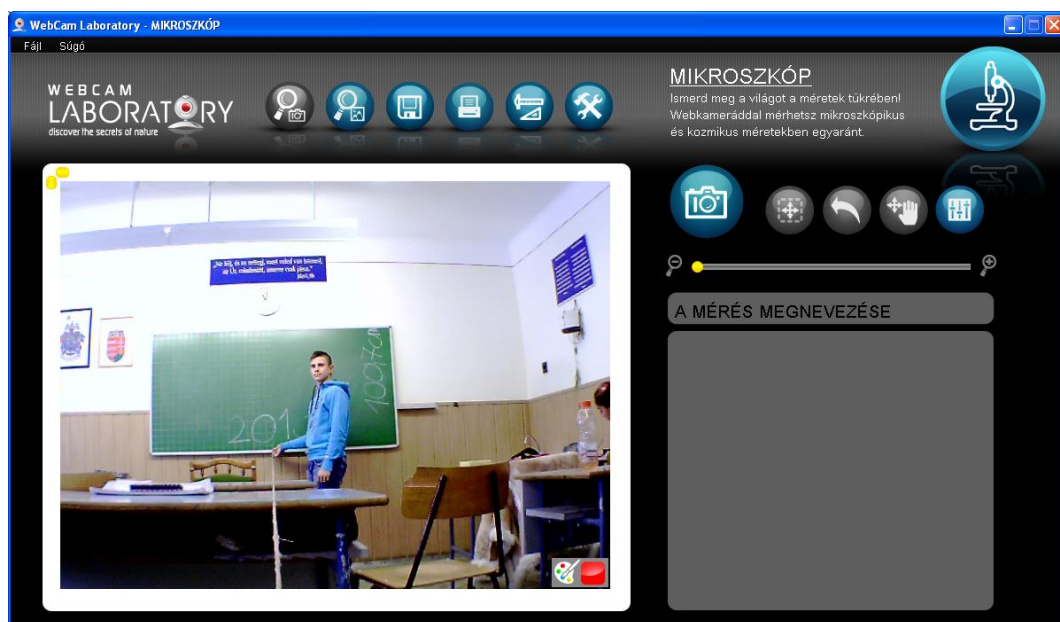
Ez a módszer leginkább a kisméretű lencsét használó fényképező eszközök (pl. mobiltelefonok) látószögének meghatározásához ideális.

### 3.1.2. A kamera látószögének pontosabb meghatározása az osztályteremben

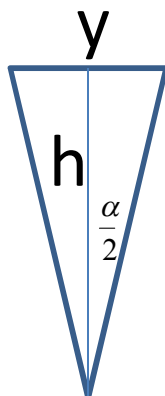
A kamera látószögét a tanulók A4-es lapon geometriai módszerekkel határozták meg. Mivel ilyen kisméretű szerkesztéseknél a kis szögeltérések nem szembetűnőek, ezért elvégezték a kamera látószögének ellenőrzését ismert tárgytávolság- és tárgynagyság-értékekkel is.

A kamerát az osztályterem végében helyezték el a táblával szemben. Mérőszalaggal megmérték a tábla és a kamera távolságát, illetve a tábla hosszúságát és szélességét is. Ezt követően a kamerával képet készítettek. A WebCam Laboratory szoftver mikroszkóp funkciójának segítségével a tábla szélességét bekalibrálták a valós értékekre, és megmérték a teljes képernyő szélességét a program segítségével (bár nem mikroszkopikus tárgyról van szó, mégis az egyszerű kalibrálhatóság miatt választották ezt a szoftvert a diákok) (3.5. ábra).

A képernyő szélességéből és a kamera - tábla távolságának arányából kiszámították (3.1) a látószög nagyságát. A kapott érték csak kissé tért el a papírlapon mért értéktől:  $\alpha=52,84^\circ$  adódott.



3.5. ábra: a táblán a mérőszalaggal mért értékek vannak feltüntetve, amelyek a kalibrációhoz voltak szükségesek, a tanuló kezében tartott kötél segítségével pedig a kamera és a tábla síkjának távolságát határozta meg.



$$y = 2h \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad (3.1)$$

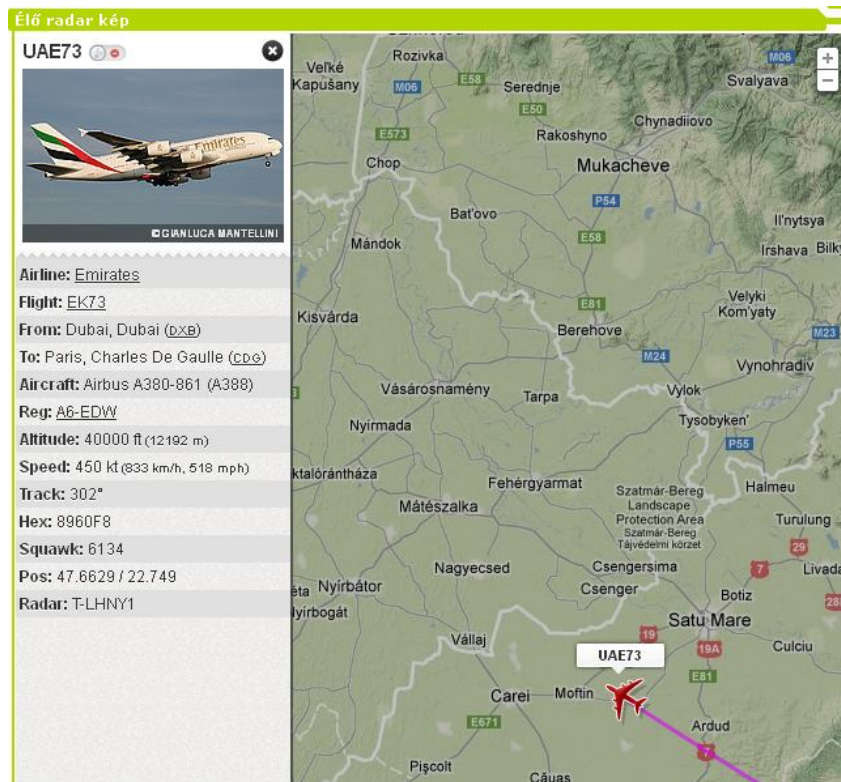
$\alpha$ : a kamera jellemző szögérték, a látószög  
 $h$ : a vizsgált sík kamerától való távolsága  
 $y$ : a vizsgált sík szélessége

### 3.1.3. A kamera látószögének meghatározása repülőgépek segítségével [P9]

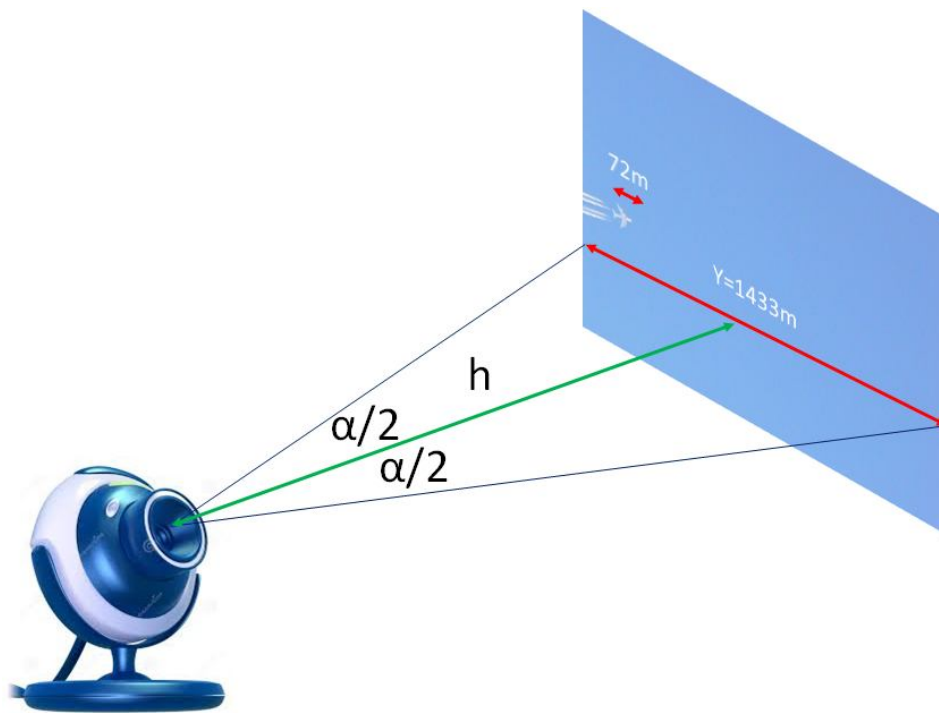
Ma már lehetőség van arra, hogy a civilek is figyelemmel kísérhessék a repülők mozgását élő radarfelvételen, az interneten [17]. A radarkép segítségével azonosíthatjuk is a repülőgépeket a számuk alapján (hasonlóan az autók rendszámához) (3.6. ábra), és az adataikat is leolvashatjuk, pl. mekkora a sebessége, repülési magassága, mi a repülőgép típusa, milyenek a méretei, mi az úti célja, indulási helye... stb.

2012.12.13-án derült ég volt Nagyecsed felett, így a repülőgépek azonosítása után szabad szemmel is nyomon tudtuk követni a monitoron kiválasztott gépeket. A Nagykároly felett elvonuló repülőgépeket már szabad szemmel Nagyecsedről is megfigyelhettük (Nagykároly-Nagyecsed távolság 23 km). A mérés során egy Dubaiból induló és Párizsba tartó airbus-t szemeltünk ki (UAE73 azonosítási számmal). A repülőről filmfelvételt készítettünk egy Panasonic DMC-FZ30 Lumix típusú fényképezőgéppel, amelyen 12-szeres optikai és négyszeres digitális zoom-beállításokat alkalmaztunk.

A számítógépen az élő radar segítségével leolvastuk a repülőgép interneten közölt típusát és a repülési magasságot. A repülőgép típusa alapján kikerestük a repülőgép hosszát (72 m) [18].



3.6. ábra: az élő radarképről lekérhetjük a repülőgép műszaki és repülési adatait, és figyelemmel kísérhetjük a gép mozgását is.



3.7. ábra: a fényképezőgéppel készített felvételen jól kivehető a repülőgép alakja, ami a gép paramétereinek kalibrálásához volt fontos tényező.

A felvételt akkor készítettük, amikor éppen felettünk járt a repülő, hogy az esetleges perspektivikus torzításokat kiküszöböljük. A kamera látószögét itt is a 3.1 összefüggés szerint határoztuk meg. Az eljárás a nagyobb síktávolság miatt lényegesen pontosabb az előző két említett eljárásnál.

### **3.2. Felhők sebességének a mérése [P7]**

Ez a szakköri projekt különösen jó példa volt arra, hogy megvizsgáljuk, mi minden játszik közre a felhők mozgásában. A feladat összetettsége miatt megnövekedett a könyvtári munka, gyakran más tudományterületre (pl. földrajz) is kitekinthettek a tanulók. Próbáltak összefüggéseket keresni a felhők fajtája, sebessége és a légköri áramlások között. A meteorológiai weboldalakon ellenőrizték a szél áramlási irányát, nagyságát, a csapadék előfordulását és mennyiségi értékeit is.

A lassú mozgások elemzéséhez a time-laps módszerben felvett filmfelvételek a legalkalmasabbak. A felvételek készítéséhez hagyományos web kamerákat és a WebCam Laboratory szoftvert használták fel a diákok (mint ahogy a vízcseppek párolgásánál ld. 1.1.7. fejezet).

#### **3.2.1. A mérés előkészítése**

Hosszú megfigyelések eredményeként jött létre a Nemzetközi felhőatlasz, amely 10 felhőfajt, 14 felhőtípust, 9 altípust, 9 járulékos alakzatot és ezek lehetséges variációit tartalmazza. A felhőatlasz a felhők jellemző paramétereit tartalmazza, többek között a földfelszíntől mért magasságukat is. A magasságértékek igen sok műszeres mérésből adódnak össze, így a légkört meghatározó mennyiségek váltakozásai miatt a táblázatokban nem egy-egy konkrét magasságértéket találunk, hanem egy rövidebb, szélesebb intervallummal jellemezhetjük a kiválasztott felhőfajok talajszinttől mért távolságát.

2012. május 10-én a Nagyecsed Református Gimnázium fizika szertárának ablakából a tanulók felhők mozgását filmezték [19]. A WebCam Laboratory szoftvert használták, amit úgy állítottak be, hogy 15 másodpercenként készítsen a rögzített kamera egy felvételt. A felhők igen közelinek tündek és viszonylag gyorsan mozogtak a kissé borongós égbolton.



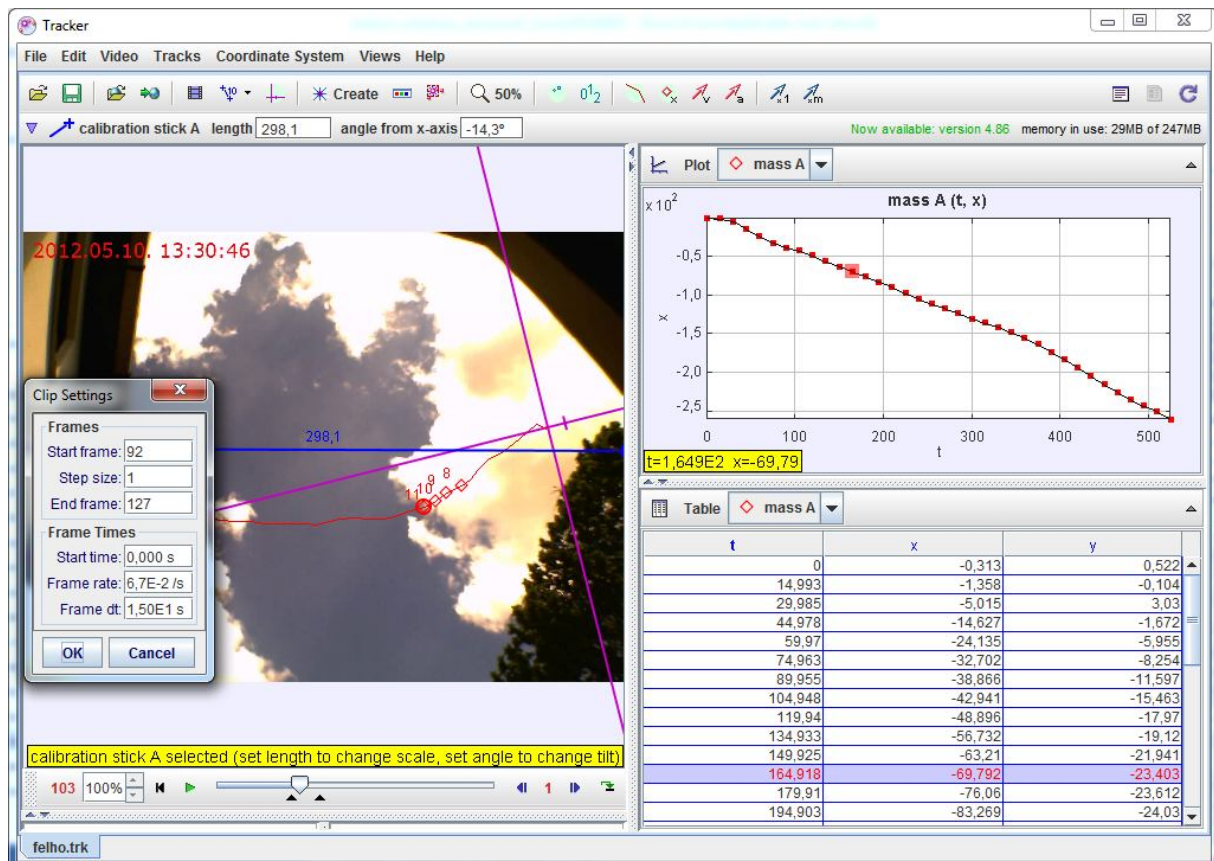
3.8. ábra: a felhők azonosítása fényképek alapján történt. A bal oldali fénykép a szertárablakból készített felvételt mutatja, a jobb oldali fényképen a Nemzetközi Felhőatlaszban talált [20] *Cumulus humilis, lapos gomolyfelhő* látható.

A felhők fényképei alapján a tanulók kiválasztották a felhőatlaszból a hozzá legjobban hasonlót, és kigyűjtötték a rendelkezésre álló paramétereket, így a jellemző magasságukat is. A felhők magasságából és a kamera látószögéből kiszámolták a kamera által felvett teljes képernyőszélesség valódi hosszát.

### 3.2.2. A mérés kivitelezése

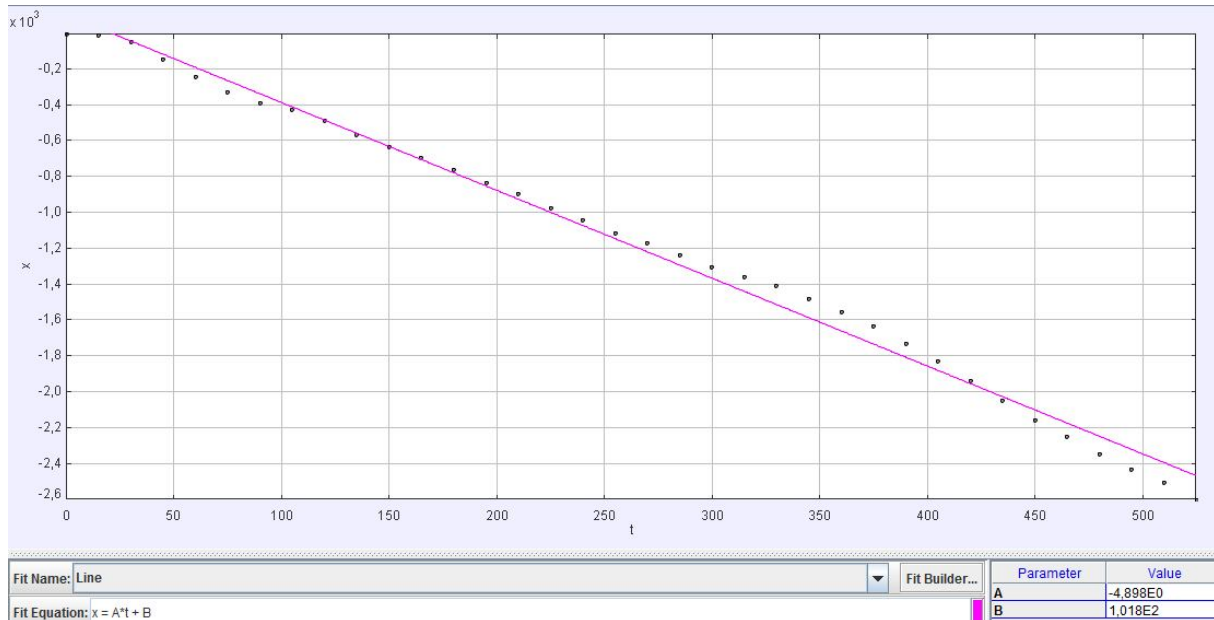
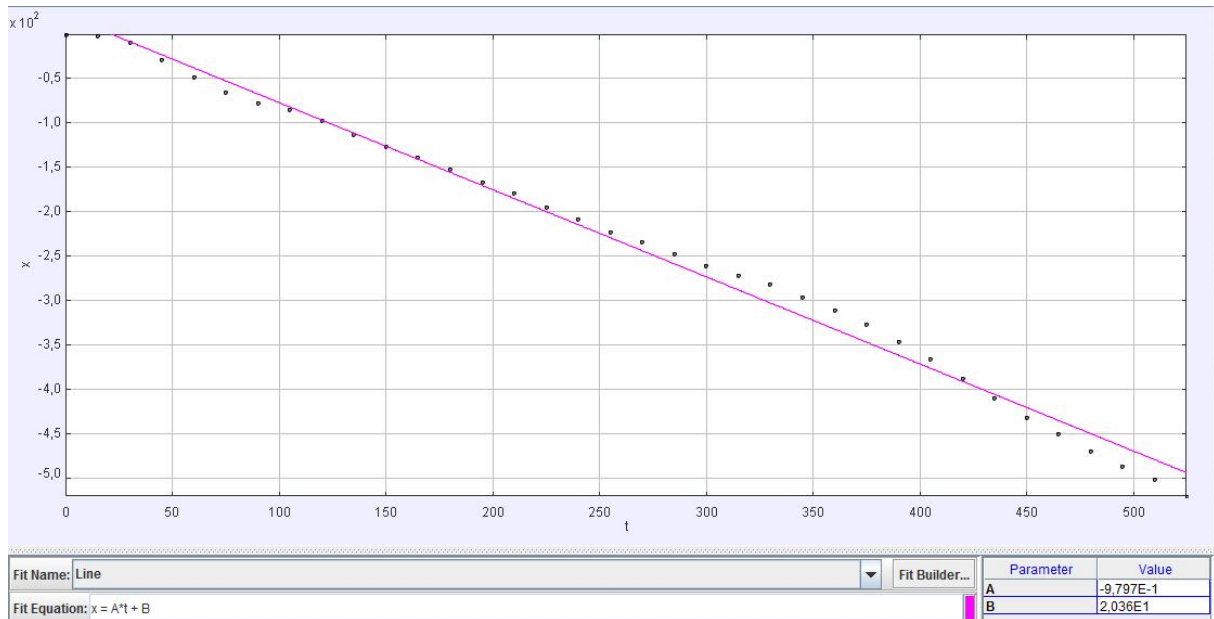
A felhőkről a gimnazisták a kamera beállított értékeivel felvételeket készítettek, majd a felvételen a kiválasztott felhő egy jellegzetes pontját megjelölték, és a Tracker program segítségével nyomon követték a mozgása során.





3.9. ábra A szoftver a kijelölt pontok alapján készíti el az x-t grafikont. A szoftveren be kell állítani a két képpoca időkülönbségét is (itt ez az időkülönbség 15 s).

A grafikonok azt mutatták, hogy kisebb változások voltak a felhők sebességértékeiben, de lényegében a mozgás egyenletesnek mondható, ahogy az a pontsorra illesztett egyenesekből látszik. Az adott felhőtípus lehetséges magasság-intervalluma a Wikipédia alapján:  $h(\text{km}) \in [0,6; 3]$ . Az intervallum két szélső értékére megrajzolt x-t grafikon meredekségei az  $m \in [-0,98; -4,9]$  intervallumba estek, ezek alapján a sebességvektor nagyságai:  $|\vec{v}| \in \left[3,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}; 17,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$ . Természetesen a sebességvektor irányát is meghatározták a tanulók iránytű segítségével (ez északnyugati volt).



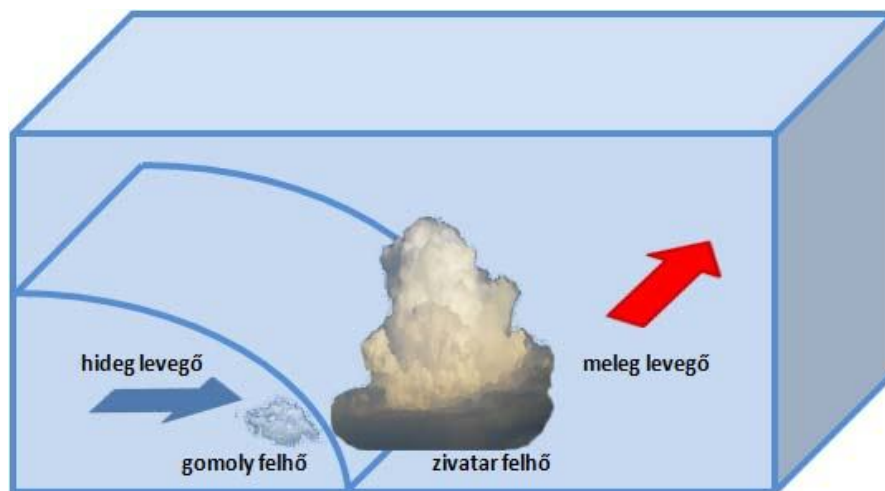
3.10. ábra: a video analízis során nyert  $x(m)$ - $t(s)$  grafikonok képei. A felső grafikon a 0,6 km-es távolságban feltételezett, az alsó grafikon a 3 km magasságban feltételezett felhő  $x$ - $t$  grafikonja látható.

### 3.2.3. Következtetések levonása

A diákok a szakköri munka során egy egyszerű sebességmérésből indultak ki, ám a mérés kivitelezése során több érdekességet is felfedeztek a légköri jelenségekkel kapcsolatosan. Próbáltak összefüggéseket keresni a felhők fajtája, sebessége és a légköri áramlások között. A meteorológiai weboldalakon ellenőrizhették a szél áramlási irányát, nagyságát, a csapadék előfordulását és mennyiségi értékeit is [21].

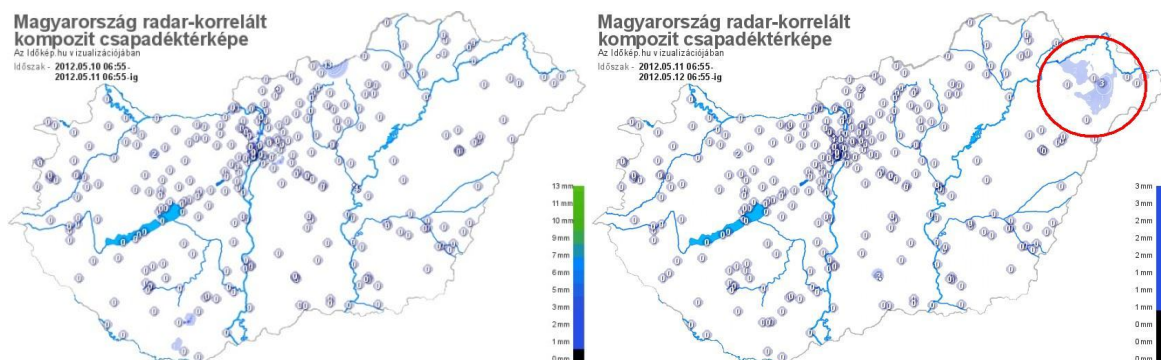
A diákok egyéni feladatként néztek utána, hogy a Cumulus felhőcsalád gyakran a hidegfront érkezésével keletkezik. A kísérlet kezdeti napján a mért felhő-sebességértékek (4-

18 km/h) még nem érték el a hidegfront áramlásának sebességét (35–40 km/h), és a felhők késő délutánra is laposabbak maradtak, csapadék nem volt. Másnap (2012.05.11.) a tanulók már nagyobb sebességű, tornyosuló gomolyfelhőket figyeltek meg, ami a hidegfront közeledtét támasztotta alá. (A hidegfront megérkezésekor a lökészerűen megjelenő szél észak-északnyugatira fordul és viharossá fokozódhat. Jellemző csapadékformája a zápor, zivatar jégesővel kísérve [22]).



3.11. ábra: az érkező hidegfront hatására a meleg levegő határán intenzív feláramlás következik be, amely elősegíti a zivatarfelhők (*Cumulus congestus*) keletkezését [22].

A vizsgált felhők áramlási iránya szintén északnyugati volt, és a leírt tipikus „menetrend” szerint megjött a csapadékot hozó front is [21].



1. ábra

3.12. ábra: az érkező hidegfront hatására kiadós eső érte a Nagyecsed térséget.

A tanulók számára a projekt egy konkrét interdiszciplináris folyamat volt, a 9. osztályban a földrajz órákon már megismerkedtek az időjárási frontokkal, ciklonokkal, a felhő és csapadékképződéssel, és különösnek hatott, hogy a fizika nyelvén is megközelítettük az adott témakört. A sebességmérések konkrét adatai alapján felmerült a kérdés a tanulóknál, hogy a légköri áramlások sebességének van-e maximuma? A Föld forgásának a légáramlásokkal való

kapcsolatáról már tanultak a földrajz órán, a Coriolis-erőre is emlékeztek, de annak kifejtése a projektben csúcsosodott ki. Hogy milyen kapcsolat van a Föld forgási sebessége és az légáramlatok sebessége között, a tanulók lelkes könyvtármunkával jártak a végére.

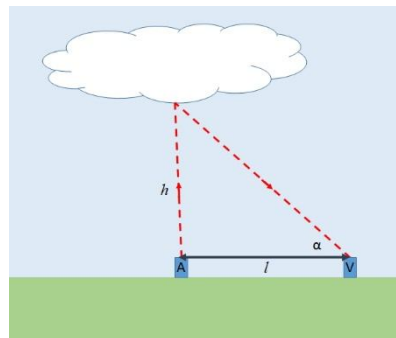
### 3.3. Felhők magasság-mérésének megvalósítása középiskolában

A felhők sebességének a méréséhez szüksége volt a tanulóknak a felhő földfelszíntől való távolságára. A távolságot a lexikonból keresték ki, ami igen széles intervallumot adott meg. Hogy pontosabban lehessen megmérni egy-egy jellegzetes felhő sebességét, a diákok újabb kutatómunkába fogtak. Egy olyan mérési eljárást kerestek, amellyel könnyűszerrel megmérhetik a kívánt magasságértékeket.

#### 3.3.1. Felhők modern magasságmérése

A magasságmérés elvégezhető ballonnal, radartechnikával és lézerrel is. A ballon által felvitt pszichrométer alapján meghatározható a harmatpont magassága, ami a felhőalap magasságával egyezik meg.

Az elektromágneses hullámokkal történő mérés lényege, hogy egy függőleges hullámmal visszaverődését érzékelik egy ismert távolságból (3.13. ábra). A detektor állásából meghatározható a magassági szög, amely alapján a felhőmagasság már kiszámítható [23].



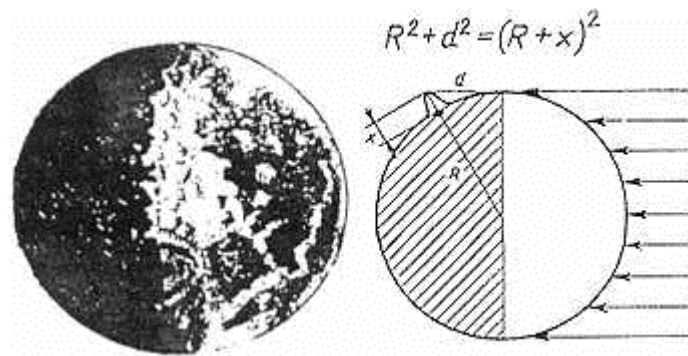
3.13. ábra: Az „A” adóból induló hullámokat a felhőről visszaverődve a „V” vevő detektálja. A detektor adataiból meghatározható a felhőalap magassága ( $h = l \cdot \tan \alpha$ ).

Mivel ezek a mérések igen sok technikai eszközt igényelnek, más eljárást kellett a tanulóknak keresni a magasságmérésekhez.

#### 3.3.2. Geometriát alkalmazó becslések

A Hold hegyeinek magasságát Galilei a 3.14. ábra szerint becsülte meg. Ismerte a Hold sugarát (R), illetve a fénylő pontok (amelyek hegycsúcsok voltak) távolságát (d) az

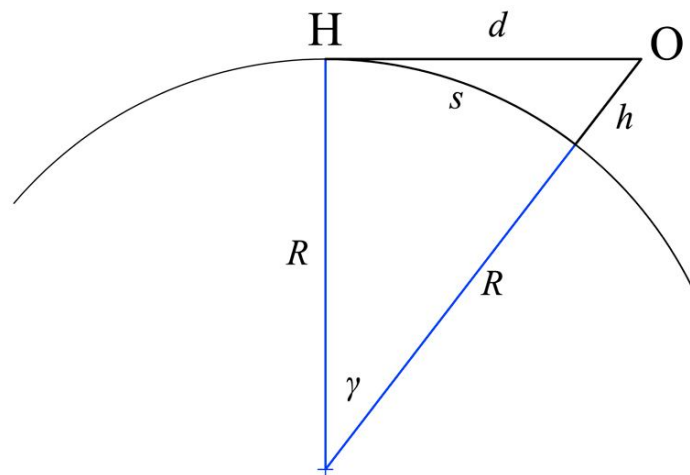
árnyékhatártól, ezekből az adatokból Pitagorasz-tételének segítségével a hiányzó magasság kifejezhető ( $x$ ).



3.14. ábra: Galilei félhold esetén az árnyéktérben fénylő pontokat figyelt meg. Ezeket hegycsúcsoknak vélte, és eljárást is adott a magasságuk megbecslésére.[24]

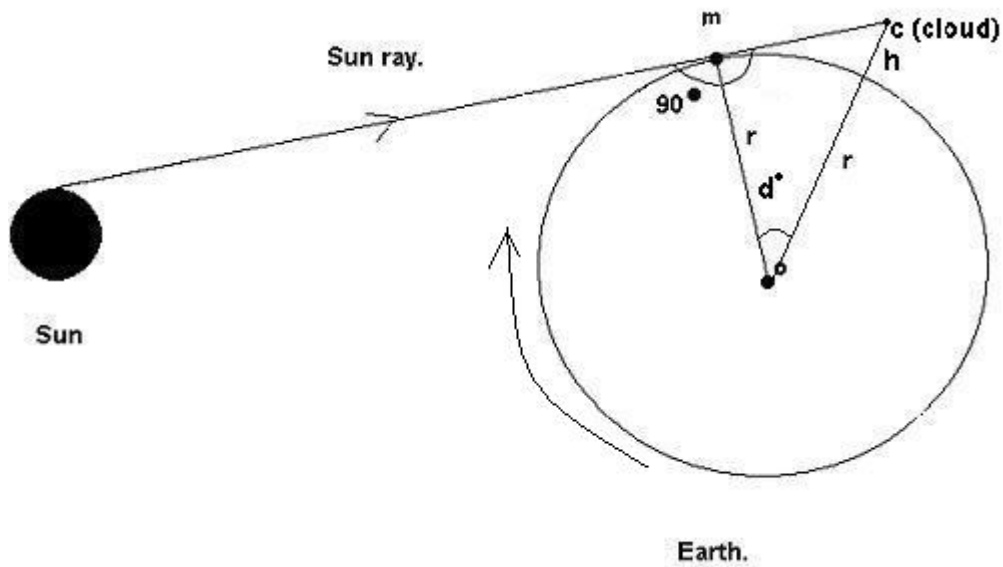
Egy ősrégi tapasztalat, hogy a hazatérő hajóknak először az árboca tűnik fel, majd csak később az egész hajótest [25]. A szemmagasságból ( $h$ ) látható horizontot is csak  $d$  távolságban látjuk az  $R$  sugarú Földön (3.15. ábra).

$$R^2 + d^2 = (R + h)^2 \rightarrow d \approx 5 \text{ km}$$



3.15. ábra: a derékszögű háromszögre alkalmazva a Pitagorasz-tételt, az ismert adatokból kiszámíthatjuk a horizont távolságát.

Egy geometriai elven működő felhőmagasság-becslést is találtak az interneten a tanulók az alábbi ábrával [26]:



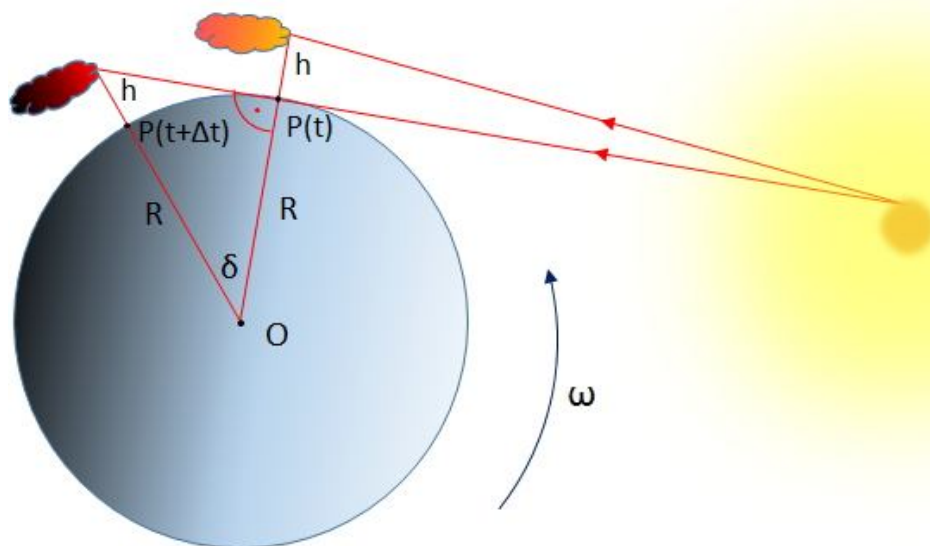
3.16. ábra: a felhők magassága a derékszögű háromszögből kifejezhető.

A rajz kissé szokatlannak tűnt, hiszen az Antarktisz oldala felőli nézetben van ábrázolva a forgó Föld, ami ellentétes a természetes forgásiránnyal. A tanulók ezt az eljárást választották mérésük alapjául, de új ábrát készítettek hozzá.

### 3.3.3. A mérés kivitelezése

#### 3.3.3.1. A mérés elve

A naplemente után még egy ideig megvilágítja a Nap a felhőket. Ez abból adódik, hogy a felhők magasabban helyezkednek el ( $h$ ), mint a  $P$  pontban lévő földi megfigyelő.



3.17. ábra: a naplemente után még egy ideig megvilágítja a Nap a felettünk lévő felhőket.



3.18. ábra: a tanulók által készített felvétel. A horizonton lebukó Nap fénye a felhők csúcsait még eléri egy bizonyos ideig, de az alacsonyabban fekvő részek és a földközeli repülő madarak már sötétségbe burkolóznak.

Ahhoz, hogy sikeresen meg tudjuk mérni a felettünk lévő felhők magasságát, a horizont felett tiszta égboltnak kell lennie. Figyeljük meg a naplementét, majd, amikor a Nap alábukik a horizonton, indítsuk el az előkészített stoppert! Amikor eltűnik a fény a felettünk lévő felhőről állítsuk meg a stoppert! A kérdéses  $\Delta t$  idő alatt a Föld  $\delta$  szöggel elfordult a saját tengelye körül, a  $P(t)$  pont a  $P(t+\Delta t)$  pontba került. A  $\delta$  szöget egy egyszerű egyenes arányosság alapján kiszámíthatjuk, ahogy ezt a saját mérésünk példáján bemutatjuk:

$$86400 \text{ s} \rightarrow 360^\circ$$

$$\Delta t = 429,6 \text{ s} \rightarrow \delta$$

$$\delta = \frac{429,6 \text{ s}}{86400 \text{ s}} \cdot 360^\circ = 1,79^\circ$$

Majd az ábrán látható derékszögű háromszög alapján kifejezhetjük  $h$ -t (a felhő magasságát):

$$\cos \delta = \frac{R}{R+h} \rightarrow h = \frac{R}{\cos \delta} - R = \frac{6,37 \cdot 10^6 \text{ m}}{\cos 1,79^\circ} - 6,37 \cdot 10^6 \text{ m} = 3109,9 \text{ m} \quad (3.2)$$

### 3.3.3.2. A mérés kivitelezése

A mérés sikeres kivitelezéséhez mindenekelőtt olyan helyszínt kellett keresni, ahonnan jól látható volt a horizont és nem voltak a látványt takaró tereptárgyak. A másik fontos feltétel

az volt, hogy a horizont felett csak kevés felhő legyen, hiszen a lemenő Nap utolsó sugarainak el kellett jutni először a megfigyelőhöz, majd a napnyugta után a felettünk lévő felhőkre, és azokon visszaverődve a megfigyelő szemébe.

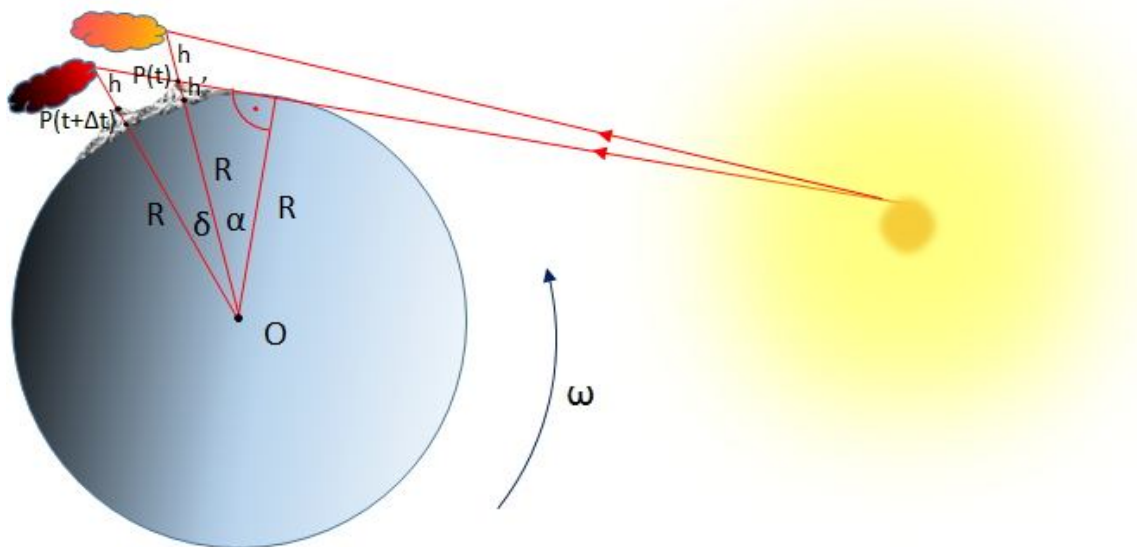
Erre alkalmas helyszínt a Nyíregyházi Főiskola 6. emeletén találtunk, és csak a sokadik megfigyelés alkalmával voltak kedvezőek a körülmények, és tudtuk a mérést végrehajtani.

A  $\Delta t$  idő alatt a Föld forgása mellett természetesen a felhő is mozgott és a Föld is az ellipszispályáján keringett, de ezeket a mozgásokat a diákok elhanyagolták a mérésük során.

A mérés legnagyobb pontatlansága az észlelések időbeli meghatározásában rejlett.

### Ötletek a pontosabb magasságmeghatározáshoz

A mérések elvégzése közben sok ötlet fogalmazódott meg a diákokban, hogyan lehetne a számításokat pontosítani. A két legfontosabb felvetés az volt, hogy a szélességi fokot és a tengerszint feletti magasságot vizsgáljuk meg, mennyire is befolyásolja a mérés végeredményét. A tengerszint feletti érték a terepviszonyoknak megfelelően eltérő értékű lehet a Föld egy-egy pontján. A 3.17. ábrát ezért módosítani kellett (3.19. ábra).



3.19. ábra: ha a mérést a tengerszint fölött végezzük, módosul az 6.12. ábra. A felhő magasságának meghatározásához az ábra két derékszögű háromszögének összefüggéseit használták fel a tanulók. A  $h'$  a mérési helyszín tengerszint feletti magasságát jelöli.

Az 3.19. ábra derékszögű háromszögeiből az alábbi összefüggések írhatók fel:



$$\cos\alpha = \frac{R}{R + h'} \quad (3.3)$$

$$\cos(\alpha + \delta) = \frac{R}{R + h' + h} \quad (3.4)$$

$$h = \frac{R}{\cos(\alpha + \delta)} - (R + h') \quad (3.5)$$

Ha figyelembe vesszük a szélességi fok ( $\varphi$ ) által meghatározott forgástengelytől mért távolságot ( $R'$ ):

$$R' = R \cdot \cos\varphi \quad (3.6)$$

A következő függvényt definiálhatjuk:

$$h(\Delta t, \varphi, h', R = \text{const.})$$

$$= \frac{R \cdot \cos\varphi}{\cos\left(\arccos\frac{R \cdot \cos\varphi}{R \cdot \cos\varphi + h'} + \frac{\Delta t}{86400s} \cdot 2\pi\right)} - (R \cdot \cos\varphi + h') \quad (3.7)$$

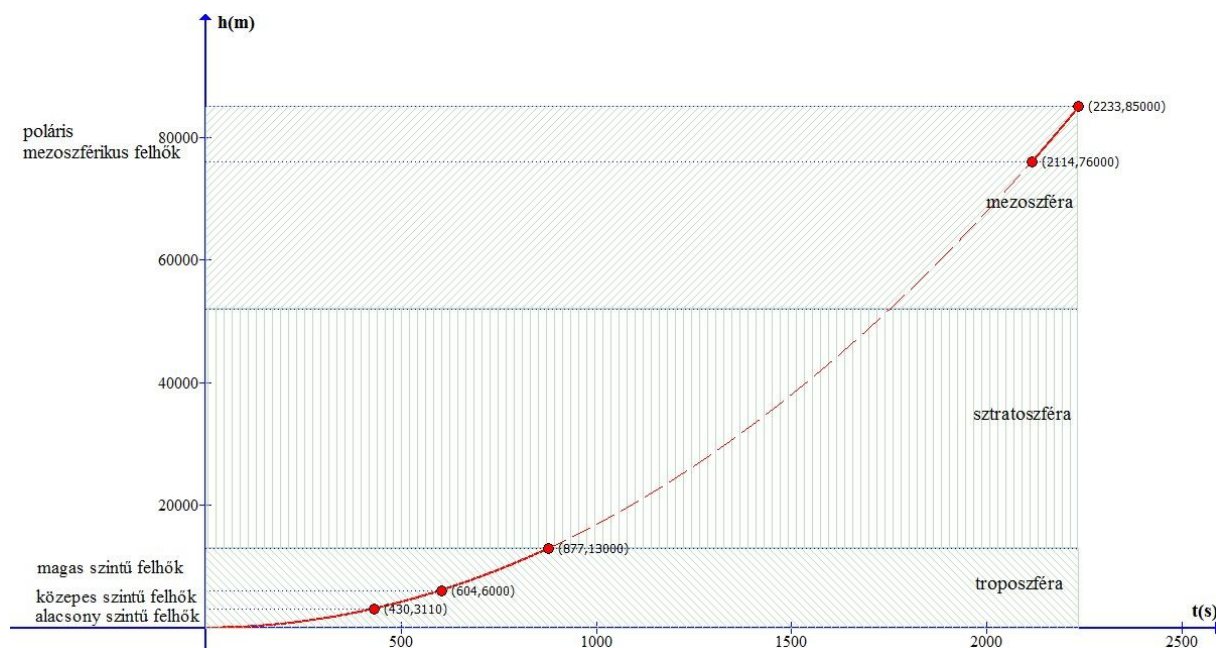
A geometriai összefüggések alapján meghatározott képlet bonyolultsága miatt a tanulók egy szoftvert írtak, így a számítások lerövidültek. A felhőtípusok lexikonból kikeresett előfordulási magasságát így ki tudták egészíteni a napnyugta utáni észlelési idővel.

felhőtípus	előfordulási magasság (km)	észlelési idő napnyugta után (min) $\varphi=0^\circ$	észlelési idő napnyugta után (min) $\varphi=48^\circ$
éjszakai világító felhők	76-85	35-37	43-45
magas szintű felhők	6-13	10-15	12-18
közepes szintű felhők	2-6	6-10	7-12
alacsonyszintű	0-2	0-6	0-7

<b>felhők</b>			
---------------	--	--	--

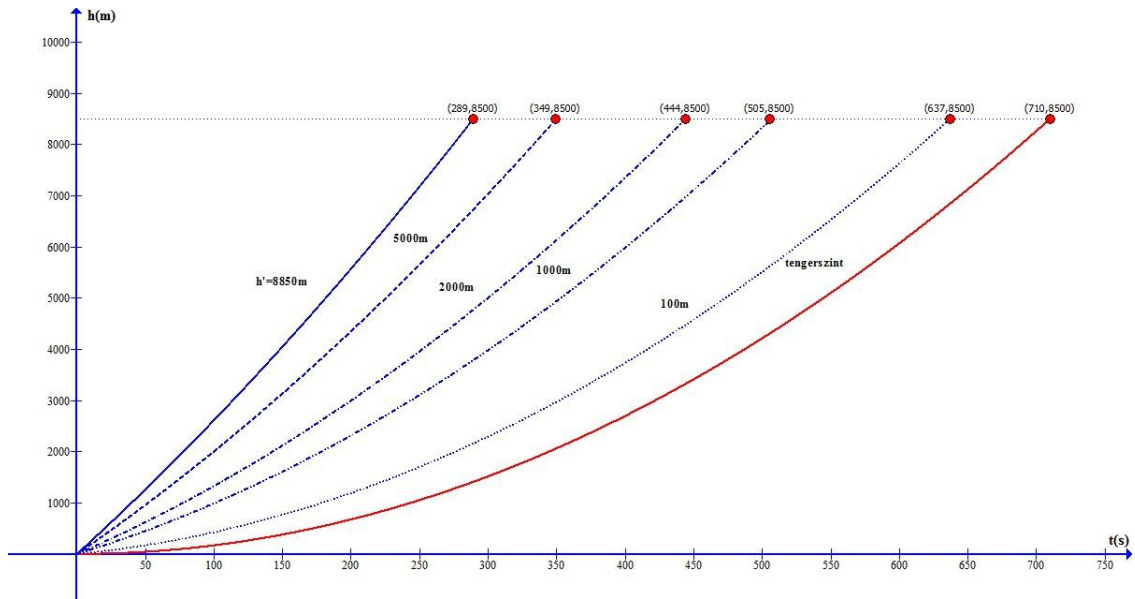
3.1. táblázat: a felhőatlasz magasságértékeire kiszámított fénylési idők az egyenlítőn és Nyiregyházán.

A felhők csoportosításánál látható, hogy van egy ún. tiltott sáv (valójában ez a sztratoszféra, ahol nagyon speciális körülmények között jöhetnek létre csak felhők, főleg a sarkoknál) (3.1. táblázat és 3.20. ábra), ahol a „hagyományos” felhők már nem fordulhatnak elő (13-76 km), de e fölött a mezoszférában poláris mezoszférikus felhők figyelhetők meg. A 3.1. táblázat alapján jól látható, hogy ha nagyobb szélességi fokról figyelünk meg egy azonos magasságban úszó felhőt, akkor az hosszabb ideig fénylik a sötétben (hasonlóan ahhoz, ahogy az Egyenlítő közelében a naplemente is gyorsabb, mint a sarkvidékek felé).



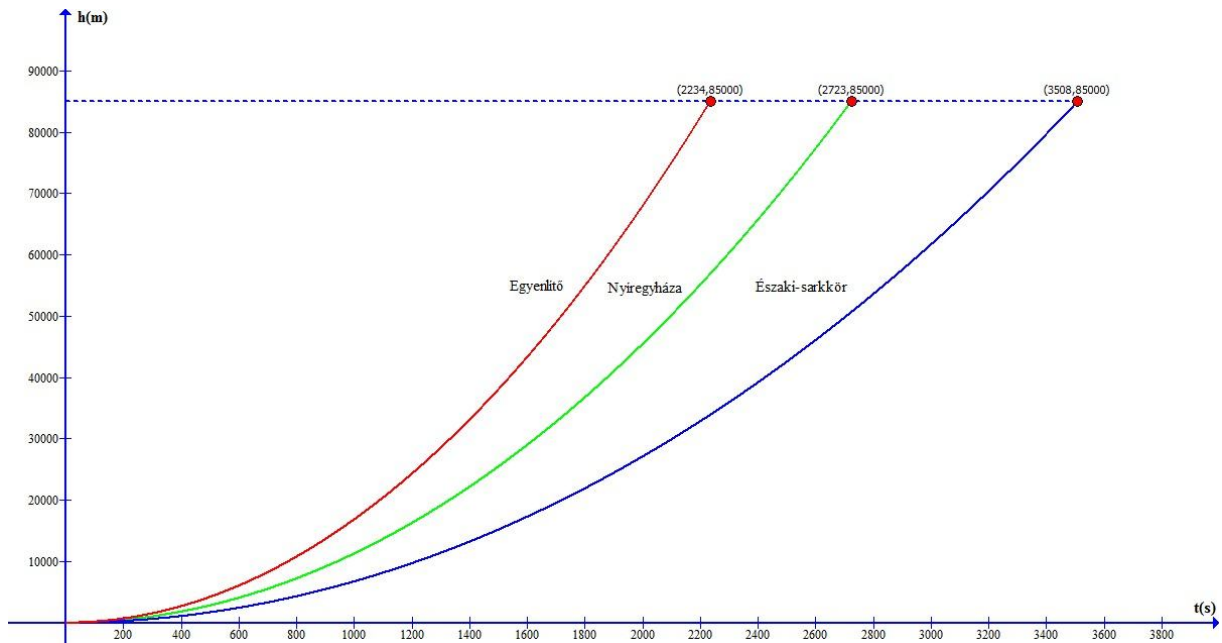
3.20. ábra: a felhők tengerszinttől mért magassága a fénylési idő függvényében. ( $\varphi = 0$ ,  $h' = 0$ ). Az ábrán a tiltott sáv szaggatott vonallal van jelölve.

A mérési helyszín tengerszint feletti magassága is jelentősen befolyásolhatja a számításokat (40%-os időeltérés a tengerszint és a Mount Everest között számítva) (3.21. ábra).



3.21. ábra: a felhők magassága a fénylési idő függvényében a  $h'$  (tengerszint feletti magasság) paraméter változtatásával.

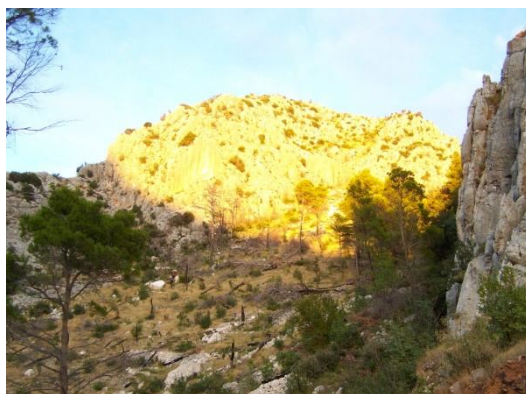
A szélességi fokok hatása a mérésre még nagyobb: akár 60%-os eltérés lehet ugyanazon magasságú felhő fénylési ideje között az északi sarkkörön illetve az egyenlítőn (3.22. ábra).



3.22. ábra: A felhők magassága a fénylési idő függvényében a szélességi fok-paraméter változtatásával. A tiltott sáv az ábrán nincs jelölve.

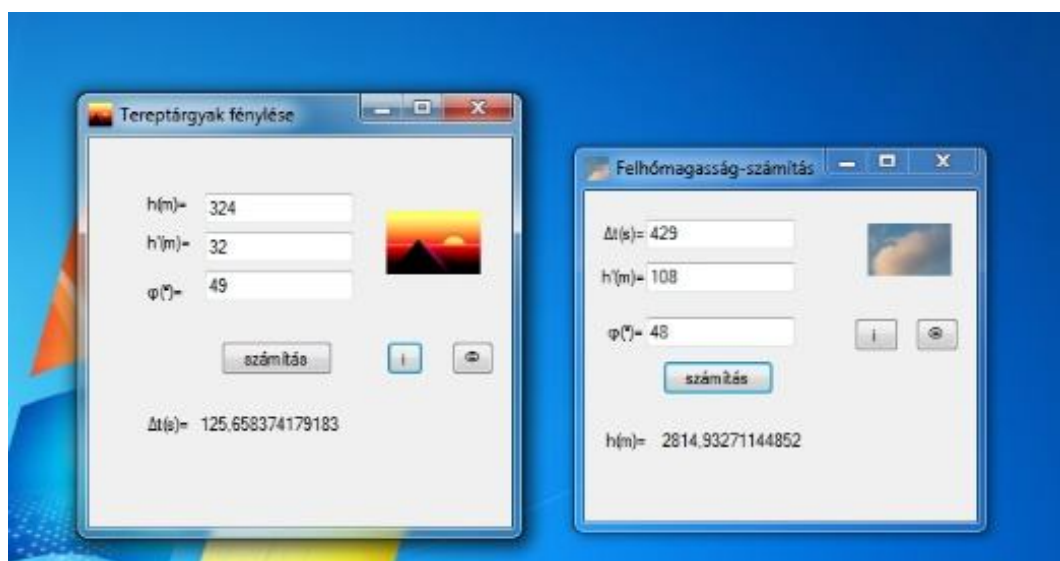
### 3.3.4. Tereptárgyak fénylése

A felhők fénylése lenyűgöző látványt nyújt az esti és a hajnali égbolton. Magasabb tereptárgyak, tornyok, hegyek is képesek fényleni a sötétben, igaz csak sokkal kevesebb ideig, mint, ahogy azt a felhők esetében tapasztaltuk (3.23. ábra).



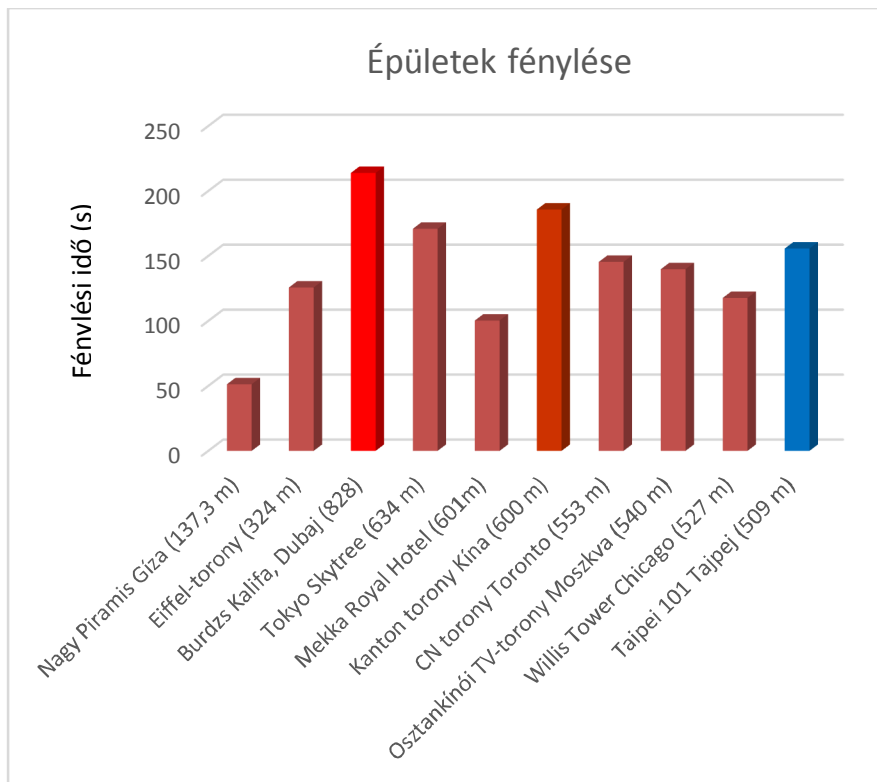
3.23. ábra: hegycsúcs fénylése Hvar szigetén (Horvátország). A kimagasló fehér sziklacsúcs aranyszínűnek látszik a sötét környezete mellett (saját fotó).

Az ókori Egyiptom nagyszabású piramisai is lélegzetelállító látványt nyújthattak napfelkelte előtt és után, amikor a fényesre csiszolt köveken (mára már szinte teljesen eltűntek) visszaverődtek a sötét tájba a Nap sugarai. A tanulók egyik ötlete az volt, ha a  $h(\Delta t)$  függvényből egy  $\Delta t(h)$  függvényt készítünk, akkor híres magas épületek fénylési idejét kiszámíthatjuk e függvény segítségével. Mivel a számítások itt is hosszadalmasok lennének, ezért erre is rövid szoftvert írtak a tanulók C# nyelven (3.24. ábra).



3.24. ábra: információs felülettel ellátott C# nyelven írt szoftverek segítették a számításokat.

A szoftver és a Google Earth program segítségével a diákok néhány híres magas épület fénylési idejét is kiszámították (3.25. ábra). A számításhoz szükség volt a szélességi fokra és a tengerszint feletti magasságra is.



3.25. ábra: Néhány magas épület fénylési ideje. A fénylési idő az épület magasságán kívül a tengerszint feletti magasságtól és a szélességi foktól is függ.

Az Eiffel-torony viszonylag nem nagy magassága ellenére nagy fénylési időt mutat a „kedvező” elhelyezkedése miatt. Természetesen különböző épületekhez fénylési időket csak akkor van értelme rendelni, ha a piramisokhoz hasonlóan egy sivatag közepén, egyéb szomszédos tereptárgyak nélkül magányosan állnak, ellenkező esetben a számolt értékeket nem lehet a mérésekkel összevetni.

### 3.3.5. Következtetések levonása

A pontatlansága ellenére mégis igen hasznosnak találtam a mérés elvégzését, hiszen általánosan közelített meg egy a Földhöz kapcsolódó speciális mozgást. Azok a fizikai tények, hogy a Föld forog (és vajon mennyire követi a légkör a földfelszínt), a felhők kis szakaszon vizsgálva tényleg egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek-e, milyen adatok szükségesek a felhők sebességének a méréshez, melyek a mérést befolyásoló és melyek az elhanyagolható körülmények; mindezen felismerések a tanulókat egyfajta komplex gondolkodásra készítette, hiszen a fizikakönyvek feladatai csak speciálisan kiélezett és egy adott témakörhöz kapcsolódó problémákkal foglalkoznak. A fenti komplex mérés pedig a maga általánosságával közelebb hozta a fizika órát a mindennapok történéseihez.

A speciális programok írása és a képletek Graph-szoftverrel való ábrázolása egy olyan felfedezés-örömet keltett a tanulóknál, hogy a mérés végéig izgalomban voltak, így az

érdeklődésük a projekt végéig sem csökkent. A bonyolult képletek megközelítése és szóra bírása remélhetőleg azt fogja majd eredményezni a tanulóknál, hogy a későbbi tanulmányaik során is bátrabban állnak hozzá a bonyolultabb összefüggések értelmezéséhez.

### 3.4. A Hold mozgásának vizsgálata [P11]

Egy másik szakköri projektben a Hold mozgását vizsgáltuk 11. osztályosokkal. A Holdról készített web kamerás felvétel elemzésénél a tanulóknak figyelembe kellett venniük a Hold látszólagos mozgását ahhoz, hogy a Hold keringési sebességére tudjanak a mért adatokból következtetni. A mért adatokból meghatározták a Hold keringésének irányát, és közelítő értéket kaptak a keringési sebességre is. A pontosságot csak technikai fejlesztéssel lehetett volna tovább finomítani, de ezt át tudtuk hidalni úgy, hogy a tanulók az internetes videó megosztóról letöltötték olyan részletgazdag filmfelvételeket, amelyeken már a Hold egyes kráterei is megfigyelhetőek voltak. Az internetes film elemzése sokkal pontosabb keringési idő meghatározását tette lehetővé.

A tanulók ebben a projektben számukra addig szokatlan mérési eljárásokkal találkoztak: az internetes médiát használták fel kísérletezésre. Pusztán a számítógép segítségével érdekes mozgások sebességeit határozták meg. Felfedezték, hogy az interneten található video anyagok nagyon sok fizikával kapcsolatos információt hordoznak, és azok többsége alkalmas lehet mérések, ellenőrzések elvégzésére is.

A Hold Föld körüli keringését játszottam el a diákokkal fizika órán, amikor az egyik tanuló megkérdezte, hogy vajon a Föld tengely körüli forgásának kerületi sebessége, vagy a Hold Föld körüli keringési sebessége a nagyobb? Egy kis rávezetés után volt olyan tanuló, aki a keringési idők hányadosaiból megbecsülte a két sebesség viszonyszámát:

$$\frac{\text{Hold keringési ideje}}{\text{Föld forgásának periódus ideje}} = \frac{27 \text{ nap}}{1 \text{ nap}} = 27$$

Azaz a Föld forgási szögsebessége a Hold keringési szögsebességének 27-szerese:

$$\omega_{\text{Föld}} = \frac{2\pi}{T_{\text{Föld}}} > \frac{2\pi}{27 \cdot T_{\text{Föld}}} = \omega_{\text{Hold}}$$

$$v_{\text{Hold}} = \omega_{\text{Hold}} \cdot \bar{r} \approx 1 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (3.8)$$

A keringési sebességet a tanulók a függvénytáblázatból kikeresve ellenőrizték. A tanulók fokozott érdeklődése adta az ötletet, hogy mérjük meg szakkörön a Hold keringési idejét filmes technikával.

### 3.4.1. A mérés

Elsődlegesen az érdeklődők házi feladatot kaptak: time-lapse felvételt kellett készíteni a tanulóknak a WebCam Laboratory programmal. A tanulók megmérték a saját kamerájuk látószögét ( $\alpha$ ). A kamera látószögéből és a Hold-Föld távolságból ( $d$ ) a teljes képernyő által befogott szélességet meg tudták határozni.

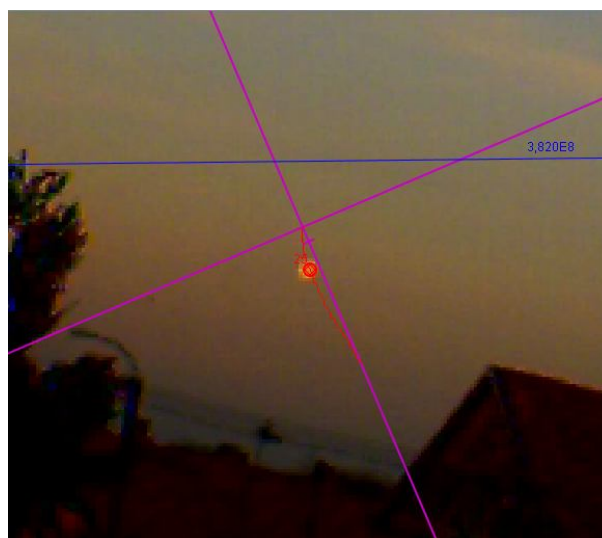
A Hold-Föld távolságot a Hold felszínén elhelyezett lézertükrök segítségével mérik az Egyesült Államokban és Franciaországban holdi lézertávmeréssel foglalkozó obszervatóriumokban. néhány centiméteres pontossággal [27]. Mivel a Hold-Föld távolság nem állandó az égitestek mozgása során, a felvétel dátumának megfelelő értéket másodpercre pontosan a <http://time.unitarium.com/moon/where.html> weboldalon kerestük ki. A tanulók a felvétel kezdeti és végső időpontját átszámolták az egyezményes koordinált világidőre. Ezen időpontokra a weboldalon működő szoftver kiszámolta a keresett távolságokat (3.2. táblázat).

UTC időpont	Hold-Föld távolság (d)
2012.12.30.6:19:35	397251,485 km
2012.12.30.6:39:55	397208,891 km

3.2. táblázat: a 20 perces filmfelvétel kezdeti és végső időpontjához tartozó Hold-Föld távolság-értékek.

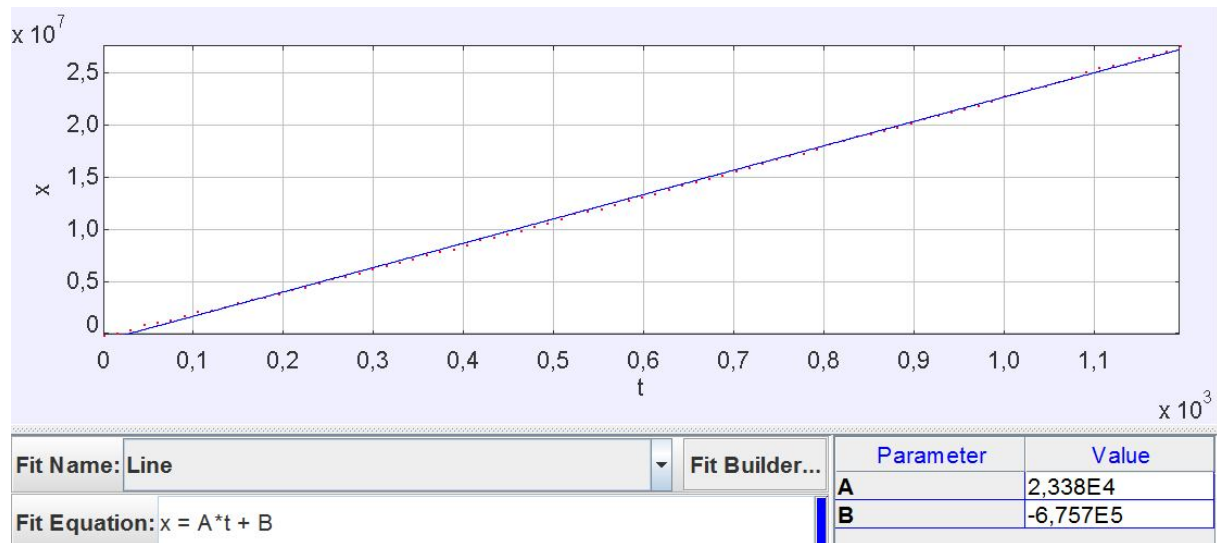
A kalibráláshoz szükséges távolság-adat a két leolvasott érték átlaga volt (397230,188 km).

A Tracker szoftverrel a felvételekről szakköri munka keretén belül video analízist végeztünk (3.26. ábra). A szoftver könnyen felismerte a sötét háttérből kiemelkedő Holdat, és lekövette annak mozgását. A programban a kalibráláson kívül rögzíteni kellett, hogy két szomszédos filmkocka között mennyi idő telt el (a mi esetünkben ez 15 s volt). A koordinátatengelyeket úgy állították be a tanulók, hogy az origóba essen az első filmkockán a Hold, az utolsó kockán a Hold képe pedig a x tengely pozitív részén legyen.



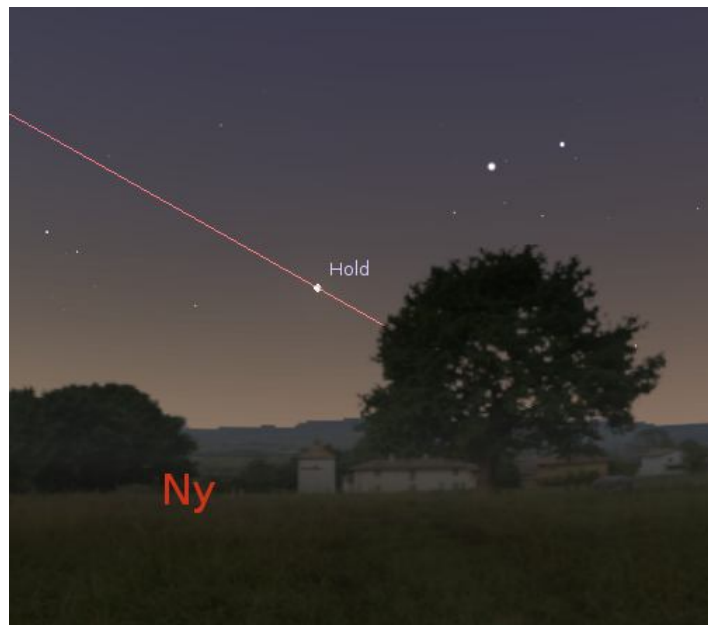
3.26. ábra: a 25. filmkocka nagyított képe a video analízis szoftver képernyőjén.

A szoftver által kiszámított  $x(m)$ - $t(s)$  értékpárokhöz egyenest illesztve (4. ábra) a tanulók meghatározták a Hold látszólagos mozgási sebességének  $x$  irányú nagyságát az égbolton (23,38 km/s).



3.27. ábra: a szoftver által meghatározott értékeket ábrázolva, és azokhoz egyenest illesztve, az A paraméter adja  $v_x$  nagyságát.

A sebességvektor iránya változó volt, de a felvételekről elmondhattuk, hogy a Hold keletről nyugati irányba haladt az égbolton. A pontos tájolást a Stellarium nyílt forráskódú számítógépes planetárium-programmal [28] végezték el a tanulók. Megadták a mérés pontos idejét és helyét, majd megkeresték a virtuális égbolton a Holdat (3.28. ábra).

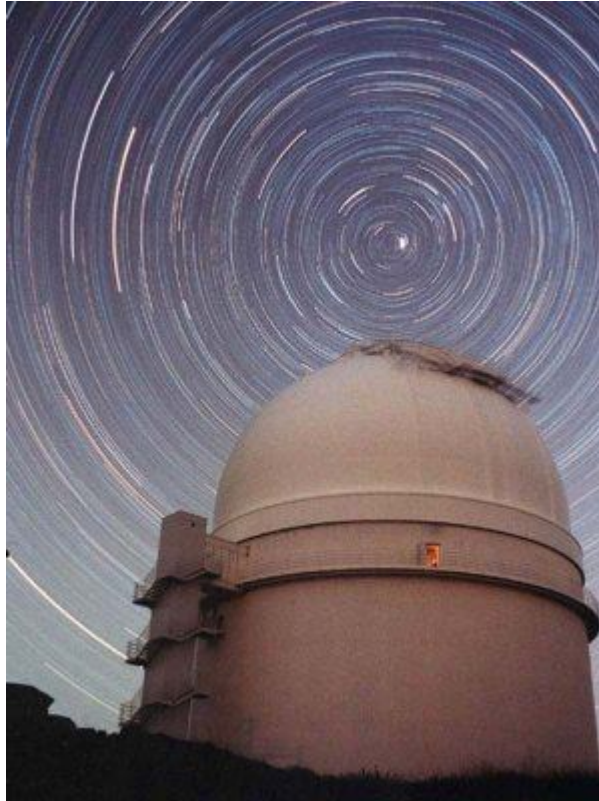


3.28. ábra: a mérési adatok alapján megadott virtuális kép a Stellarium programban.

Az elemzés során két „szokatlan” dologra lettek figyelmesek a tanulók: a Hold látszólagos pályája görbe, a kapott sebességérték pedig igen nagy.



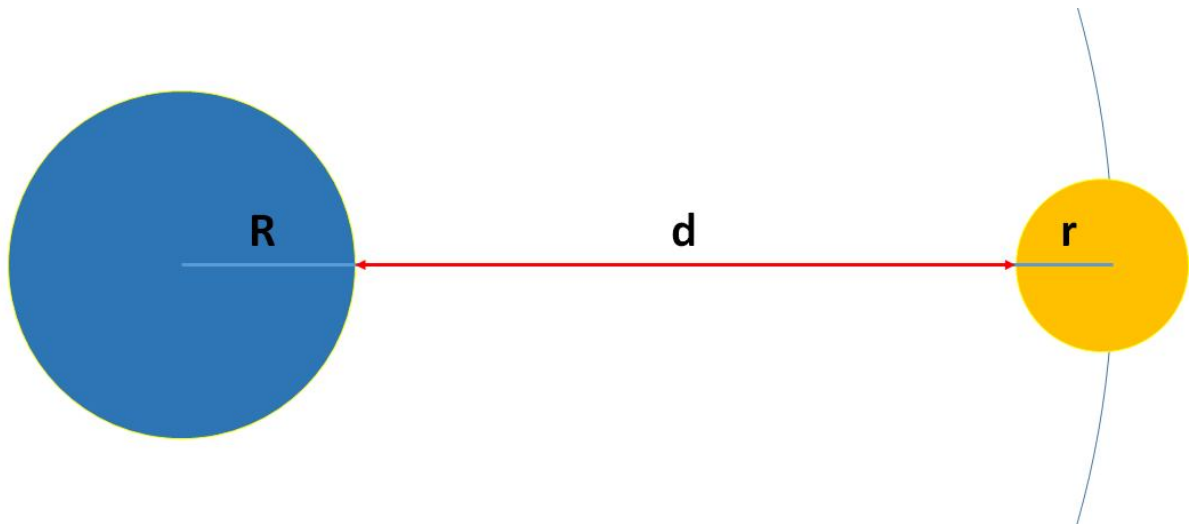
A diákokat ötleteltettem, és a vita eldöntésének céljából azt a feladatot kapták, hogy a következő szakköri órára könyvtármunka alapján próbálják igazolni gondolatmeneteiket. A következő szakkör kiselőadásai alapján a tanulók megállapították, hogy a Hold látszólagos kör alakú pályája és keletről-nyugatra mozgása miatt lassan mozgó égitest kell, hogy legyen (3.29. ábra).



3.29. ábra: Minden álló, vagy lassan mozgó égitest látszólag egy körpályát ír le, amelynek középpontja az égi pólus, a Föld forgástengelyének dőléspontja az égbolton [29].

Rájöttek, hogy a látszólagos mozgás (és a relatív nagy sebesség) a Föld tengely körüli forgásának eredménye. Ahhoz, hogy a Hold keringési sebességét megkaphassuk, le kell vonni a Föld forgásából származó látszólagos mozgást ( $v_l$ ).

$$v_l = \omega \cdot (d + R + r) = \frac{2\pi}{T} \cdot (d + R + r) = 29,48 \frac{km}{s} \quad (3.9)$$

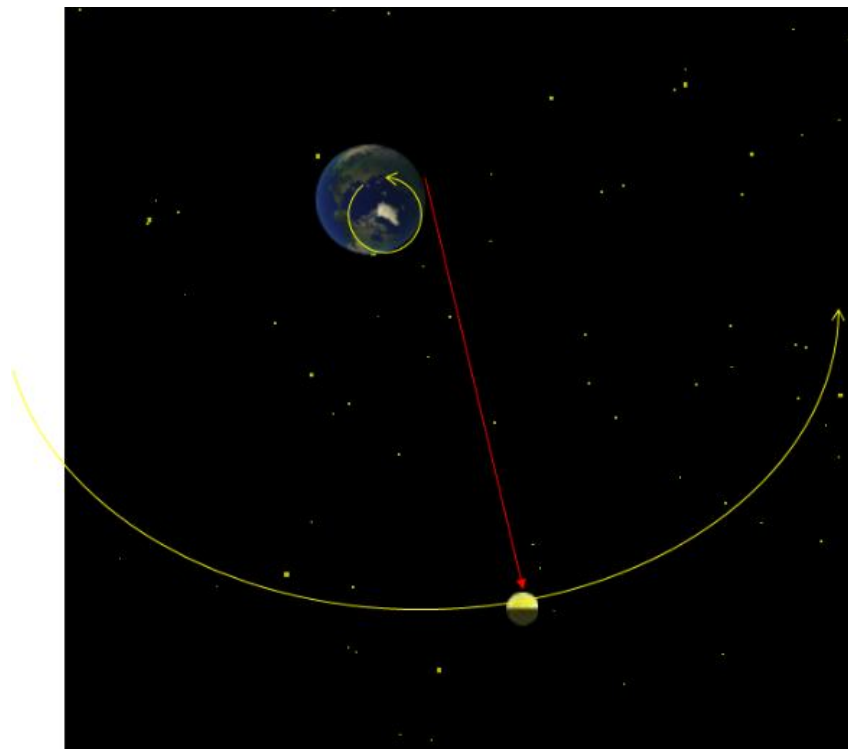


3.30. ábra: a Hold-Föld távolságából ( $d$ ) és az égitestek sugaraiból ( $R$ ,  $r$ ) kiszámolható a látszólagos mozgás sebessége.

A számolásnál a Föld szögsebesség-ingadozásai elhanyagolhatók, a Hold-Föld távolság változásai viszont kevésbé (21296 km).

A tanulók a (3.9) sebességértéket összehasonlították a mért értékkel (23,38 km/s), és a következő megállapításokat tették:

1. A mért sebességérték a Föld forgásának látszólagos mozgási sebességénél kisebb, tehát a Hold keringési iránya megegyezik a tengely körüli forgási iránnyal. Ennek ellenőrzéseként az adatok alapján lefuttattunk egy szimulációt, ami másodperc pontosan mutatja a két égitest helyzetét és mozgását [30].



3.31. ábra: az adatok alapján lefuttatott szimuláció [30] magyarázó nyilakkal ellátott képe látható.

2. A Hold pályamenti sebességét az alábbi összefüggés alapján határoztuk meg:

$$v_{Hold} = v_{Föld,látszólagos} - v_{mért} \approx 6,1 \frac{km}{s} \quad (3.10)$$

A Wikipédián a tanulók megkeresték a Hold pályamenti sebességét.

<b>Min. pályamenti sebesség:</b>	0,968 km/s
<b>Átl. pályamenti sebesség:</b>	1,022 km/s
<b>Max. pályamenti sebesség:</b>	1,082 km/s

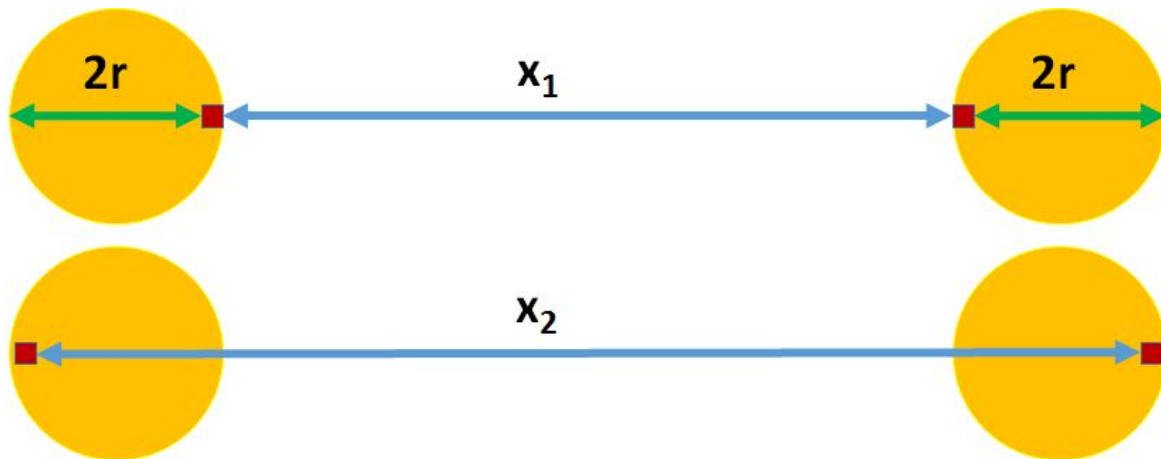
A látszólagos mozgási sebességhez képest a Hold mért keringési sebességére valóban kis értéket kaptunk, de az a hivatalos értéktől eltért ( $\Delta v \approx 5$  km/s). Az eltérés okainak tisztázása további vizsgálódást tett szükségessé.

### 3.4.2. A pontatlanság okai

Mivel a munkánk során odafigyeltünk az időmérésre, a pontos távolságadatok meghatározására, a kalibrálásra, a hibát máshol kellett keresnünk. A felvett filanyagot alaposabban megvizsgáltuk. Kinagyítottuk a felvételen a Holdat és meglehetősen pixelesnek találtuk (3.32. ábra). A szoftver a Holdat, mint kis pixelekből álló fényes területet érzékelt, melynek fényessége is változott az időben. A fényváltozás miatt a Hold szoftver által automatikusan detektált helyzete nem esett mindig a terület középpontjára.



3.32. ábra: a videóból kivágott 8. és a 65. pillanatfelvétel. A Hold alakja határozatlan, színe változó. A piros körrel jelölve a Hold szoftver által automatikusan detektált helyzete.



3.33. ábra: a lehető legrosszabb azonosítást feltételezve (az objektum helyzetét a kis négyzet jelöli) a felvétel első és utolsó képkockáján a Hold által megtett út ( $x_2 = x_1 + 4r$ ).

A vizsgált 1220 másodperc alatt a Hold által megtett út a 4. ábra alapján: 27850 km volt, ennek maximális hibája a 3.33. ábra szerint: a Hold sugarának négyszerese.

A keresett hibát a (3.11) összefüggés adja meg.

$$\Delta v = \frac{4 \cdot 1735 \text{ km}}{1220 \text{ s}} = 5,7 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (3.11)$$

A pontosabb mérést csak komolyabb optikával lehet megvalósítani. Ennek hiányában mégsem adtuk fel a reményt, hogy a méréseinket pontosítsuk. Feltételeztük, hogy a világhálón vannak olyan filmek, amelyek a web kamerás felvételeinknél sokkal jobb felbontásúak és azok elemzésével pontosabb mérési eredményekhez jutunk.

### 3.4.3. Mérések a YouTube video megosztón található filmekről

A YouTube video megosztón rengeteg hasonló film közül választhattunk. Természetesen itt a kamera látószögét csak úgy határozhatjuk meg, ha a filmet feltöltő elárulja, milyen kamerával készítette a felvételesorozatot, ami igen ritka. A legjobb választás, ha a kiszemelt filmen fel van tüntetve két képkocka között eltelt időtartam, és a kép meglehetősen nagyított. Ekkor ugyanis a kalibráláshoz a kamera látószöge helyett a Hold átmérőjének számértékét használhatjuk fel. A nagyított kép lehetőséget ad egy kisebb kráter kijelöléséhez a nyomkövetésnél, ami lényegesen precízebb nyomkövetést eredményez az előző méréshez képest. Az egyik ilyen használható filmet az [31] webcímről töltöttük le (3.34. ábra). A film 1 frame/sec mintavételezésű, 6 percet ölel át, és 2013. okt. 3-án készült.



3.34. ábra: a Hold nagyított képe lehetőséget biztosít egy finomabb részlet megragadásához a nyomkövetésnél. A képen a Hold átmérőjét használtuk a megfelelő kalibráláshoz. A koordinátatengely  $x$  tengelye a mozgás irányában van felvéve.

A 6 perces időtartam alatt a Hold látszólagos pályája egyenesnek tekinthető. A video analízist lefuttatva a tanulók 27,2 km/s sebességet kaptak a Hold látszólagos mozgására.

A felvétel időpontjához (Az UTC 7-be tartozó Phoenixben készült a film) tartozó Hold-Föld távolságot (385288.989 km) behelyettesítve az (2) összefüggésbe 28,6 km/s-ot kaptak.

A Hold pályamenti sebessége ezekből:  $28,6 \text{ km/s} - 27,2 \text{ km/s} = 1,4 \text{ km/s}$ .

A film készítésének napján a Hold-Föld távolság: 385 000 km ( $\approx 384\,400 \text{ km}$ ) volt [30], ami megközelíti Hold pályájának fél nagytengelyét. A Hold e helyzetében a keringési sebessége  $\approx 1,1 \text{ km/s}$ , ami a mérési eredményünkhöz jól közelít.

#### 3.4.4. Konklúziók

A Hold keringési idejének mérése egy jó lehetőség volt a tanulóknak a számítógép fizikai célokra történő használatára otthon és a szakkörön. A mérési eredmények ellenőrzése után rávezettem őket arra, hogy a mérés hibáinak feltárása és korrigálása is hozzátartozik a tudományos munkához. Esetünkben drága műszerek hiányában az internet segített az újabb mérések elvégzésében. A mérés során használt adatok önmagukban is beszédesek voltak, de a szimuláció segítségével jobban át tudták élni a vizsgált mozgásokat. Eredményeiket osztálytársaik kiselőadás formájában ismerhették meg.

## 4. Gyors mozgások video analízise – ismerkedés a kaotikus mozgásokkal [P13]

A nagyfrekvenciás felvételek fizikaszakkörön való alkalmazása lehetőséget nyújtott a kaotikus fizikának a felvillantására is: különböző alakú tálakban mozgó golyókkal kísérleteztünk.

Az ellökött golyókat nagyfrekvenciás technikával filmre vettük, majd a felvételt videoanalizáltuk. Az analízis adatai alapján megfigyeltük a golyók pályáit, meghatároztuk a kezdeti feltételeket. A kezdeti feltételekre való érzékenységet az általam készített szimuláció segítségével vizsgáltuk meg. A kezdeti feltételek megváltoztatásával lefuttatott szimulációk alapján a diákok kategorikus különbséget tudtak tenni a látszatra hasonló mozgások között.

A középiskolai tananyag Magyarországon ezt a fajta kategorikus különbséget nem tárgyalja, és a káoszelmélet sem szerepel a tanmenetben.

A szakkörön elvégzett kísérletekkel a tanulók ki tudtak lépni a középiskolai tananyag kivételes, speciális mozgásaiból.

A kísérleteket szakkörön, a diákokkal közösen végeztem el 2011-ben. A szimulációt a Scilab matematikai szoftverrel valósítottam meg (Scilab-ról ld. még 1.1 fejezet).

Kísérleteinkben két olyan mozgást hasonlítottunk össze (egy egyszerű, forgásszimmetrikus és egy bonyolult tálaban mozgó golyó esetét), melyek látszólag nem sokban különböztek egymástól, hiszen csak a mozgási felületek egyenleteiben volt eltérés. Vizsgálódásaink során arra a következtetésre jutottunk, hogy a két mozgás eredendően különbözik egymástól.

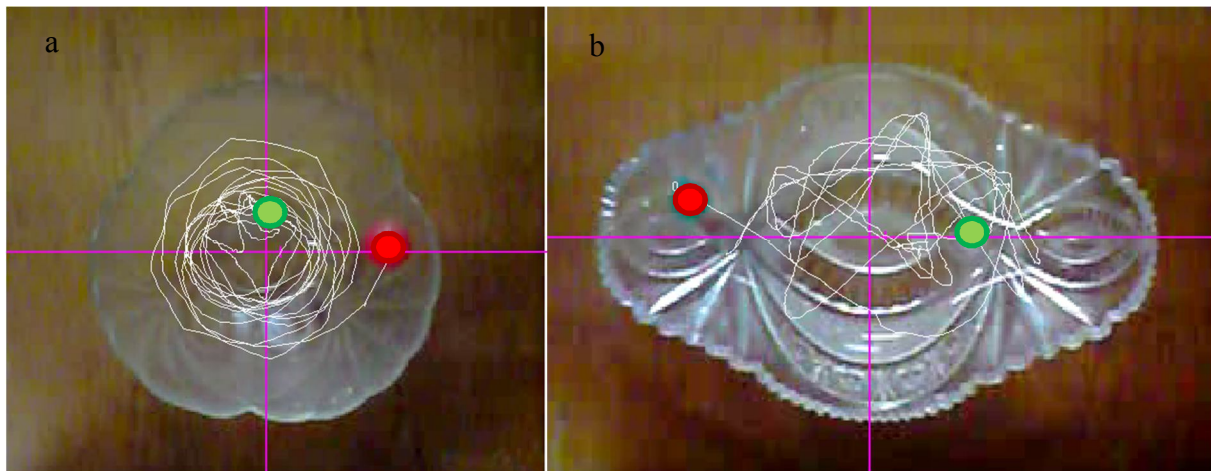
#### **4.1. A tanulók előismerete**

A diákok ma már sokat hallanak a káoszról, legtöbbször a pillangóeffektust emlegetik, miszerint Brazíliában meglepetti a szárnyát egy pillangó, s máris egy hurrikán születhet Texasban [33]. Azt, hogy ez a szárnycsapás ki is olthatja egy hurrikán keletkezését, már sokkal kevesebben gondolják. A mozifilmek mindig is közkedvelten alkalmazták a modern fizikai tudományokat, a felfedezések terén jóslásokba is bocsátkoztak a forgatókönyvírók, de sokszor félrevezető, hamis ismeretek nyújtanak a tömegek számára. Korunkban a káoszelmélet tudománya igen jelentős alkalmazott tudománnyá vált. Tettein érhetjük nyomait a technikai fejlesztéseknél, a meteorológiai előrejelzéseknél, szimulációs szoftverekben, a piackutatók elemző szoftvereiben.

Mivel a káoszelmélet nem szerepel a magyarországi középiskolai tanmenetekben, de a diákok részéről nagy érdeklődés mutatkozott, a káoszelmélet érintésére a 11. osztályban, szakköri munka keretein belül vállalkoztam.

## 4.2. A filmfelvételek készítése és elemzése

A tálakban mozgó golyók valóságos pályáit a Tracker (ld. korábbi fejezetekben) mozgáskövető szoftverrel jelenítettük meg. Ahhoz, hogy a szoftvernek elegendő mennyiségű adat álljon rendelkezésére (gyors mozgásoknál különösen fontos), nagyfrekvenciás filmfelvételt készítettünk a tálakban mozgó golyókról. Az egyszerű tálban kb. 20 másodpercig, a bonyolult tálban 19 másodpercig tartó mozgás kb. 2000 mozzanatát rögzítettünk a szoftver automatikus mozgáskövetőjével, majd kirajzoltattuk a pályákat (4.1. ábra).



4.1. ábra: a) Az egyszerű tálban ( $x_0=8.81\text{cm}$ ,  $y_0=0.15\text{cm}$ ,  $v_{y0}=-40.2\text{cm/s}$ ,  $v_{x0}=-9.1\text{cm/s}$ ), b) bonyolult tálban mozgó golyó video-kiértékeléssel kapott pályája ( $x_0=-9.72\text{cm}$ ,  $y_0=2.15\text{cm}$ ,  $v_{y0}=-5.3\text{cm/s}$ ,  $v_{x0}=-16.45\text{cm/s}$ ). A kezdőpont piros, a végpont zöld ponttal van jelölve.

A szoftver által kirajzolt forgásszimmetrikus tálban mozgó golyó pályájából kivehető a centrális potenciálra jellemző spirális görbe. A golyókat kézi erővel löktük a tálakba, a kezdősebesség komponenseinek nagyságait a szoftver által kiszámított első sebességértékek alapján becsültük meg (a szoftver az első két képkockán rögzített pozícióváltozás koordinátáiból 0,008 s alatti átlagsebességet számol, ami jól közelít a pillanatnyi sebességhez).

row	t	$v_y$	$v_x$
0	0		
1	0,008	-40,205	-9,069
2	0,017	-39,674	-9,143
3	0,025	1,556	-0,363
4	0,033	-185,247	-100,895
5	0,042	-198,131	-103,115
6	0,05	-1,91	0,275
7	0,058	9,865	2,828
8	0,067	-0,199	0,112
9	0,075	-107,126	-134,007
10	0,083	-107,309	-134,777
11	0,092	-0,541	-1,139
12	0,1	-0,45	-0,749

4.1. táblázat: az egyszerű tálban mozgó golyó sebességkomponenseit a szoftver két egymás után következő képkocka alapján kiszámítja (a táblázat az első 12 képkocka eredményeit, 0,1 másodperc időtartamot ölel fel).

Az egyszerű tálban mozgó golyót úgy löktük el, hogy a kezdősebesség irányának függőleges komponense elegendő kicsiny legyen, de a golyó még ne lépjen ki a tálból, így sikerült a leghosszabb mozgásidőket produkálni. A koordinátarendszer origójának a tálak középpontjait választottuk meg. A tálak paramétereit (hosszúság, szélesség, magasság) mérőszalaggal megmértük, ezeket az adatokat használtuk fel a szoftverben a kalibráláshoz. A kezdőpont koordinátáit és a kezdősebességeket a video analízis táblázataiból olvastuk le.

### 4.3. A szimuláció

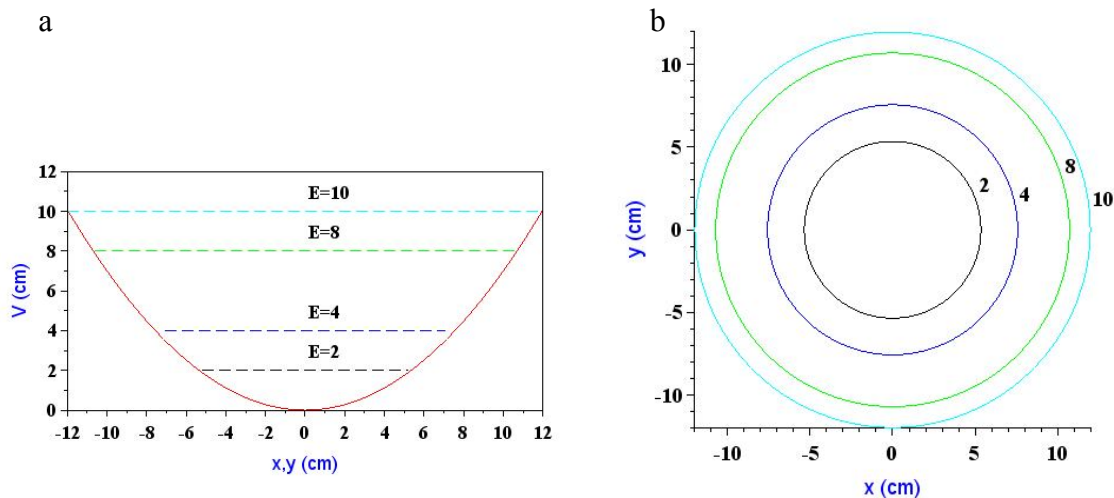
A szimuláció elkészítésénél igyekeztem a két tál alakjának a függvényét úgy leírni, hogy azok hasonlítsanak a kísérletben használt tálakhoz. A forgásszimmetrikus tál alakjának egyenletét matematikai próbálgatással határoztuk meg szakkörön (4.1), míg a bonyolult tál felületének egyenletét irodalom alapján [35] alkalmaztuk (4.2).

$$V(x, y) = 0.07(x^2 + y^2) \quad (4.1)$$

$$V(x, y) = 0.5 - 10^{-2}(x^2 + 3y^2) + 10^{-4}(x^2 + 3y^2)^2 + 2 \cdot 10^{-3}x^2y^2 \quad (4.2)$$

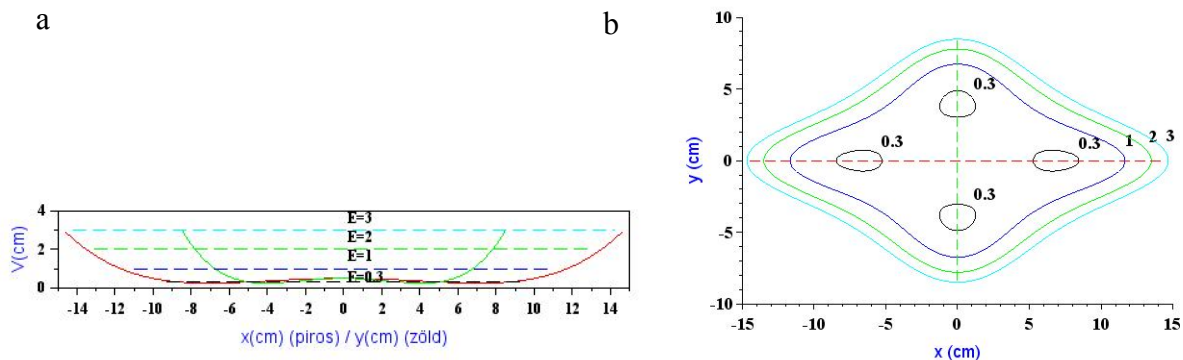
A (4.1) és (4.2) kétváltozós függvények a tálak magasságait adják meg cm-ben. Azért jelöljük  $V$ -vel ezeket, mert  $mg$ -vel megszorozva helyzeti energiát adnak. Az  $x, y$  koordináták is cm-ben értendők.

A tálban mozgó golyó potenciálját súrlódásmentes esetben maga a tál alakja határozza meg, azaz  $E=V(x,y)$ . A tálak oldalnézeti képeit a  $V(0,y)$  és a  $V(x,0)$  egydimenziós függvények ábrázolásával kaptuk meg. A konstans energiaszintekhez tartozó egydimenziós függvények pedig a tálak vízszintes síkmetszeteit rajzolták ki (4.2.b és 4.3.b ábra). A kezdeti energiaszint éppen a tál magasságát jelenti, vagyis a síkmetszet azon mozgások kezdeti helyét adja meg az  $x,y$  síkon, amelyek nulla kezdősebességgel indulnak.



4.2. ábra: a) A  $V(x,y)=0.07(x^2+y^2)$  forgásszimmetrikus tál oldalmetszete. Az oldalmetszet egyenlete:  $V(x,0)=\text{konst.}=0.07x^2$ . (Itt  $V(0,y)=V(x,0)$ , a forgásszimmetria miatt.) b) A forgásszimmetrikus tál felülnézete. A berajzolt vízszintes vonalak és kontúrok mellett az energiaszintek, azaz a tál lehetséges magasságai vannak feltüntetve cm-ben (a rajzokat a Scilab szoftverrel készítettük).





4.3. ábra: a) a bonyolult tál  $V(x,0) = 0.5 - 10^{-2}x^2 + 10^{-4}x^4 + 2 \cdot 10^{-3}x^2$  és  $V(0,y) = 0.5 - 3 \cdot 10^{-2}y^2 + 3 \cdot 10^{-4}y^4 + 2 \cdot 10^{-3}y^2$  síkmetszetének egy koordinátarendszerben való ábrázolása. b) az adott energiaértékekhez tartozó síkmetszetek határoló vonalai láthatók. Jól kivehetők a tál alján lévő gödröcskék. Az ábrán színes szaggatott vonallal vannak jelölve az oldalmetszetek magasságai, melyek színei megegyeznek a hozzájuk tartozó b) ábrabeli kontúrokkal.

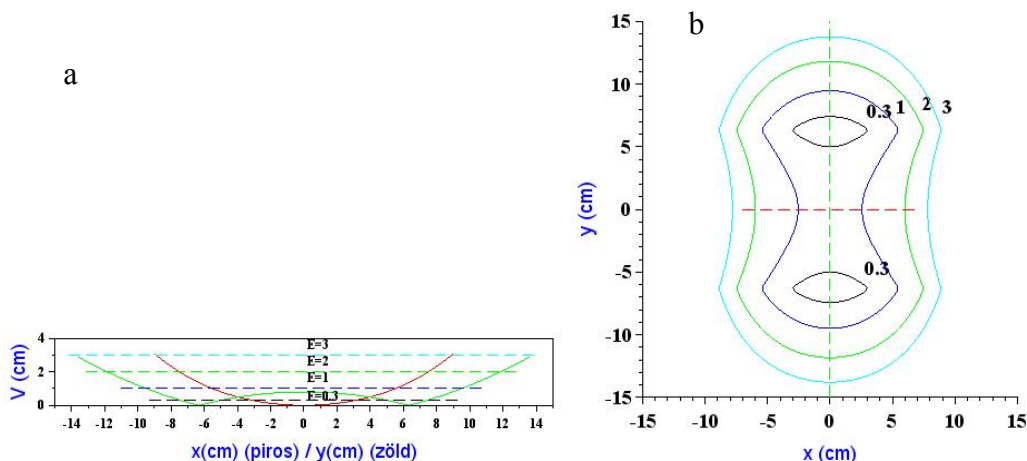
A tanulóknak már voltak matematika órán szerzett ismereteik az egyváltozós függvényekről, hiszen a koordinátageometria résznél már tanulták az egyenes, kör, parabola és az abszolút érték-függvény egyenleteit. Az egyváltozós függvényekkel való játszadozás segített a kétváltozós függvények megismerésében. A szakköri munka során mindenki készített magának egy fantázia-tálat.

A kétváltozós függvényeket a következő módon állítottuk elő. Először a tervezett tál két egymásra merőleges függőleges síkú metszetét terveztük meg, melyek még egyváltozós függvények voltak (4.3) (4.4). Ezt követően a két egydimenziós függvényt összeadtuk (4.5) (4.4. ábra).

$$V(x) = 3 \cdot 10^{-3}x^2 + 10^{-4}x^4 \quad (4.3)$$

$$V(y) = 2 \cdot 10^{-2} \cdot |-y^2 + 40| \quad (4.4)$$

$$V(x,y) = 3 \cdot 10^{-3}x^2 + 10^{-4}x^4 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot |-y^2 + 40| \quad (4.5)$$



4.4. ábra: Két egyváltozós függvény egyesítéséből előállított kétdimenziós függvény (egyike a szakkörön készített fantázia tálaknak; ebben a tálban is felfedezhető 2 kis gödröcske).

A tálban mozgó golyó mozgásegyenletei:

$$m\ddot{x} = -mg \frac{\partial V(x, y)}{\partial x} \quad (4.6)$$

$$h = V \rightarrow E_h = mgV \quad (4.7)$$

Az  $x$  távolság egysége legyen  $L=1\text{cm}$ , az időegység pedig:

$$T = \sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{\frac{10^{-2}\text{m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 10^{-\frac{3}{2}} \text{s} = 3.1 \cdot 10^{-2} \text{s} \quad (4.8)$$

Ebben az egységben mért időben a mozgásegyenletből  $g$  kiesik, így a mozgásegyenlet egyszerűsödik:

$$\ddot{x} = -\frac{\partial V(x, y)}{\partial x} \quad (4.9)$$

A továbbiakban végig ezeket az egységeket használjuk.

A tálakban mozgó golyók mozgásegyenleteit az  $x$  irányú mozgásra deriválás útján határoztuk meg a Scilab programmal (4.1) és (4.2)-ből:

$$\ddot{x} = -\frac{\partial V(x, y)}{\partial x} = -0.14x \quad (4.10)$$

$$\ddot{x} = 2 \cdot 10^{-2} \cdot x - 4 \cdot 10^{-4} x^3 - 5.2 \cdot 10^{-3} x y^2 \quad (4.11)$$

Hasonlóan megkaptuk a gyorsulás  $y$  irányú komponensét is. A kitérés időszerinti deriváltjairól már korábbi szakkörön esett szó, egyrészt a dimenziók vizsgálatánál  $x (m) \rightarrow v(\frac{m}{s}) \rightarrow a(\frac{m}{s^2})$ , másrészt az  $x$ -t grafikon elemzésekor vizsgáltuk, hogy az idő változására hogyan változik a kitérés. Így magát az elvet tudták követni a tanulók, a deriválást pedig a szoftver automatikusan elvégezte.

A golyó összes mechanikai energiája a kinetikus és potenciális energiájának összegeként írható fel. A kezdeti  $E_0$  összenergia a golyó  $x_0, y_0$ , kezdeti helykoordinátái és  $v_{x0}, v_{y0}$  kezdeti sebességkomponensei ismeretében:

$$E_0 = (v_{x0}^2 + v_{y0}^2)/2 + V(x_0, y_0),$$

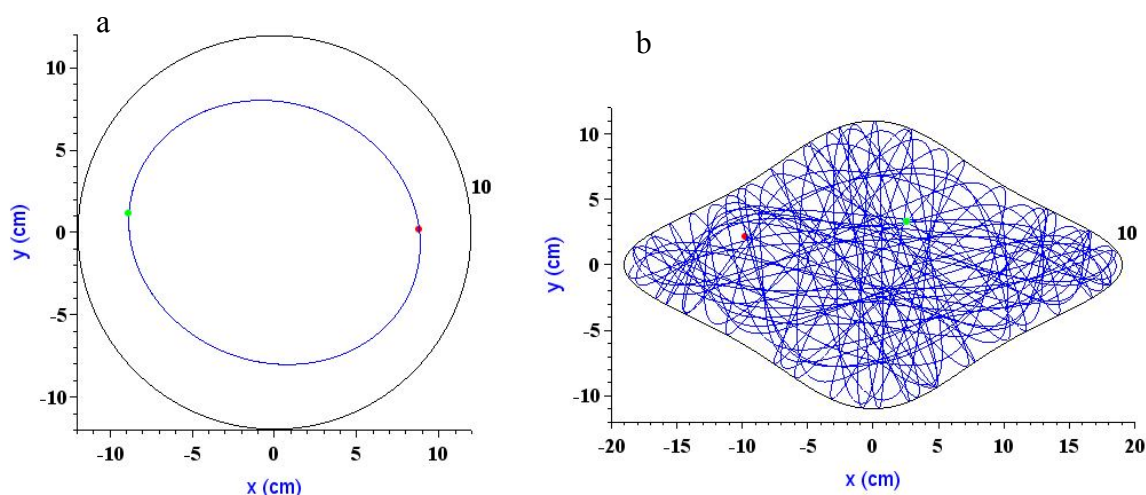
ahol:

$$v_{x0} = \sqrt{2(E_0 - V(x_0, y_0)) - v_{y0}^2} \quad (4.12)$$

A szimulációban meg kell adni a következő kezdeti értékeket:  $E_0, x_0, y_0, v_{y0}$ . A szimuláció ezen értékek megadása után grafikus ablakban ábrázolja a golyó mozgásának  $x, y$  koordinátáit. A szimulációt negyedrendű Runge-Kutta módszerrel írtam meg.

A nemlineáris jelenségek középiskolai feldolgozása kapcsán a szimuláció és a mérés egybevetését Jaloveczki József valósította meg három vonzócentrumos mágnesen inga esetében [36]. A mozgásokat nem filmanyagra vette (mint ahogy azt mi tettük), hanem a Wiifiz programmal és Wiimote szenzor segített a nyomkövetésben és a pályakirajzoltatásban. (A mérések és a szimuláció eredményeit ők az Excel program segítségével elemezték ki.)

A Scilab-bel lefutott szoftver a 4.5. ábrán látható pályákat rajzolta ki.



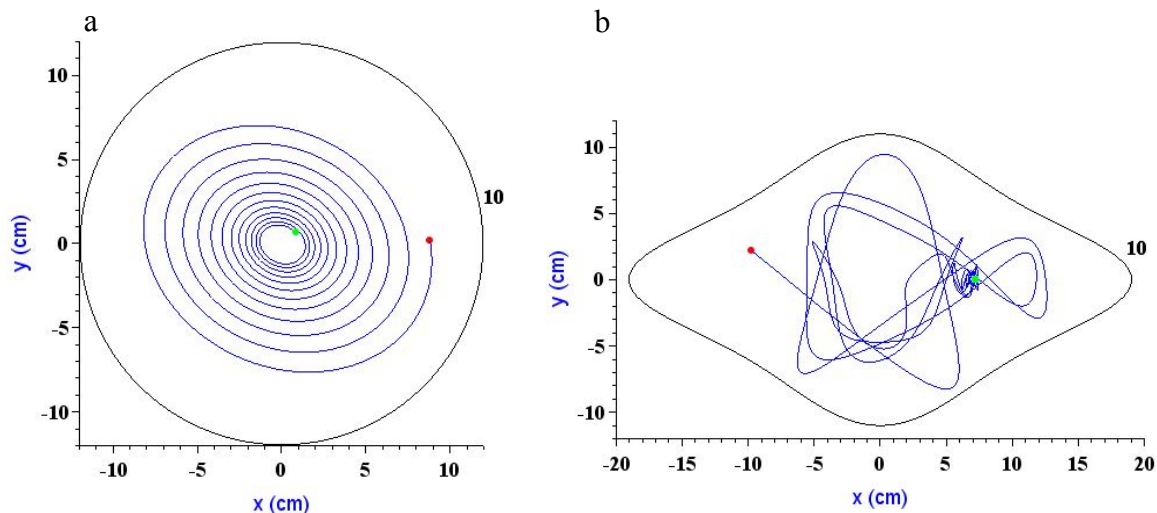
4.5. ábra: a) forgásszimmetrikus és b) bonyolult tálban súrlódásmentesen mozgó golyó pálya-szimulációi. A bonyolult tálban mozgó golyó pályavonalainak burkolója kirajzolja a tál alakját. A kezdőpont piros, a végpont zöld ponttal van jelölve. a)  $x_0=8.81$ ,  $y_0=0.15$ ,  $E_0=10$ ,  $v_{y0}=-3$ , a lépésköz:  $h=0.1$ , az eltelt idő:  $t=1858$ , a körbefordulás ideje 338, 11-szer fordult körbe. b)  $x_0=-9.72$ ,  $y_0=2.15$ ,  $E_0=10$ ,  $v_{y0}=-1.21$ ,  $h=0.1$ ,  $t=12000$

A forgásszimmetrikus tálban állandósult ellipszispályák jelentek meg: speciális esetben kört - ha a kis és nagytengelyek egyenlő nagyságúak voltak -, vagy egyenes szakaszt is kaptunk, ha a kis és nagytengelyek valamelyike zérus volt. A kis- és nagytengelyeket a kezdőfeltételek határozták meg. A bonyolult tálban mozgó golyó pályájának burkolója pedig egy bizonyos lépésszám után kirajzolta a tál alakját. A valóságos mozgásoknál a súrlódással is számolni kell, így egyenleteinket ki kellett egészíteni egy a mozgást akadályozó komponenssel. Ennek a szükségességét a tanulók belátták és együtt illesztették be a szoftverbe. A sebességgel egyenes arányos fékező súrlódást tételeztek fel. A tálakban mozgó golyók mozgásegyenleteiben, a (4.13), (4.14)-ben szereplő  $\alpha$ , a súrlódás mértékére jellemző arányossági tényező. (Az  $\alpha=0$  esetben a súrlódás nélküli mozgásegyenleteket kapjuk vissza.) A mozgásegyenletek hasonlóak az y komponensekre is.

$$\ddot{x} = -\frac{\partial V(x, y)}{\partial x} - \alpha \dot{x} = -0.14x - \alpha \dot{x} \quad (4.13)$$

$$\ddot{x} = 2 \cdot 10^{-2} \cdot x - 4 \cdot 10^{-4} x^3 - 5.2 \cdot 10^{-3} x y^2 - \alpha \dot{x} \quad (4.14)$$

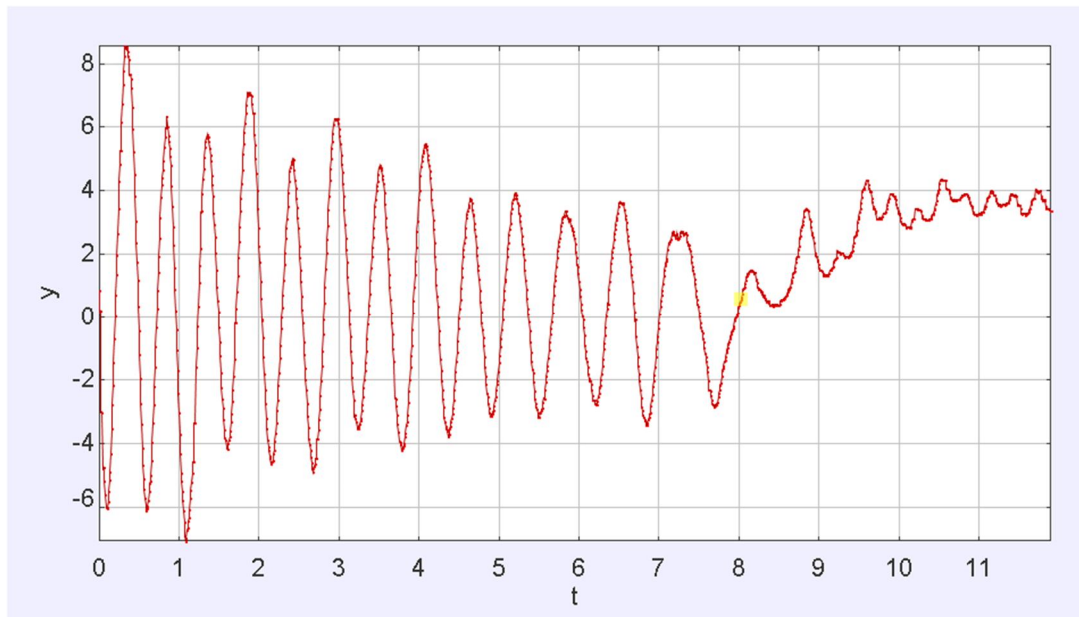
Konzervatív esetben a golyó összes energiája állandó, ha disszipatív erők is hatnak a golyóra, ez az energia folyamatosan csökkenve 0-hoz tart.



4.6. ábra: a súrlódással mozgó golyók pályái a két különböző tálban a)  $x_0=8.81$ ,  $y_0=0.15$ ,  $E_0=10$ ,  $v_{y0}=-3.01$ ,  $\alpha=0.02$ ,  $h=0.1$ ,  $t=4000$ . b)  $x_0=-9.72$ ,  $y_0=2.15$ ,  $E_0=10$ ,  $v_{y0}=-2.5$ ,  $\alpha=0.02$ ,  $h=0.1$ ,  $t=6000$ . A súrlódással mozgó golyók pályái a két különböző tálban. A kezdőpont piros, a végpont zöld ponttal van jelölve.

Az 4.6. a) ábrán látható tálban mozgó golyó lehetséges pályái  $\alpha > 0$  esetben spirális alakú görbéknek adódtak. A bonyolult tálban mozgó golyó pályája néhány kivételtől eltekintve (ld. későbbi 4.13. és 4.14. ábrák) szabálytalan alakzatot mutatott. A 4.6. ábrán látható szimulációk paramétereit a video analízis alapján választottuk meg. Az  $x_0$  és  $y_0$  koordinátákat leolvastuk az analízis táblázataiból (megtehetjük, mivel a tálak függvényeit és a filmbeli tálak virtuális méreteit a valódi tálakhoz kalibráltuk). Az  $E_0$  energiák a tálak méreteiből adódtak ( $E_0=V(x,y)$ ).

A kezdősebesség-vektort a 4.6. b) ábrához tartozó szimuláción úgy választottuk meg, hogy a filmre vett golyó kezdősebesség-vektorával egyező irányba mutasson. Az  $\alpha$  értékét úgy határozták meg a tanulók, hogy megszámozták hány spirálívet tett meg a golyó a tálban, míg az alján lévő domborulathoz ért. Mivel a spirálívek a filmfelvételen metszették egymást, így nehezen lehetett megkülönböztetni az egyes íveket, ezért a mozgás  $y-t$  grafikonját használták fel a számoláshoz (4.7. ábra). A szimulációban a (4.13)-ben szereplő  $\alpha$  értékét addig változtatták a diákok, amíg az ívek száma megegyezett a filmfelvételen szereplő ívek számával. A 4.6. b) szimulációban a sebesség kezdeti  $y$  komponensét addig változtatták, amíg a kezdeti egyenes pályaszakasz helyzete megegyezett a felvételen szereplő egyenes pályaszakaszével. A súrlódást a vonalhaló sűrűsége alapján becsülték meg. Az energia megválasztása a tál méreteiből adódott.

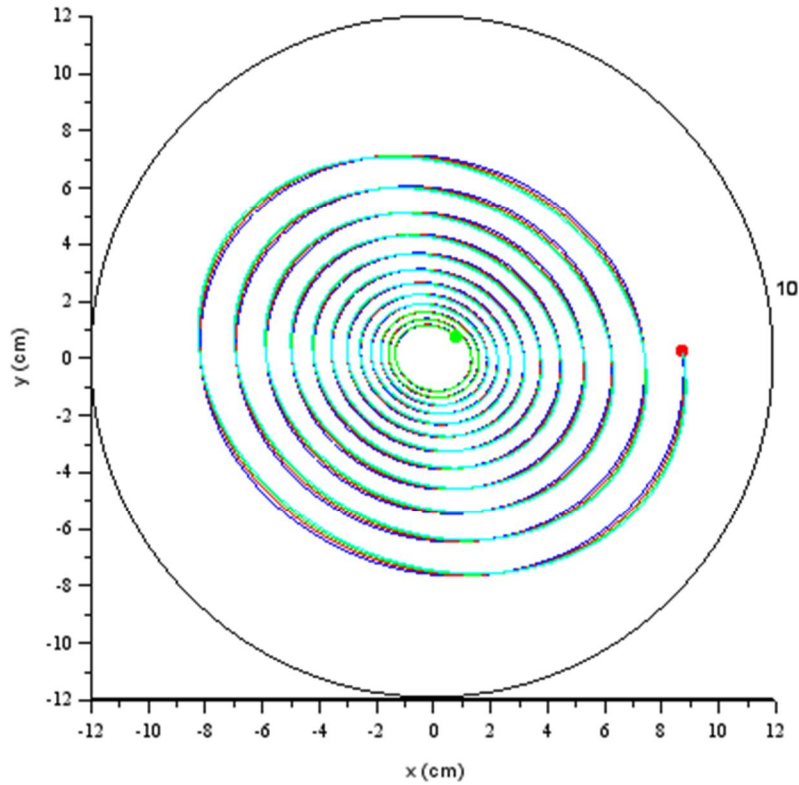


4.7. ábra: a forgásszimmetrikus tálban mozgó golyó  $y$ - $t$  grafikonja. Jól elkülöníthető az a szakasz, amikor a golyó a tál alján lévő kidomborodáshoz ér (7-8. másodperc között). A tanulók az alsó csúcsokat számolták meg (14), ami az ívek számával egyezik meg.

#### 4.4. A filmfelvételek és a szimuláció összehasonlítása

##### 4.4.1. A forgásszimmetrikus tálban mozgó golyó összehasonlítása a szimulációval

A filmfelvételen és a szimulációnál kapott két spirális pálya alakot összehasonlítva a tanulók megállapították, hogy azok hasonlóak. Ha változtattunk a szimuláció kezdeti feltételein ( $x_0, y_0, v_{y0}, E_0$ ), a pályavonalak hasonló spirális rajzolatot mutattak (4.8. ábra).



4.8. ábra: 4 lépésben, századokkal csökkentettük  $v_{y0}$ -t a video adataiból kiindulva. Az így kapott pályákat különböző színekkel egymásra rajzoltattuk. A kezdőpont piros, a végpont zöld ponttal van jelölve. ( $E0=10$ ,  $x_0=8.81$ ,  $y_0=0.15$ ,  $\alpha=0.02$ ,  $h=0.1$ ,  $t=4000$ , kék  $v_{y0}=-3.01$ , piros  $v_{y0}=-3$ , zöld:  $v_{y0}=-2.99$ , világos kék:  $v_{y0}=-2.98$ )

A pálya jellege nem változott meg a kezdeti feltételek kisebb változtatásaira. A filmfelvételen viszont, amikor a domború részhez ért a golyó (melyet az (4.13) függvény nem ír le), a spirálistól eltérő szabálytalan pályavonal jött létre.

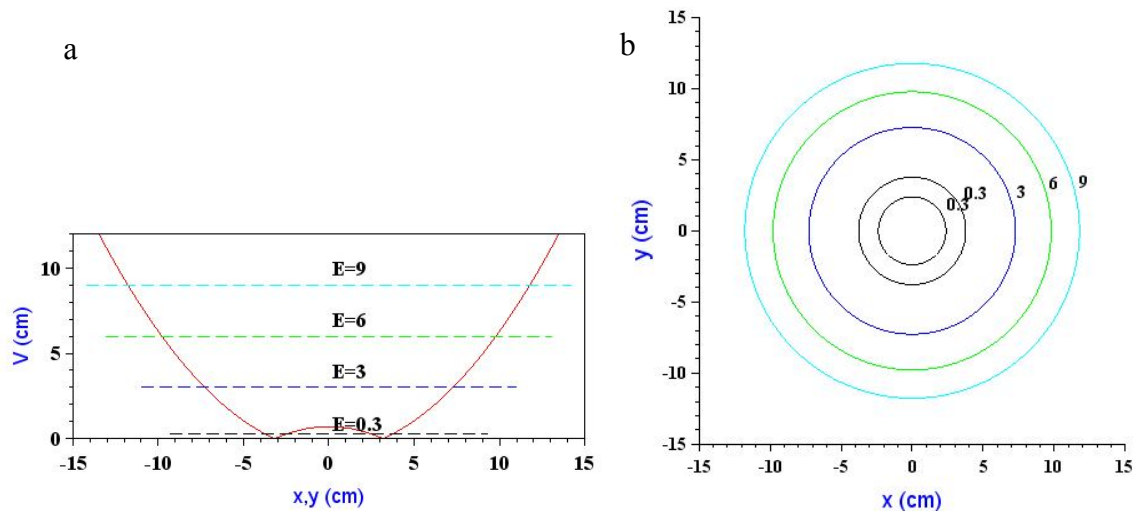
Ahhoz, hogy a szimuláció jobban közelítse a filmen látható golyó mozgását, a tál alakjának a függvényét kellett megváltoztatnunk. A forgásszimmetrikus tál alján egy kis domborulat volt található, ezért a tálat leíró függvény oldal metszeti paraboláját módosítottuk az abszolút érték-függvény felhasználásával:

$$V(x, y) = 0.07 \cdot |-x^2 - y^2 + 10| \quad (4.15)$$

A mozgásegyenletek ebből:

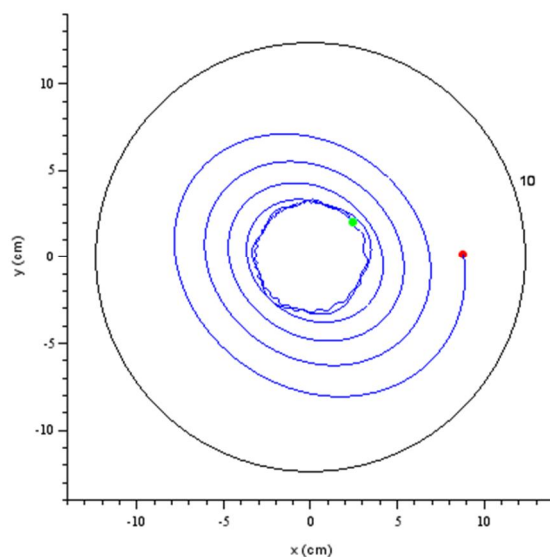
$$\ddot{x} = 0.14x \cdot \text{sgn}(-x^2 - y^2 + 10) - \alpha \dot{x} \quad (4.16)$$

$$\ddot{y} = 0.14y \cdot \text{sgn}(-x^2 - y^2 + 10) - \alpha \dot{y} \quad (4.17)$$



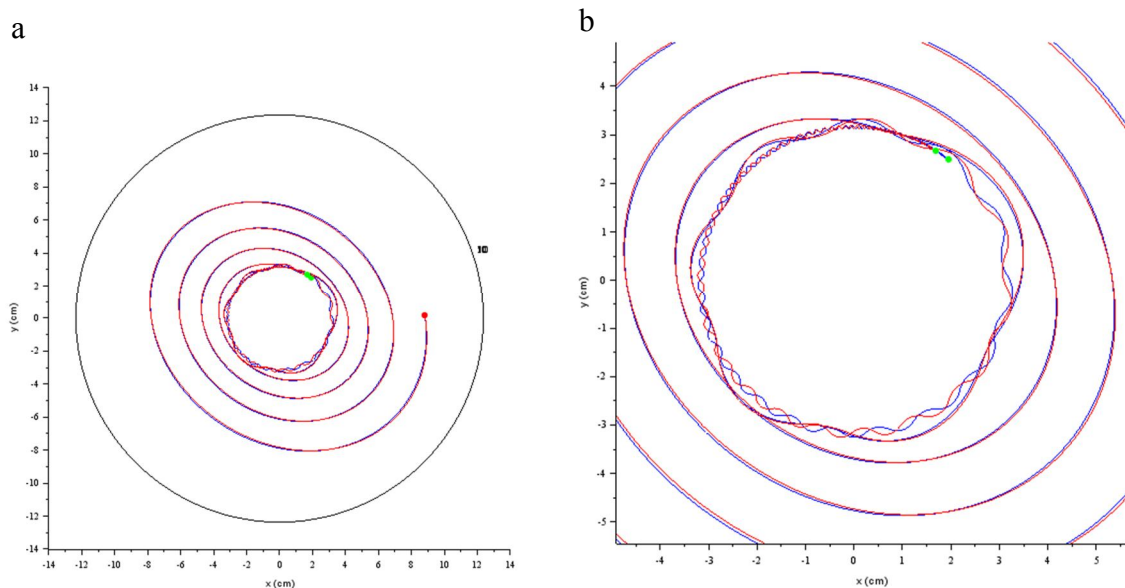
4.9. ábra: a módosított tál-függvény oldalmetszete (a) és a szintvonalai (b). Az  $E=0.3$  energiaszinthez 2 szintvonal is tartozik a kiemelkedés miatt.

A szimulációt lefuttatva a pályavonalak már hasonló jelleget mutattak a filmfelvétel pályavonalalaival (4.10. ábra).



4.10. ábra: a szimuláció lefuttatása a módosított (4.15) függvény alapján. A kezdőpont piros, a végpont zöld ponttal van jelölve. ( $E_0=10$ ,  $x_0=8.81$ ,  $y_0=0.15$ ,  $\alpha=0.03$ ,  $h=0.1$ ,  $t=4000$ ,  $v_{y0}=-3.21$ )

A szimuláció kezdősebességét ismét 0.01-al csökkentettük, és megvizsgáltuk a pályavonalakat. A pályák között ugyan találtunk eltéréseket, de nem távolodtak el egymástól messzire, a zöld végpontok is közel voltak egymáshoz, ezért ebben az esetben nem beszélhetünk káoszról (4.11. ábra).



4.11. ábra: a) Két különböző kezdősebességgel lefuttatott szimuláció, egy koordinátarendszerben. b) Az a) ábra középső kinagyított részlete. A kezdőpont piros, a végpont zöld ponttal van jelölve. ( $E_0=10$ ,  $x_0=8.81$ ,  $y_0=0.15$ ,  $\alpha=0.03$ ,  $h=0.1$ ,  $t=4000$ , kék:  $v_{y0}=-3.21$ , piros:  $v_{y0}=-3.20$ )

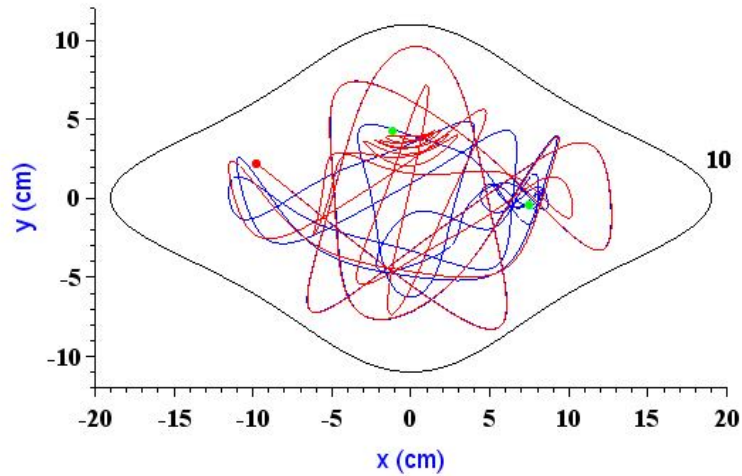
#### 4.4.2. A bonyolult tálban mozgó golyó összehasonlítása a szimulációval

A bonyolult tál szimulációjánál a nagyon sok kezdőérték megadása mellett sem sikerült a filmhez lényegesen hasonló pályavonalakat létrehozni, ellentétben a szimmetrikus tál esetével.

A szimulációban a kezdeti feltételek apró változásai a pályavonalakban lényeges eltérést eredményeztek (4.12. ábra). A diákok megállapították, hogy a forgásszimmetrikus tálban mozgó golyó pályája a kezdősebesség megváltozására nem érzékeny (eltolódott ellipszispályák keletkeztek), a bonyolult tálban mozgó golyó pályái viszont megjósolhatatlanok voltak még abból a szempontból is, hogy a négy gödröcske melyikében áll meg a golyó (erre a tanulók játékosan tippeltek is).

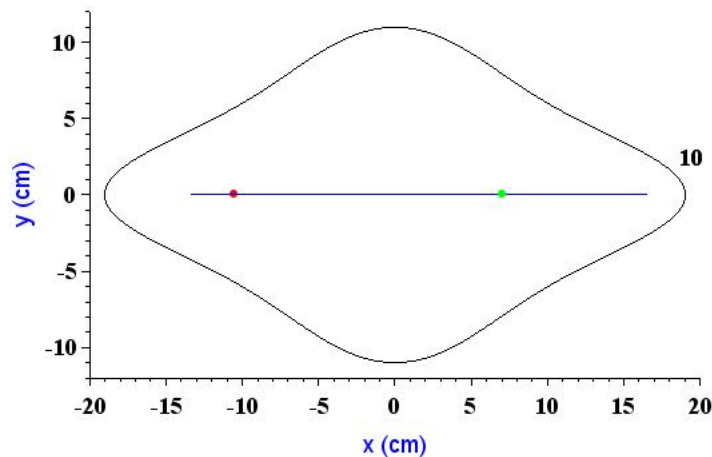
Annak megfigyelésére, hogy mikor következik be a pálya megjósolhatatlan eltérése a kiindulási értékhez tartozó pályától, újabb szimulációt futtattunk le. A súrlódást megnöveltük, így rövidebb utat tett meg a golyó, könnyebb volt nyomon követni (4.12. ábra). Érdekes tapasztalat volt, hogy már a kezdeti szakaszban bekövetkezik a megjósolhatatlan változás.





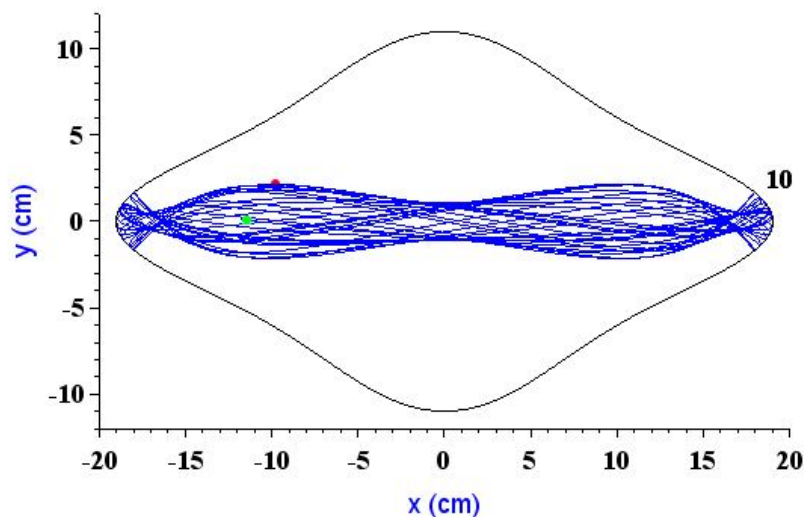
4.12. ábra:  $E_0=3$ ,  $x_0=-9.72$ ,  $y_0=2.15$ ,  $\alpha=0.02$ ,  $h=0.1$ ,  $t=6000$ , piros  $v_{y0}=-2.5$ , kék  $v_{y0}=-2.49$ ,  $v_{y0}t$  a video adataiból kiindulva 0.01-el csökkentettük, majd a pályákat egymásra rajzoltattuk. A közös kezdőpont piros, a végpontok zölddel vannak jelölve. Az ábra kuszasága a kezdőfeltételekre való érzékenység jele, vagyis a káosz képi megjelenése.

A bonyolult tálban mozgó golyó pályarészletei között csak speciális kezdőfeltételek mellett találtunk ismétlődő részeket (4.13. és 4.14. ábrák), de a mozgásra általánosan nem volt jellemző az ismétlődés. Az első esetben ennek oka az, hogy a mozgás a szimmetriatengely mentén zajlik, s az egyenes menti mozgások nem lehetnek kaotikusak.



4.13. ábra: a pályavonalak szabályos jelleget  $y_0=0$ ,  $v_{y0}=0$  megválasztásával mutattak (az ábra kezdeti feltételei:  $E_0=10$ ,  $x_0=-10.5$ ,  $y_0=0$ ,  $\alpha=0.05$ ,  $v_{y0}=0$ ,  $h=0.1$ ,  $t=5712$ , 10 teljes rezgést végzett). A kezdőpont piros, a végpont zöld ponttal van jelölve.

A 4.14. ábra szimmetriája annak tulajdonítható, hogy itt súrlódásmentes esetről van szó. Ilyenkor a káosz csak a kezdőfeltételek egy bizonyos halmazára jellemző. A többi kezdőfeltételhez periodikus vagy majdnem periodikus (és ezért előre jelezhető) pályák tartoznak, melyek között lehetnek szimmetrikus alakúak.



4.14. ábra: szimmetrikus pályavonal a bonyolult tálban, jól megválasztott kezdőfeltételek esetén. A kezdőpont piros, a végpont zöld ponttal van jelölve. ( $x_0=-9.72$ ,  $y_0=2.15$ ,  $E_0=10$ ,  $\alpha=0$ ,  $v_{y0}=-0.11$ ,  $h=0.1$ ,  $t=6000$ )

#### 4.5. A kísérlet eredményeinek összegzése

Az egyszerű tálban mozgó golyó pályáját (a pálya kezdeti szakaszában) jól meg tudtuk becsülni. A bonyolult tálban mozgó golyó pillanatnyi helyzetét az idő elteltével egyre kevésbé tudtuk megjósolni.

A projektben négy 11. osztályos tanuló vett részt 3 szakköri foglalkozáson. A tanulók a kísérletsorozat végén egy tesztet töltöttek ki.

Szatmári Bajkó Ildikó 2006-ban kettős-, gerjesztett ingával és a mágneses ingával végzett diákkörön kísérleteket [37], majd e mozgások szimulációinak elemzésével egészítette ki a foglalkozás anyagát, hogy a kezdőfeltételeket pontosan meg tudják határozni. A foglalkozás elején és végén tesztet töltetett ki a diákokkal (a foglalkozás végén megírt tesztek eredményei lényegesen jobban sikerültek).

A diákokkal közösen a szakköri tevékenység végén a 4.2. táblázatban található kategorikus különbségeket állapítottuk meg a tálban mozgó golyókról.

Egyszerű tálban mozgó golyó	Bonyolultabb tálban mozgó golyó
<b>szabályos, ismétli önmagát, periodikus</b>	szabálytalan, nem ismétli önmagát, nem periodikus
<b>előre jelezhető, nem érzékeny a kezdőfeltételekre</b>	előre jelezhetetlen, érzékeny a kezdőfeltételekre

4.2. táblázat: az egyszerű és a bonyolultabb tálban mozgó golyók tulajdonságainak alapvető különbsége a súrlódásmentes esetben.

A tézishez kapcsolódó filmek, a szimulációk forráskódjai és további anyagok megtalálhatóak a DVD-mellékletben.)

## 5. Tudományos gondolkozás és művészi ábrázolás segítik egymást [P14], [P15]

A modern fizika köznapi szemléletétől idegen fogalmait festészeti analógiák segítségével igyekeztem közelebb hozni diákjaimhoz. A modern mikrofizika tárgyalásában alapvető szerepet kap például a hullám-részecske kettősség, Heisenberg határozatlansági relációja, a valószínűség-amplitúdó fogalma. Ezek ugyanúgy nehezen feloldható ellentmondásban állnak az evolúciós fejlődésünk során kialakult természetes szemléletünkkel, mint a vászon síkjára festett sztatikus képnek az alapvető ellentmondása a művész által ábrázolni kívánt mozgással, sebességgel.

A Heisenberg-féle határozatlansági reláció és az elektron hullámfüggvényének tárgyalását, a mozgást ábrázoló festmények közös elemzésével vezetem be. A művészek a határozatlansági reláció szellemében, az arányok torzításával és a kontúrok elmosásával, azaz a hely bizonytalanságának jelzésével érzékeltetik a mozgást. Az elektron hullámfüggvényét megtanulva visszatérünk a képekre, és az analógia erősítésére Géricault ugró lovának „leírására” bevezetjük a „ló-függvényt” (5.1. ábra), Giacomo Balla „Pórázon vezetett kutya dinamizmusa” c. festményéhez kapcsolódva a „kutya-függvényt” (5.11. ábra). Az elektron hullámfüggvényéhez hasonlóan az általunk definiált folytonos függvények alakja együtt jellemzi a mozgó állatok valószínűsíthető helyét és a sebességét.



5.1. ábra: Jean Louis André Théodore Géricault (1791 – 1824) : *The Derby at Epsom 1821*  
Musée du Louvre, Párizs, Franciaország, 123 x 92 cm. A festő a valóságos arányoktól eltérően erősen megnyújtva ábrázolta a vágató lovakat.

Giacomo Balla *Pórázon vezetett kutya dinamizmusa* c. festményén a kutya nem valóságos, de a séta fázisait érzékeltető, homályos teste mégis jól fejezi ki az intenzív mozgását. A képen szereplő kutyát nem lehet egyértelműen egy ponttal jellemezni, de a

kutyához rendelt folytonos függvénnyel már értelmezhetővé válik a kép mondanivalója: a mozgás. Az atomba bezárt elektron állapota az atommag körül kialakult de Broglie-féle állóhullámmal írható le. Az elektronhullám - hasonlóan a Kutya-függvényhez - magában hordozza az elektron megtalálási valószínűségét és a mozgás intenzitását is.

A Kutya-függvény és az elektronhullám közötti analógia segítette az órán elhangzott elvont fogalmak könnyebb befogadását és elsajátítását is.

A festmények és a tudomány közötti kapcsolat nagy érdeklődésre tett szert a diákok körében.

Egy későbbi alkalommal szakkörön az aranymetszéssel is foglalkoztunk. Az élőlényeken, épületeken és művészeti alkotásokon felfedezett arány megerősítette a tanulókat a természet „tudományos” rendezettségében, közelebb hozta a reál és a humán műveltségi területeket, erőteljes szemléletformáló hatása volt.

### 5.1. Az aranymetszés

*„Azoknak, akik nem ismerik a matematikát, nehézséget okoz keresztüljutni a szépség valódi érzéséhez, a legmélyebb szépséghez, a természethez... Ha a természetről akarsz tanulni, méltányolni akarod a természetet, ahhoz szükség van arra, hogy értsd a nyelvét, amin szól hozzád.”*

**Richard Feynman**

Mind a reál és a humán érdeklődésű tanulókat is lázba hozta az a szakköri kirándulás, amelyen az aranymetszést tárgyaltuk. Az esztétikai törvényszerűségek matematikai megfogalmazása egy kapcsolat felfedezését jelentette a két érdeklődési terület között.

A tanulókkal közösen az aranymetszés alapfogalmából kiindulva eljutottunk a  $\Phi$  arány kiszámításáig, illetve annak megszerkesztéséig.

$$\frac{a-x}{x} = \frac{x}{a} \quad (5.1)$$

$$\left(\frac{a}{x}\right)^2 - \frac{a}{x} - 1 = 0 \quad (5.2)$$

$$\Phi = \frac{a}{x} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618 \quad (5.3)$$

A szerkesztéseket digitálisan végeztük az Euklides síkgeometriai szerkesztőprogrammal, majd a kapott ábrákat felhasználva, egy aránytartó hálót készítettünk, amit az interneten található képekre ráhúzhattunk. A vizsgált képeken emberek, állatok, növények, épületek és

művészeti alkotások szerepeltek. A hosszas gyűjtőmunka során a diákok rádöbbentek, milyen szoros kapcsolat van az esztétika és e matematikai formula között.



5.2. ábra: a tanulók az aranymetszés arányait találták meg az általuk szépnek tartott személyeken, műalkotásokon.

Felismerték, hogy a szépség és az egyensúly fogalmai nem tisztán szubjektív alapokon nyugszanak. Végül olyan műalkotásokat is tanulmányoztak, amelyek az aranymetszés szellemében készültek (5.3. ábra).



5.3. ábra: Mondrian: Kompozíciók. A képen a tudatos szerkesztés elemei láthatóak.

## 5.2. A mozgás művészi ábrázolása a fizika szemszögéből

A pillanatképek nem hordozzák önmagukban a mozgás tulajdonságát, mégis tapasztalati törvényeinknek köszönhetően mozgásba hozzuk őket: egy állóképen látható felhőket pl.

mozogni látjuk, a víz felszíne hullámzónak tűnik, a járművek pedig mintha robognának, stb. [38].

Ha egy fényképezőgép expozíciós idejét megnöveljük, akkor egy adott mozgássorból egyre több fázis kerül rögzítésre az adott képkockán. Ha szabad szemmel egy mellettünk elhaladó autót megfigyelünk, az autó körvonalai egyre elmosódottabbá válnak: ahhoz, hogy felismerjük az autó márkáját, fejünk és szemünk forgatásával követnünk kell a mozgást, de a forgó kerék tárcsáinak mintázatát még így sem sikerül megfigyelnünk. A festészetben már korán elkülönült a két felfogás: „azt festem, amit tudok”, vagy „azt festem, amit látok”. Ez a folyamat megfigyelhető a gyermeki rajz fejlődésében is: óvodás korban hiába ültetjük ki a gyermeket a fa elé, hogy fesse le, amit maga előtt lát, ő az általa begyakorolt fát fogja ábrázolni, vagyis azonosítja a valós fát, és mozgósítja az ábrázolásnál tanult automatizmusokat.

Még bonyolultabb a kérdés a forgó kerék ábrázolásánál. Ugyanis a forgó kerék küllőinek éles képét nem észleljük, mégis gyakorta megesik, hogy a művészek élesen kivehetően ábrázolják azokat.

A forgó kerék küllőinek képe csak egy elmosódott folt a tudatunkban. Ennek képi ábrázolására már a 17. században találunk példát. Nicolaes Maes holland zsánerfestő, Rembrandt tanítványa, több alkalommal is festett fonó nőket. A képeken határozottan kivehetőek a küllők éles határvonalai, ám az egyik képen a valódi látvánnyal megegyező homályos foltot festett [39]. Ezzel a képpel szakított a kor festészeti hagyományaival: nem a kimerevített pillanatot festette le, hanem azt az emberi észlelésnél jelentkező időintervallumot, ahol már igen sok fázis van jelen a leképező tudatban. Hogy hol is van valójában egy bizonyos küllő a kerék abroncsán belül, már nem tudjuk egyértelműen meghatározni, csak azt tudjuk, hogy az abroncson kívül biztosan nem helyezkedhet el.



5.4. ábra: Nicolaes Maes: *A fonó nő sorozatának 2 darabja* 1655-ből. jobboldalon a mozgás érzetét keltő elmosódott küllők figyelhetők meg.

A hétköznapi mozgások megszokottságából törnek ki majd később a 19. századi találmányok: a gőzgép, a gőzmozdony, a páncélhajó és a belsőégésű motorok. A gőzmozdony, aminek alapvető eleme a mozgás és a sebesség, hamarosan a szállítás, utaztatás gyors és kényelmes megoldása lesz. Nem véletlen, hogy az új találmány több művészt is megihletett. Az egyik leghíresebb és legforradalmibb ábrázolást a száguldó gőzmozdonyról William Turner készítette 1844-ben. A festményen a relativitás is jelen van: nincs abszolút tér, a mozdony és táj egyaránt elmosódott képe a mozgás viszonylagosságát hordozza, hiszen azt az illúziót kelti, hogy a szemlélő a mozdonyral együtt mozog.

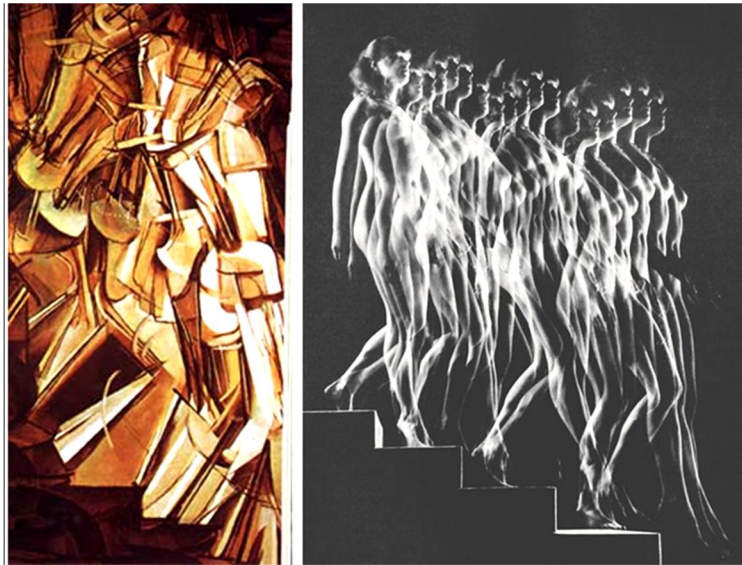


5.5. ábra: William Turner: *Eső, gőz és sebesség* (1844)

A fázisok gépi leképezésére sem kellett sokáig várni. Étienne-Jules Marey fiziológus, a fotópuska, kronofotográfia feltalálója a mozgás fázisait egy képlemezen élesen elkülönülve



rögzítette. Célkitűzése: „Megadni az érzéseknek azt az élességet, amit a természet megtagadott tőlük”. Valójában az idő téri fogalmát szerette volna felfedezni, megláttatni. Elmélete szerint a mozgás során minden időpillanathoz egy különálló jól elkülöníthető fázis tartozik. Marcell Duchamp 20 évvel későbbi alkotásán, A Lépcsőn lemenő akt-ján a korábban használt kronofotográfia elemeit fedezhetjük fel, de ez az alkotás több mint egyszerű fázisok egymásutánisága [38]. A festményen belső elemzések sorozata jelenik meg, nem a mozgás illúziójának a keltése a fő cél, hanem a mozgás elemzése, strukturális viszonya térrel, idővel, szerkezettel és kényszerekkel.



5.6. ábra: Duchamp: A lépcsőn lemenő akt (1912) c. festménye, mellette Etienne-Jules Marey kronofotográfiája (1890).

A futurista művészek is sokat merítettek a fotótechnikákból, amely számos műben alkalmazott technikává vált, mint pl. Bragaglio Csellista c. művénél. Ő volt az, aki a mozgófilmet, mint művészeti kifejező eszközt is felhasználta munkáiban.



5.7. ábra: Anton Giulio Bragaglia: Csellista 1913. A képen több fázis egymásra vetítése nagyobb időintervallum befogadását teszi lehetővé, ami a mozgás illúzióját kelti.

A filmtechnika a fázisok egyidejű jelenlétét kizárta, a későbbiekben csak néhány művészfilmnél lelhető fel, mint elvont elem. Az animációs filmeknél viszont a gyors mozgások ábrázolásánál visszatérnek az elkent lábak, a meghosszabbodott testek a filmvásznon.

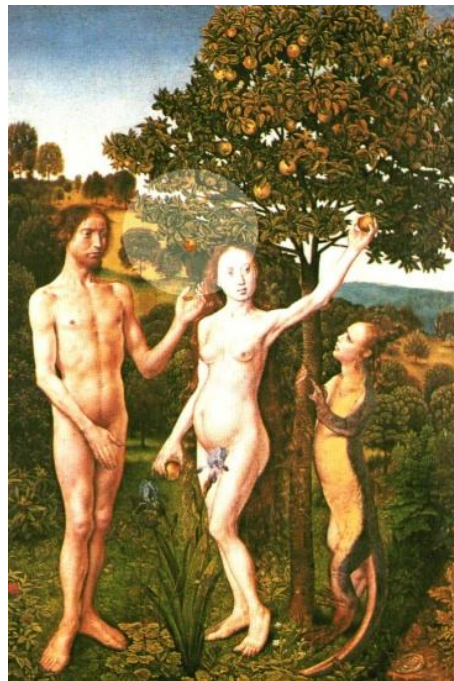
### 5.2.1. A mozgás ábrázolása

„A pillanatnyi állapot bennünk élő képéből hiányzik a mozgás.”

Károlyházy Frigyes

A tárgyak térbeli és időbeli kapcsolatban állnak egymással. A sebesség (a test mozgásának mértéke) nem más, mint a test által bejárt távolságok viszonya az eltelt időhöz. Az egymás után következő pillanatok váltakozása az anyagi objektum mozgásidejét, míg az útszakaszok váltakozása az objektum térbeli helyváltoztatását jellemzik [40].

A pillanatnyi helyzet csak a geometriai adatokat tükrözi az adott időben [41]. Nem lehet kiolvasni például a lenti képről (5.8. ábra), hogy az alma mozog, és ha igen, hogyan. Lehet, hogy Ádám dobálgatja unalmában, de, hogy az alma távolodik a kezétől, vagy éppen közeledik feléje, nem tudhatjuk meg a kép alapján. Az is lehet, hogy az almát oldalról dobták be, és Ádám kézmozdulatát félreértjük csupán, vagy cérnán lógatják le, és nem is mozog Évához képest a gyümölcs.

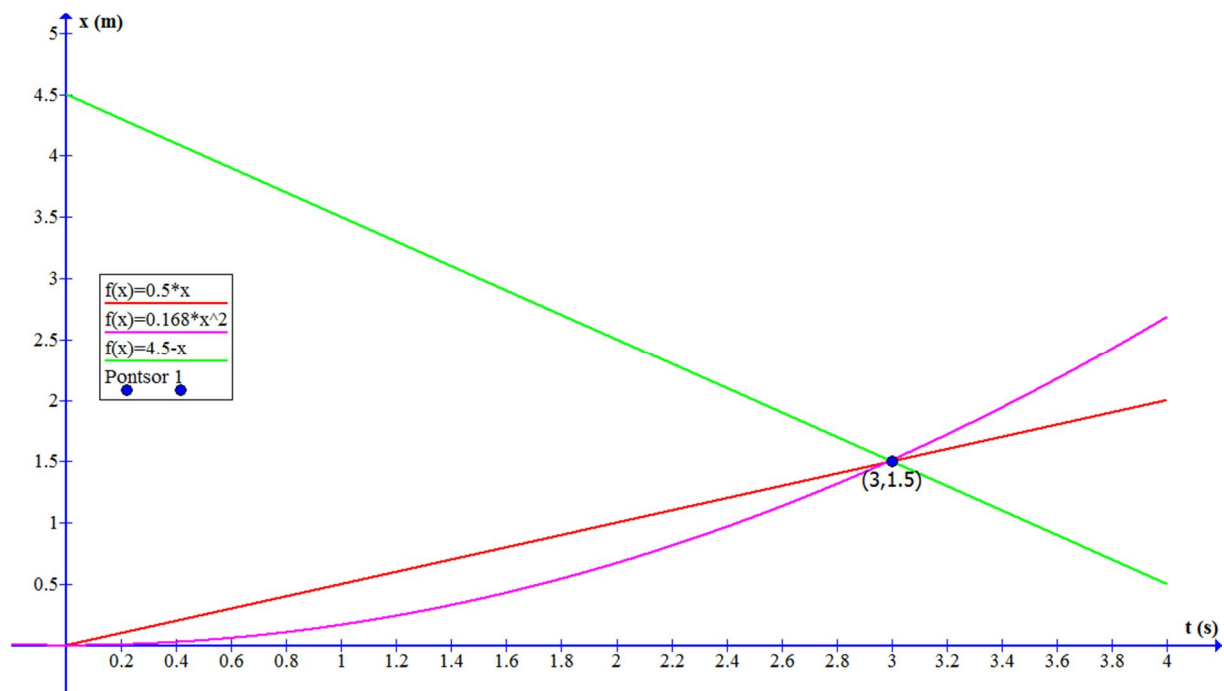


5.8. ábra: Hugo van der Goes: Bűnbeesés (1467-77) 36x23cm, Bécs Kunsthistorisches Museum (módosított reprodukció; az eredeti műalkotáson nem szerepel Ádám keze fölött alma)

A mozgás fogalma és eredete roppantul érdekelte már az ókori filozófusokat is. Arisztotelész szerint a mozgáshoz szükség van mozgatóra, ezt a nézetet Galilei és Newton cáfolták, miszerint csak a mozgásállapot megváltoztatásához van szükség külső hatásra.

Érdeemes itt említeni az eleai filozófusok apóriái közül az idevágót: „[...] a látszólag mozgó nyílnak állnia kell, hiszen bármely térbeli és időbeli pontban vizsgálva az a helyzet, hogy vagy ott van, vagy nincs; ám ha ott van, akkor áll, és nem mozog, nyugalmi helyzetek halmozásából pedig nem keletkezhethet mozgás [42].” Az eleai Zenon, Parmenidész tanainak alátámasztására alkotta paradoxonjait, miszerint a mozgás nem más, csak illúzió. Később kiderült, hogy nem a mozgás, hanem a pillanatkép az illúzió, szigorúan vett pillanatképet az idegrendszerünk alkot az egyszerűsítés elve alapján. A nyugalom vagy mozgás megállapításához (a megfelelő vonatkoztatási rendszerben) nem elég egy időpillanat, több egymás utáni pillanatképből tudjuk csak eldönteni egy test mozgásállapotát.

Ha a test helyét egy bizonyos időintervallumon megfigyelt adatokkal szemléltetjük, akkor ezen adatokat ábrázolhatjuk egyetlen képen, az ún. elmozdulás-idő grafikonon (5.9. ábra).



5.9. ábra: az  $x$ - $t$  grafikon nemcsak a pillanatnyi helyzetet mutatja, hanem az adott intervallumban a mozgás jellegét is kifejezi.

Ahhoz, hogy a mozgást mégis egy pillanatképen érzékeltesük, „csalni” kell.

A rajzfilmkészítők már korán alkalmazták ezt a trükköt, ha céljuk a nagy sebességű mozgás szemléltetése volt. A gyors mozgásoknál már nem volt kivehető a szereplő lába, lépéseinek fázisai: a körülötte szétkent porfelhő keltette a mozgás illúzióját. A „kengyelfutó gyalogkakukk” rajzfilmfigura eltorzult lábai és a porfelhő együttesen fejezik ki a nagysebességű mozgást. Azaz az objektumot kissé szét kell mosni ahhoz, hogy a mozgást ki tudjuk fejezni.



5.10. ábra: a nyugalmi állapotban látott gyalogkakukkk lábai tisztán kivehetők, míg a mozgás közben ábrázolt lábak alakját megváltoztatta, szétkenete a rajzoló.

### 5.2.2. A Kutya-függvény



5.11. ábra: Giacomo Balla · Pórázon vezetett kutya dinamizmusa · 1912 · Albright-Knox Art Gallery, Buffalo

Habár már az őskori barlangrajzokon és az ókori falfestményeken is felfedezhetjük a mozgást sugárzó, elnyúlt testű bikákat, a közép- és újkorban a merev beállítások nyertek elfogadást [43]. Giacomo Balla szakít a hagyományokkal és a merev testábrázolással szemben az 1912-ben bemutatott (4.11. ábra) festményén egy kutya mozgásának fázisai és elmosódott körvonalai jelennek meg.

Balla a futurizmus egyik kimagasló képviselője volt. A futurizmus a tudomány és technikai vívmányait felhasználva gyakran hozott létre dinamikus, mozgással kapcsolatos műalkotásokat. A 4.11. ábrán látható festményen a póráz mozgása is jól megfigyelhető: a művész láthatóvá tette a pórázon kialakuló állóhullámok alap- és első gerjesztetett állapotát.

Valószínűleg tudatos ábrázolásról van itt szó, hiszen Ballát érdekelték a kor tudományának vívmányai.

Hasonlítsuk össze a Balla festményén látható kutyát egy hasonló fotón szereplő kutyával! A festményen a kutya nem „valóságszerű”, de jól kifejezi a mozgást. A homályos ábrázolás azt sejteti a nézővel, hogy a kutya már egy bizonyos helyet elhagyott, de még egy másik bizonyos helyet még nem ért el. Felmerül a kérdés: akkor most hol van?

Azt biztosan állíthatjuk, hogy a két helyzet között, de a pontos helyzetét teljes bizonyossággal nem határozhatjuk meg, ellentétben a fotóval, ami egy pillanatot (nagyon kicsi időtartamot) rögzít. A fotón szereplő kutya tömegközéppontja a lapockájának hátsó részének egy jól meghatározható helyén található. Ha a kutya mozog, a tömegközéppont a mozgás során e testrészétől eltávolodhat, pl., ha lehajtja a fejét vagy előreveti a lábait.

A festményen szereplő kutya tömegközéppontja viszont nem egy pont, hanem azon pontok összessége, amelyeket a mozgás során felvehet (tehát egy szétkent folt). Ha a kutya állapotát egy olyan koordinátarendszerben ábrázolnánk, ahol a vízszintes tengely a hely  $x$  koordinátája, a függőleges tengely pedig a megtalálhatóságának a valószínűsége, akkor a fotón szereplő kutyát egy ponttal helyettesíthetjük (a tömegközéppontjának megfelelő  $x_0$  koordinátával).

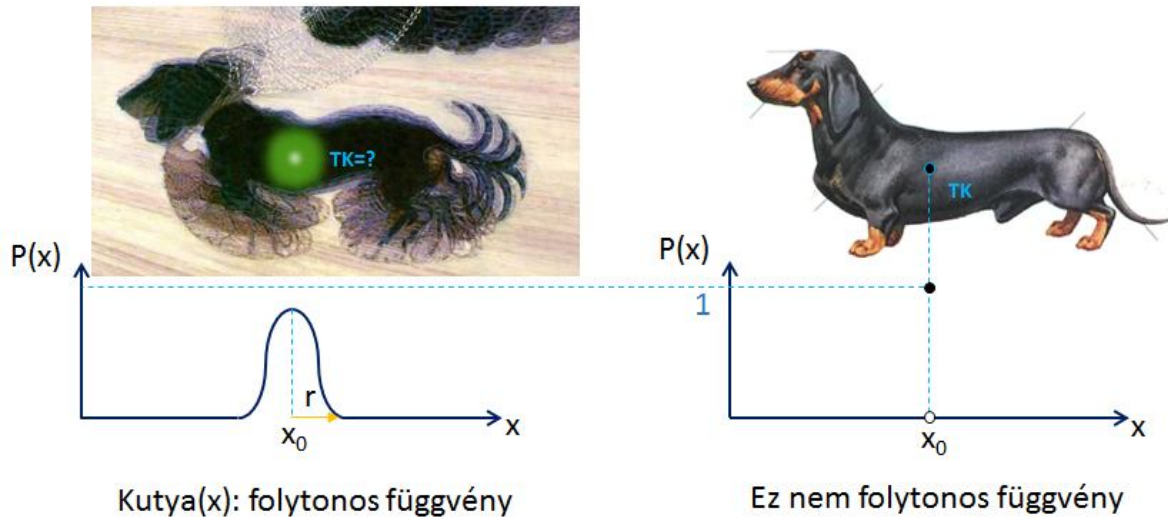
Az, hogy a TK-ja ebben a pontban van, biztos eseménynek tekinthető, tehát a valószínűsége: „1”. Ez felfogható egy diszkrét függvényként:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x = x_0 \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases} \quad (5.4)$$

A festményen szereplő kutya TK-ját viszont már nem jellemezhetjük egy ponttal. A szétkent folt középpontjától bizonyos távolságnál ( $r$ ) messzebbre már nem lehet a TK-ja (lehetetlen esemény), de az az állítás, hogy a TK-ja a folt középpontjában van, már nem tekinthető biztos eseménynek:

$$0 \leq \text{Kutya}(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } |x - x_0| > r > 0 \\ k \in ]0; 1[ \subset \mathbb{R} & \text{egyébként.} \end{cases} \quad (5.5)$$

Még a következőket is figyelembe kell vennünk: a folt közepétől távolodva a TK lehetséges helye egyre kisebb valószínűséggel jellemezhető, de a folton belül bármely pontban előfordulhat. Ez azt jelenti, hogy a függvényünk folytonos, szimmetriával rendelkezik, maximuma van  $x_0$ -ban és exponenciálisan lecseng a nullához a folt határain túl:



A mozgó kutya állapotát tehát nem egy pont, hanem egy függvény írja le. Ezzel a kutya tömegközéppontjának helyzetét egy valószínűségi függvénnyel jellemeztük.

### 5.2.3. Az egydimenziós, időfüggetlen harmonikus oszcillátor Schrödinger-egyenlete (5.6)

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \Psi(x) = E\Psi(x) \quad (5.6)$$

*„Itt láthatják a táblán a nevezetes Schrödinger-féle hullámegyenletet. Ezt az egyenletet Önök persze nem értik. Én sem értem. Schrödinger úr sem értette, de ez ne zavarja Önöket. Én ezt majd minden óra elején felírom a táblára, és elmagyarázom, mire lehet használni. Önök pedig majd lassan hozzászoknak.”*

Marx György

#### ***Az egydimenziós, időfüggetlen harmonikus oszcillátor Schrödinger-egyenletének megoldása***

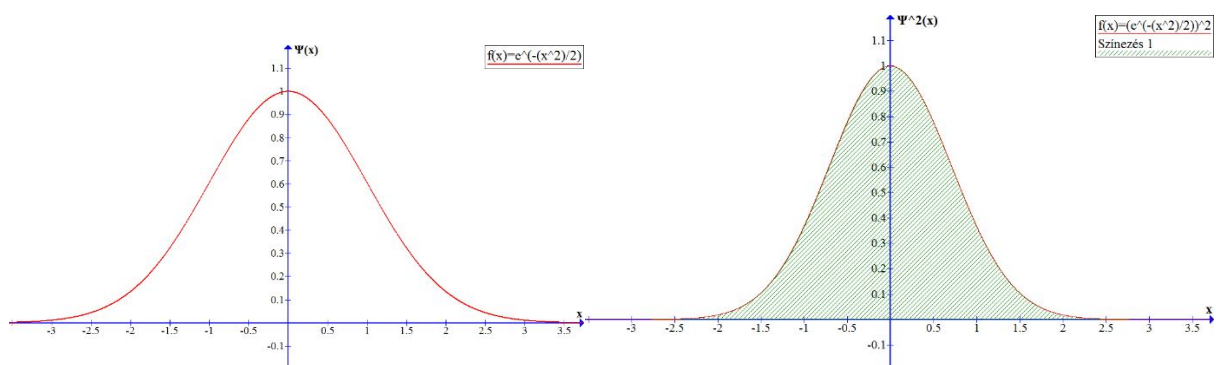
A Schrödinger-egyenlet egy energia sajátérték-egyenlet, mellyel meghatározhatóak a lehetséges energia-sajátértékek ( $E_n$ ), és a hozzájuk tartozó sajátfüggvények ( $\Psi_n$ ). Az elektron állapotát ez a függvénysorozat írja le.

Az (5.6) egyenlet  $n=1,2,3$  energiaszintjeinek megoldása speciális (dimenziótalanított) egységrendszerben (5.7), (5.8), (5.9) folytonos függvények, melyek ábrázolhatók, megjeleníthetők (5.13. ábra).

$$\Psi_1(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (5.7)$$

$$\Psi_2(x) = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (5.8)$$

$$\Psi_3(x) = (3x^2 - 1) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (5.9)$$



5.12. ábra: az elektron  $\Psi_1(x)$  függvényének képe (balra), mellette a négyzete van ábrázolva.

Az elektron állapotát is egy Kutya(x) függvényhez hasonló függvénnyel, a  $\Psi(x)$  függvénnyel írhatjuk le. Nem tudjuk pontosan, hol van az elektron, de biztosan tudjuk, hogy mozgásban van és nincs ott, ahol  $\Psi_1(x)=0$ .

A  $\Psi(x)$  függvény négyzetének még szemléletesebb jelentése van: annak a valószínűségét adja meg, hogy az elektront éppen annál az  $x$  koordinátánál találjuk meg. A részecske elhelyezkedésének valószínűsége a teljes értelmezési tartományra nézve: 1.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx = 1 \quad (5.10)$$

A görbe alatti terület tehát eggyel egyenlő, ami a valószínűséggel úgy értelmezhető, hogy az elektron biztosan ebben a meghatározott térrészben van, a részecske térben tartózkodása pedig valós történéis [44].

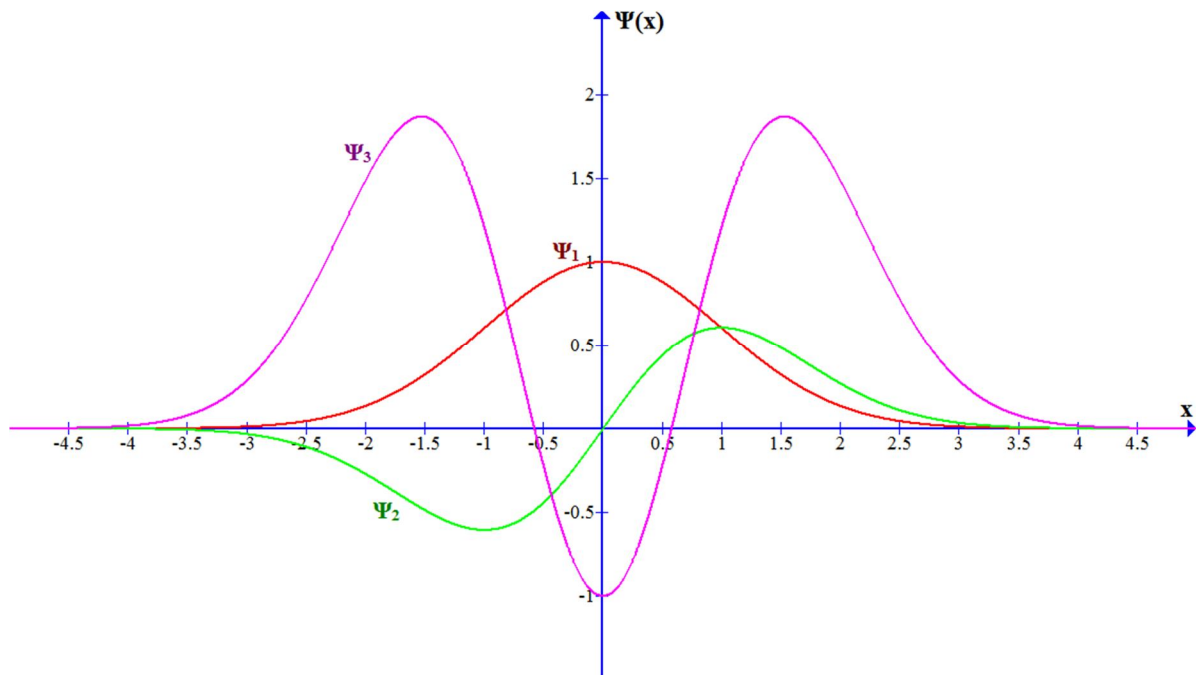
A tanulók a (5.6) egyenlet (5.7) megoldását a Graph programmal kirajzoltatták és felfedezték a Kutya(x)-függvény alakját és sajátosságait.

De a Kutya(x)-függvény alakja nem árul el semmit a mozgás gyorsaságáról, csak a mozgás tényét láttatja, ezért a függvényünket úgy kell tovább módosítanunk, hogy ki tudja fejezni, milyen intenzív mozgása van az elektronnak.

Louis de Broglie (1892-1987) az elektron hullámhosszára (1924-ben) a (5.11) összefüggést adta, melyet 1927-ben Davisson és Germer kísérletileg is igazolt.

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \quad (5.11)$$

Az összefüggés fordított arányosságot tár fel az elektron sebessége és hullámhossza között. Azaz minél nagyobb az elektron sebessége, annál kisebb a hullámhossza, (annál nagyobb a frekvenciája) vagyis annál nyugtalanabbnak kell a  $\Psi$  függvénynek lenni.



5.13. ábra: közös koordináta-rendszerben ábrázolva (4.6) egyenlet (4.7), (4.8), (4.9) megoldásai, mint folytonos függvények.



A függvények „nyugtalansága” most még egy fontos információt is hordoz: a mozgás intenzitását szemlélteti egy pillanatképben. Ha visszatérünk Balla festményére, (5.11. ábra) a képen a különböző intenzitású mozgások is megkülönböztethetők: a kutya lábainak és farkának intenzívebb mozgása kevésbé definiált, nyugtalanabb rajzolatú, mint például a háta vagy a feje, ami szintén rokonságot mutat az elektron  $\Psi$  függvényével.

#### **5.2.4. Következtetések levonása**

A fenti analógiában a mozgást, mint alapfogalmat ismertettem, és kitértem a mozgás ábrázolására a művészetekben és a fizikában is. Észrevettem, hogy e két határterület hasonlóan tárja elénk a mozgás valóságosságát, mélyebb összefüggéseket kutatva próbálja egy pillanatképben összesűriteni. A fizikában az elektront sokkal nehezebb elképzelni, mint egy mozgó kutyát, hiszen a kutyáról már több tapasztalati képünk is van. De az is belátható, hogy a futó kutya képe már nem ilyen könnyen felfogható képszerű fogalom.

A fenti analógiát 11. osztályos gimnazistáknál szakköri munkában mutattam be. A gimnazistáknál a kutya mozgásának elemzésére, illetve a Kutya-függvény reprezentálására fektettem nagyobb hangsúlyt. Megfigyeltem, hogy az analógia segítette a tanulás motivációját és a későbbi reprodukálás is lényegesen javult az előző évek hagyományos módszereinek alkalmazásával szemben.

## 6. QR-kód olvasó okostelefonok bevonása a fizikatanításba

### 6.1. A QR-kód lehetőségei az oktatásban

A QR-kód a tanári kommunikáció olyan módja, ami megkönnyítheti a szemléltetést, a segédanyagok, szorgalmi feladatok tanulókhöz juttatását.

A tanulók egyre több időt töltenek a mobiljaik társaságában, de az eszköz birtoklása sokszor csak a közösségi oldalak látogatása miatt lényeges a fiatalok számára. Mint ahogy az általános eszközökkel, a mobiltelefonnal is átalakíthatjuk a környezetünket, de ehhez célokat kell megfogalmazni.

évfolyam	okostelefon (%)	mobilnet (%)
9.	94	29
10.	76	38
11.	90	65

6.1. táblázat: felmérés a mobiltelefonok birtoklásáról 2014-ben a Nagyecsed Líceum 3 évfolyamában (hasonló felmérési eredményeket kapott Gócz Éva a Lónyai Utcai Református Gimnáziumban Budapesten).

A papírra nyomtatott feladatsorok kevésbé motiválják a tanulókat, viszont a mobiltelefonok pusztán cél nélküli használata már funkcióörömet okoz nekik. A telefonok simogatása és nyomkodása is egyfajta üzenet: „Mi egy újabb generációhoz tartozunk!”. A cél a mobiltelefonok oktatásban való alkalmazásával kapcsolatosan, hogy a motiváció mellett a megfelelő tartalmat is be tudjuk csomagolni.

A QR-kódot 1994-ben fejlesztették ki japán programozók (jelentése gyors válasz). Ez egy a vonalkód ötletén alapuló, 2 dimenziós pontháló, ami a vonalkódnál sokkal több információt tud tárolni [47]. A kódokat a telefonkészülékek is képesek olvasni, függetlenül a tájolásuktól.

Szakköri munka során a diákok kiselőadás formájában megismerkedtek a QR-kód történetével, alkalmazási lehetőségével. Nagyon érdekesnek és hasznosnak tartották, de ugyanakkor kíváncsiak is voltak, milyen formában tudjuk majd a kódokat a fizikával kapcsolatban alkalmazni.

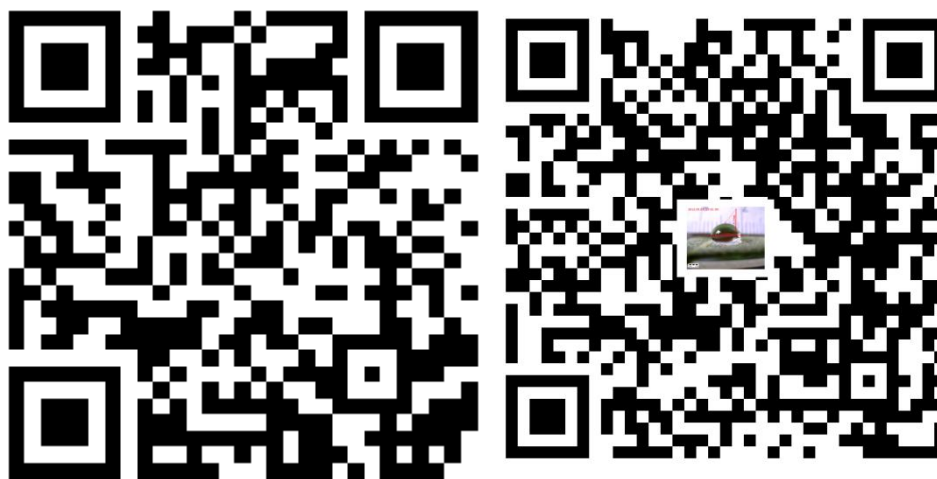
A következő lépésként a tanulóknak a telefonjaikra le kellett tölteniük a kódolvasó alkalmazást, majd nekik is készíteniük kellett egy-egy kódot. Természetesen ezt az emberi agy számára felfoghatatlan képi információt nem kell fáradságos munkával megszerkeszteni,

mert léteznek olyan QR-kód generáló programok, amelyek segítségével kényelmesen előállíthatóak. On-line is találhatóak fordító-oldalak, de léteznek letölthető szoftverek is.



6.1. ábra: QR-kód készítés a [www.goqr.me](http://www.goqr.me) oldalon. A kívánt információt a szöveglapba írva egy szoftver alakítja át megfelelő dekódolható képpé.

A QR-kódot a tanár könnyen létrehozhatja, felkeltheti vele a diákok érdeklődését. Bizonyos helyekre irányíthatja tanítványait. Filmek esetében jól használható a YouTube ingyenes video megosztó, ahová saját készítésű filmek sorozatát tárolhatja. A saját filmek alá jogtiszta zenéket is választhat a <http://www.jamendo.com/en/> oldalról. A QR-kód közepére kis képeket is megjeleníthet, ami utalhat a tartalomra, vagy olyan osztályozásra is alkalmas jelre, aminek segítségével gyorsan szemre is válogathatnak a kódok között. Így üzenhet a felhasználónak, pl. hogy szöveges megjegyzés, link, videó, képek, vagy éppen a feladat megoldásának menete, vagy végeredményét olvashatja le az aktuális kóddal.



6.2. ábra: egy link QR-kódja, amit a tanítványaimmal az esőcseppek párolgásáról készítettünk 2012-ben. Jobb oldalon a QR-kód közepén egy képet jelenítettem meg egy vízcseppről. A két QR-kód szemre más rajzolatot mutat, mégis ugyanazt a digitális információt hordozza.

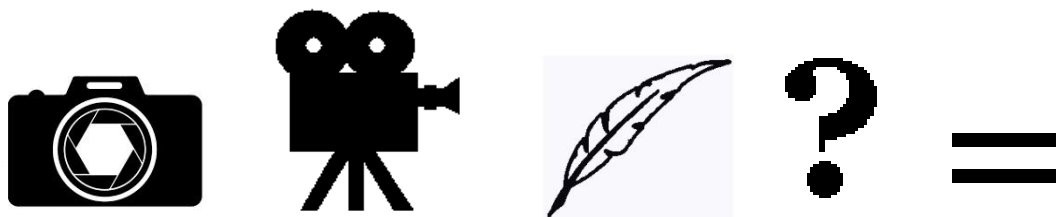
A QR-kódokat különböző színekben és árnyalatátmenetekben is elkészítheti (pl. a <http://qrngen.hu/-n>), így színes kiadványok esetében még további különbségeket tehet a kódok fajtái szerint.

## 6.2. A QR-kód alkalmazása fizikai feladatok megoldásához

A fizika feladatok megoldásának ösztönzéséhez sok esetben találhatunk a tankönyvekben fényképeket, humoros rajzokat, vagy filmek hozzárendelését digitális tankönyvön keresztül. A QR-kód népszerűségét és lehetőségeit kihasználva készítettem egy olyan feladatsort, ami interaktív kiegészítőket rendel hozzá a feladatokhoz okostelefon segítségével: a tanuló a feladattal kapcsolatos segítséget kérhet, információkat gyűjthet, megnézheti a végeredményt, vagy a feladat részletes kidolgozását is nyomon követheti. A feladatmegoldás közben a tanulók telefonjaikkal beolvassák a feladatoknál található QR-kódokat, majd automatikusan letöltik az internetről a feladathoz tartozó filmeket, képeket, olvasmányokat és egyéb adatokat, amelyek nyomtatott formában nem lennének elérhetőek.

A QR kódot fizika órán először csoportmunkában alkalmaztam olyan feladatoknál, amelyek megoldásához további információkra volt szükség. A QR kódot a tanulók lefényképezték a telefonjaikkal, így a készülékeiken megjelent az általam tárolt odavonatkozó film, kép, vagy adat, amelyet tetszés szerint újra játszhattak, átalakíthattak, tárolhattak. Egy gombnyomásra megkapták a várt információkat, ami nagyon inspirálta őket a feladatok elkészítésében. A feladatok megoldását a tanulók egy másik QR kód alapján küldték el a megadott e-mail címre.

Ezt követően olyan otthoni munkára is alkalmas feladatsort állítottam össze, hogy a tanulók otthon is tudjanak direkt tanári beavatkozás nélkül is haladni a tanulásukban. A QR-kódok alapján több segítséget és kiegészítést is kaptak a tanulók, ha elakadtak, vagy tovább érdeklődtek a feladattal egyes részletei után. Hogy könnyebben eligazodjanak a segítségeken a QR-kódokba egy-egy kis ikont helyeztem el.



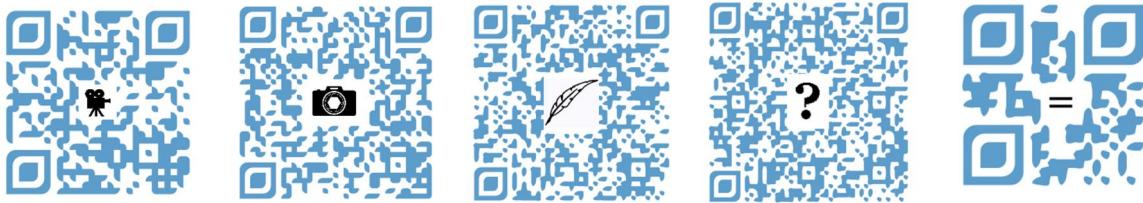
6.3. ábra: az ikonok jelentése: fotó, film, lexikális adatok, segítség, végeredmény.

Egy konkrét példán bemutatva:

A feladat:

*Egy kísérlet során felhők sebességét mérték time-lapse technikával. Ez azt jelenti, hogy a céltárgyról meghatározott időközönként készítettek felvételeket rögzített kameraállás mellett. Hány km/h egy gomolyfelhő vízszintes irányú sebessége, ha a felhő jellegzetes pontjának*

követésével 15 másodpercenként készítette a felvételeket a kamera, és tudjuk, hogy az 1. és a 10. felvétel készítése közben a felhő 400 méter utat tett meg?



A kódok segítségével a tanuló megtekintheti a time-laps felvételt, a gomolyfelhő tipikus képét, olvashat a felhőcsaládról és a felhőképződésről, segítséget kaphat a feladat megoldásában, vagy csak a végeredményt is egyeztetheti a sajátjával.

Zárt végű feladatokat is készítettem humoros rajzokkal, melyeket egy blogra töltöttem fel. A QR-kódok a blogon elhelyezett feladatokhoz irányította a tanulókat.

**Célbalövés**  
2013.08.27 14:44

**Szavazás**

Két mesterlövész azonos távolságból lő egy céltáblára. Az egyik mesterlövész a 72 km/h sebességű vonat tetejéről lő, a másik a nyugalomban lévő lő hátról. Melyik golyó fog hamarabb célba éri? A golyók sebessége 237 m/s, a golyók által megtett út 150 m.

A golyók egyszerre érik célba 0,63 s múlva. (1)

A vonat tetejéről kilőtt golyó kb. 0,05 másodperccel hamarabb csapódik be a céltáblába. (2)

A nyugalomban lévő lő hátról kilőtt golyó éri el hamarabb a céltáblát 0,13 s múlva (0)

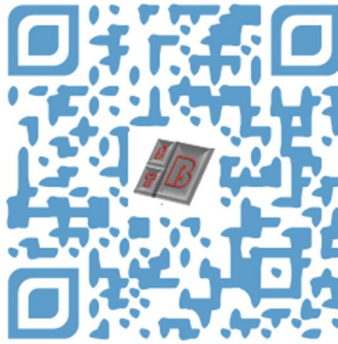
A vonat tetejéről kilőtt golyó 0,13 másodperccel hamarabb csapódik a céltáblába. (1)

Tetszik 1 Tweet 0 +1 0 Share

Vissza

6.4. ábra: A blogra feltett rajzos feladatom. Az oldalra látogatóknak lehetőségük van szavazni az általuk helyesnek vélt válaszra.

Minden héten kivettem egy QR-kódos zárt végű feladatot a gimnázium faliújságára, amit a tanulók nagy kedvvel oldottak meg.



6.5. ábra: QR-kódokon keresztül eljuthatnak egy blogon (<http://fizika25.webnode.hu/>) tárolt feladathoz, és online válaszolhatnak is rá a tanulók.

A későbbiekben készítettem egy projektfüzetet is, aminek az alapja a gimnáziumban megvalósított projektjeink voltak. A füzetben konkrét mérési, számolási és kísérletező feladatok kaptak helyet. A feladatok végén az internet segítségével már megvalósult projekteket is láthatnak a tanulók, így összehasonlíthatják eredményeiket kész kísérleti eredményekkel is.

Tetszési indexet és kitöltött tesztek is küldhetnek anonim a tanulók, így objektívabb felméréseket is végezhet a tanár az adott munkafolyamatról.

### 6.3. QR-kóddal elérhető filmek készítése fizika feladatok támogatásához

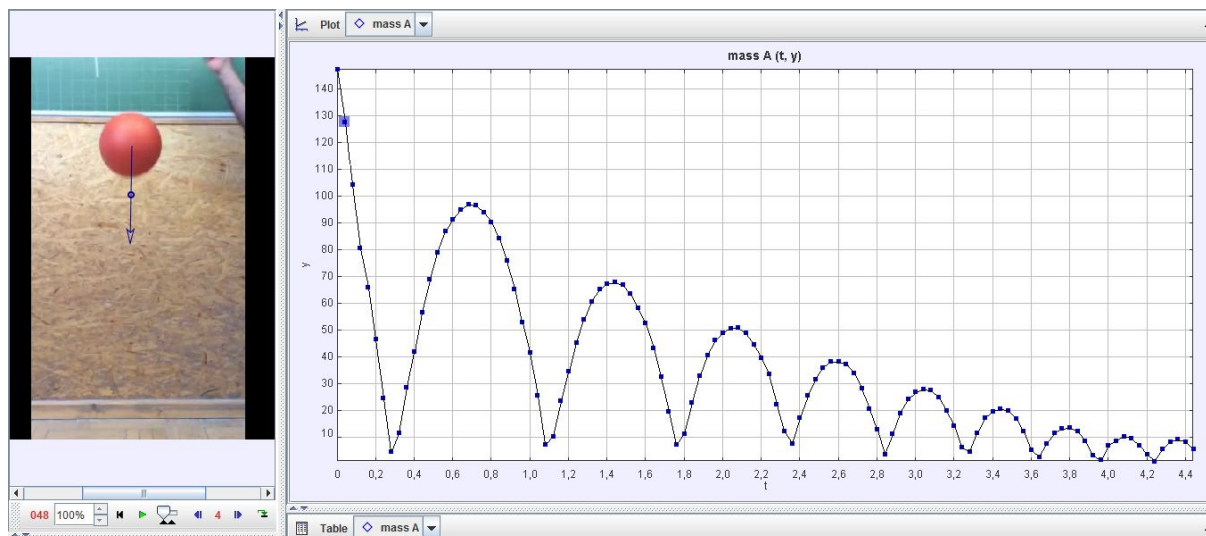
Fontosnak tartom, hogy a számításos feladatmegoldásnak ne csak elvont elméleti jelentősége legyen a fizikaoktatásban, hanem a diákok érezzék, hogy a feladat valós szituációt jelenít meg és eredménye kísérletileg is ellenőrizhető valóságtartalommal bír. QR-kód segítségével a feladatokhoz videofilmeket kapcsoltam. A filmek egy csoportja a feladat alapján elvégzett kísérletet mutatja be. Másik részük a számított eredmény kísérleti ellenőrzését tartalmazza. Ez utóbbi lehet olyan, hogy a film bemutatja az ellenőrző mérést, de van olyan is, amikor a video vetítése során a diák maga végezheti el a saját okostelefonjában található stopper segítségével az időmérést, ami jó számítás esetén a feladat eredményével egyezik meg:

### 8.44. FELADAT

„8.44. Harmonikus rezgő mozgást végez-e a földre ejtett labda az egymás utáni visszapattanások során, ha  
a) az ütközések tökéletesen rugalmasaknak tekinthetők<sup>1</sup>,  
b) az ütközések nem tökéletesen rugalmasak.”[50]

<sup>1</sup> A 8.44.-es feladat b) részének elemzéséről készítettem el a kisfilmet.





6.6. ábra: a videofelvételen a tanulók nyomon követhetik a pattogó labda mozgását, út-idő és sebesség-idő grafikonjait. A felvételen a labdára rajzolt sebességvektor változásai is jól megfigyelhetőek.

„8.22. Egy rugón két egyenlő tömegű teher függ.  
A rugó megnyúlása a terhelés hatására  $3,5 \text{ cm}^2$ .  
Az egyik teher hirtelen leesik. Mekkora amplitúdójú  
és mekkora periódusú rezgést végez a másik?”[50]



## 8.22. FELADAT



A számítások alapján az amplitúdó és a rezgésidő:

$$A = \frac{y}{2} = \frac{3,5 \text{ cm}}{2} = \underline{\underline{1,75 \text{ cm}}}$$

$$T = \pi \sqrt{\frac{2y}{g}} = 3,14 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0,035 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \underline{\underline{0,25 \text{ s}}}$$

6.7. ábra: A filmfelvétel segítségével megmérhetik a feladatban szereplő rendszer rezgésidőjét, ezzel leellenőrizhetik a számolásukat, majd a film végén a mozgás video analízisét is megtekinthetik.

A feladatgyűjtemény, a projekt-feladatgyűjtemény és a filmek megtalálhatók a DVD-mellékletben.

<sup>2</sup> Az eredeti szövegben 2 cm szerepel, de a technikai feltételek miatt módosítani kellett.



## **7. Pszichológiai motiválás a fizikai jelenségek tanulásának segítésére [P3]**

A kognitív pszichológia igazolta, hogy a hatékony tanulás nem az ismeretek passzív átvételét jelenti, hanem azok érdeklődéstől motivált, tudatos befogadását. Tanári munkám során folyamatosan keresem a lehetőségeket, amik alkalmasak a diákok érdeklődésének felkeltésére és fenntartására.

A pedagógiai kommunikáció a tanulói figyelemre támaszkodik, előre megtervezett folyamat. Az egyik legrégebbi típusa a verbális kommunikáció. A szóbeli kontaktus tanár és diák között ma is nagyon fontos eszköze a pedagógiának, de a figyelem hosszabb idejű koncentrálása ezzel a módszerrel a modern környezetben egyre nehezebben tartható fent [45]. A tartós figyelem fenntartásának többféle technikája van, ezek közül alkalmaztam egyet a fizika órákon: a tanulókat tippeltem a probléma felvetése után, így tippjeik helyességének ellenőrzése motiválta őket a probléma kifejtésének a végéig.

A tippelés lehet nyílt végű (szabadon kifejthetik a gondolataikat), vagy zárt (konkrét válaszok vannak megadva). A tanuló a hétköznapi tapasztalatát építi be elsődlegesen a világképébe, és ezt szívesen mozgósítja döntéseiben és magyarázataiban. Munkám során olyan kísérleteket válogattam össze, ahol a gyerekek mernek tippelni. Ezeknél a kísérleteknél a helytelen tippelést sem éri kudarcélmény, és még nagyobb motiváció jelentkezik a látottak és hallottak saját világképébe építéséhez. Tapasztalatom szerint ez még azokra is igaz, akik csak „vakon” tippeltek. A tippeléssel ők is automatikusan érdekeltté váltak, és fokozottan figyelik a folytatást.

A szakirodalom is alátámasztja, hogyha egy szituációban tévedünk, de belátjuk a tévedésünk okát, az sokkal jobban megragad bennünk, az érzelmi aktivitás miatt [46]. A tanulók fokozott érzelmi állapota nemcsak az új ismeret befogadását segíti, hanem annak memorizálása is sokkal hatékonyabb lesz. A tippelés folyamatában megnő a tanulók egymás közötti kommunikációja, megjelenik az érvelés, a motívumok harca és egyre jobban kikristályosodik az egyéni vélemény. A tippelés végén több tanuló is vállalkozott az osztály előtti érvelésre, ennek hatására még jobban megnőtt az érzelmi feszültség. Természetesen a tanárnak ebben a szituációban viccesen el kell játszani, hogy ő sem ismeri a megoldást, mintegy utalva, hogy önálló véleményt vár el mindenkitől. Egy-egy jó érvelést meg kell dicsérni, még, ha a végeredményében nem is helyes. A „falnak vezetés” szintén fokozza a tanulók érzelmi intenzitását.

## 7.1. Típpeléseken alapuló kísérletgyűjtemény készítése


A „Fogadjunk fizikára!” című szórakoztató interaktív-ismeretterjesztő könyv

A diákok többsége olyan szemmel is figyeli a kísérleteket, hogy vajon otthon egyedül is el tudja végezni, és gyakorlás után ő is elő tudja adni a családnak, barátoknak, osztálytársaknak. Ha a tanár helyett tanuló végzi el a kísérleteket az osztály motivációja jelentősen megnő, a többi diákban is felmerül a gondolat, hogy „ezt én is meg tudnám csinálni”.

A diákok kísérletezésre való felkészítése során fogalmazódott meg bennem egy fizikai kísérleteket tartalmazó gyűjtemény megírásának a gondolata. Úgy gondoltam, ha a többszörösen kipróbált (korábban említett) típpelési módszerrel indított kísérleteket képregényszerűen ábrázolom humoros képekkel, akkor a fizikai fogalmak is könnyebben emészthetőek lesznek. A humoros rajzok motiváló hatása az oktatásban közismert tény, tankönyvekben, szakcikkekben, írott és digitális formában is találkozhatunk velük (4.2. ábra).

**FIGURING PHYSICS**

When an aluminum soda-pop can containing a bit of water is placed on a hot plate, air inside is driven out by steam that is soon produced. When the can contains only water vapor and is quickly inverted into a pan of water – WHOP! The can is impressively crushed by atmospheric pressure.




Question: The physics that best explains this involves

- A. rapid condensation of steam.
- B. rapid cooling of steam.
- C. a rapid increase in atmospheric pressure.
- D. All of these.

**Answer: A.**

When molecules of steam inside the can encounter water from the pan, condensation immediately occurs. (Molecules of steam may bounce from the inner walls of the can, but they are quickly swallowed when they encounter liquid water!) This rapid condensation reduces pressure in the can, whereupon the greater pressure of the atmosphere outside crunches the can. Relative to pressure inside the can, atmospheric pressure is impressively large. But it doesn't undergo an increase. Nor does the water have to be cold!



Interestingly, the can will still crunch if inverted into a pan of hot water ... but less than 100°C. From water at 100°C, about as many molecules will pop out (evaporate) as are swallowed (condensed)!

8 THE PHYSICS TEACHER • Vol. 51, January 2013 DOI: 10.1119/1.4772026

7.1. ábra: A *The Physics Teacher* hasábjain rendszeresen megjelenő rovat a *Figuring Physics*, amit a tanulók lelkesen fordítanak le és oldanak meg szorgalmi feladatként.

A tanár és a tanuló kommunikációjában általában jelen van az alá- fölérendelt viszony, még a demokratikus tanár esetében is, ezért a kísérletek leírásában, megfogalmazásában arra

törekedtem, hogy az úgy tűnjön, mintha egy képzeletbeli diák írta volna. Ez a fajta leírásmód tapasztalatom szerint alkalmas arra, hogy a tanulók jobban mérlegeljenek, és az olvasott szöveget ne automatikusan fogadják el. A kísérletgyűjtemény 75 speciális fizikai kísérletből állítottam össze gimnazisták számára. A kísérleteknek igyekeztem ötletes, figyelemfelkeltő címeket adni, a kísérletek magyarázatai mellé pedig még egy-egy kis anyagrészt csempészttem be, ahol tudománytörténeti érdekességek, vagy lényeges fizikai törvények egyszerű megfogalmazásai találhatók meg.


Minden dupla oldal egy fogadásról szól. Olyan fogadásokról van szó, amit az olvasó tanuló könnyen megköthet barátaival, hiszen a partnereknek úgy tűnik, könnyűszerrel győzhetnek. Ám a fogadás győztese megdöbbentő módon mindig az olvasó lesz! A könyvből megtudhatjuk, hogyan kell kivitelezni a fogadásokat és milyen körülményekre kell odafigyelni. A kísérletekben nincsenek trükkök, mind a fizika törvényszerűségeire épülnek. A fogadás melletti oldalon a fogadások magyarázatai találhatóak néhány fizikai összefüggéssel, tudománytörténeti háttérrel.

A könyv célközönsége a társaságba járó, szerepelni szerető gimnazistákból áll. A kézirat különlegessége a könyvben szereplő fogadásokban (a fogadás, mint pedagógiai módszer) rejlik, hiszen a fiatalok is gyakran kötnek baráti társaságban fogadásokat, vagy ugratják egymást. A könyv humoros fogadásaiba csomagolva a tudományos háttérrel is szívesebben tanulmányozzák az olvasók, hiszen a fogadás végén lehet, hogy a kíváncsi partnereknek el kell magyarázni a kísérletek lényegét, összefüggéseit is. Így tehát egy előadást is tarthat egyben a fogadást kötő fél. A fogadások megkötésének sorrendjére nem kell tekintettel lenni: bármelyik oldalon felütheti az olvasó a könyvet, a kivitelezés nem igényel más előképzettséget. Vannak összetartozó, egymásra épülő kísérletek is, de ezek

utalásai a könyvben könnyen megtalálhatóak.

## 1 HÍDFÚJÁS

Fogadjunk, hogy nem tudod elfújni a papírhidamat!

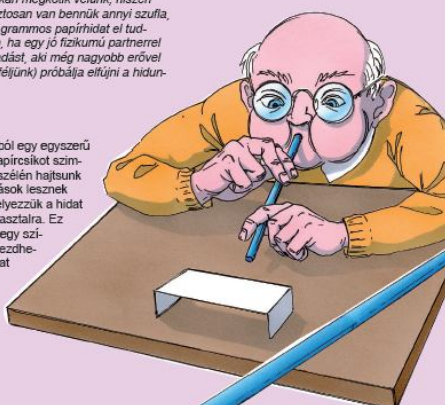


**A szabályok:**  
1. Csak szívószállal lehet fújni.  
2. Csak a híd alá lehet irányítani a szívószálat!


**Kellékek**  
szívószál  
papírcsik

Ezt a fogadást sokan megkötik velünk, hiszen úgy gondolják, biztosan van bennük annyi szűfia, hogy egy néhány grammos papírhidat el tudnak fújni! Legjobb, ha egy jó fizikumú partnerrel kötik meg a fogadást, aki még nagyobb erővel (ettől csappet se félünk) próbálja elfújni a hidunkat a helyéről!

**1** Készítsünk írólapból egy egyszerű papírhidat. Egy papírcsikot szimmetrikusan a két szélén hajtsunk be: ezek a behajtások lesznek a hidunk lábai. Helyezzük a hidat egy sima felületű asztalra. Ez után vegyünk elő egy szívószálat és már kezdhetünk is fogadásokat kötni.



**2** Hiába erőlködik a partnerünk, a híd nem akar elmozdulni a helyéről, sőt, minél erősebben fújja a levegőt a szívószálba, annál jobban belapul a híd közepe a mozgó levegőáram felé! Mintha a híd fordítva ismerné a fizikát! Pedig fogadásunkban csak egy közönséges papírhidat használunk fel!





$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{P}{\rho} = \text{állandó}$$

$v$  = a közeg áramlási sebessége  
 $g$  = nehézségi gyorsulás  
 $h$  = magasság tetszőleges ponttól  
 $\rho$  = a közeg sűrűsége

A Bernoulli család tagjai három generáción keresztül gazdagították a matematikát és a fizika tudományát szemléltető felfedezéseikkel. Legelőkeltebb közülük Daniel Bernoulli (1700–1782), kinek a nevet a Bernoulli-egyenlet őrzi. Ez az egyenlet azt fejezi ki, hogy egy áramló közeg sebességének növekedésekor a közeg nyomása csökken.

A szívószállal megfúj, gyorsan áramló levegő nyomása lecsökken, ez a hatás szítja az asztalaphoz a papírhidat.





A Bernoulli-törvény egyik hasznos alkalmazása a Formula-1-es autók kiképzése. Az autó karosszériája a levegő megfelelő irányú terelését is szolgálja. A nagy sebességgel száguldo versenyautó alá irányított levegőáram a talaj felé szítja az autót, így kisebb a felborulás veszélye.

7.2. ábra: a Bernoulli törvénnyel kapcsolatos dupla oldal szerkezeti vázlata. Balra található a fogadás tárgya és a szükséges anyagok. A középső részen a kísérlet kivitelezése, jobb oldalon a magyarázatok, fizikai fogalmak és a törvény alkalmazásai olvashatóak.

## ASZALT LÉGGÖMB

Fogadjunk, hogy lekicsinyíték egy felfújt léggömböt anélkül, hogy levegőt engednék ki belőle, vagy bármivel is hozzáérnék!



**Kellékek**  
1 műanyag palack  
1 léggömb  
1 kerékpárszelep  
gumicső  
ragasztószalag  
biciklipumpa

Fújuk fel a palackban a léggömböt a Fújód fel, ha tudod című kísérletben megismert módon, majd kössük el a léggömb száját!

... majd pumpáljunk bele levegőt! Ezzel a fogadást megnyertük, hiszen a léggömböt összehajtogattuk anélkül, hogy bármivel is hozzáérintnénk volna!

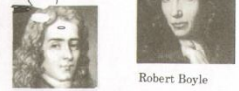
A műanyag kupakba rögzítsünk egy egyszerű kerékpár szelepet! Arra ügyeljünk, hogy légrés ne legyen a szelep és a kupak között!

Csavarjunk a palackra a kupakot, ...

Résadásként mutathatunk a társaságnak még egy érdekesességet. Ha a kupakot lecsavarjuk, a léggömb felfúvódva visszanyeri eredeti alakját.

A Boyle–Mariotte-törvény kimondja, hogy adott mennyiségű ideális gáz térfogatának és nyomásának szorzata egy adott hőmérsékleten állandó.

Az ideális gázokra vonatkozó eme összefüggést egymástól függetlenül az ír Robert Boyle és a francia Edme Mariotte fedezte fel a 17. században.

$$pV = \text{állandó}$$


Edme Mariotte  
Robert Boyle

Miért csökkent a lufi térfogata attól, hogy körülötte növeltük a nyomást? Amikor a palackba pumpáltuk a levegőt, a palackban a nyomás egyre növekedett. A gumi külső felületére ható nyomás a lufi belsőjében is nyomásnövekedést idézett elő. Mivel állandó hőmérséklet és anyagmennyiség mellett a gáz nyomásának és térfogatának szorzata állandó, azaz a két fizikai mennyiség egymással fordítottan arányos, a lufi belsőjében végbemenni nyomásnövekedés a lufi térfogatának csökkenését vonta maga után.

7.3. ábra: a Boyle-Mariotte-törvénnyel kapcsolatos kísérlet. Az oldalak háttérszínei is egyfajta csoportosítást tükröznek, így könnyebb az eligazodás a 75 kísérlet között. A baloldalon szereplő logók humorosan jelennek meg a kísérletekkel kapcsolatosan, ami növeli a kísérletezők motivációs szintjét.

A Mozaik kiadó a kéziratot befogadta, jelenleg kiadás előtt áll.

## Irodalomjegyzék

- [1] Egri Ádám, Horváth Gábor, Horváth Ákos, Kriska György (2010) Beégethetik-e napsütésben a leveleket a rájuk tapadt vízcseppek? Egy tévhitekkel terhes biooptikai probléma tisztázása. I. rész: Napfény forgásszimmetrikus vízcseppek általi fókuszálásának számítógépes vizsgálata. Fizikai Szemle 60: 1-10 + címlap
- [2] Horváth Gábor, Egri Ádám, Horváth Ákos, Kriska György (2010) Beégethetik-e napsütésben a leveleket a rájuk tapadt vízcseppek? Egy tévhitekkel terhes biooptikai probléma tisztázása. II. rész: Napfényes besugárzási kísérletek sima és szőrös leveleken ülő vízcseppekkel. Fizikai Szemle 60: 41-49 + színes borító 3. oldal
- [3] <http://www.padowan.dk/>
- [4] <http://www.scilab.org/>
- [5] <http://www.WebCamLaboratory.com/>
- [6] <http://www.hfpt.co.uk/dispose-of-your-microwave/>
- [7] <http://filantropikum.com/iskolas-kislany-bizonyította-be-hogy-karos-a-mikrohullamu-suto/>
- [8] <http://filantropikum.com/miert-ne-hasznaljuk-a-mikrohullamu-sutot/>
- [9] [http://gpsarena.hu/n18/fekutak\\_veszfekezessel,\\_kulonbozo\\_sebessegekről\\_lassulva.html](http://gpsarena.hu/n18/fekutak_veszfekezessel,_kulonbozo_sebessegekről_lassulva.html)
- [10] <http://mek.oszk.hu/00000/00056/html/082.htm>
- [11] <http://szoftverbazis.hu/szoftver/audacity.html>
- [12] <http://arago.elte.hu/files/Fizika-korulottunk14.pdf>
- [13] [http://autovezetes.network.hu/blog/kozlekedes\\_klub\\_hirei/a-biztonsagi-ov-fel-  
evszazada-tortenelem](http://autovezetes.network.hu/blog/kozlekedes_klub_hirei/a-biztonsagi-ov-fel-<br/>evszazada-tortenelem)
- [14] <http://www.youtube.com/watch?v=t2B3bUUob9k&feature=youtu.be>
- [15] <http://www.opensourcephysics.org/items/detail.cfm?ID=7365>
- [16] [http://www.indavideo.hu/video/T-72\\_toresteszt](http://www.indavideo.hu/video/T-72_toresteszt)
- [17] <http://www.nagyutazas.hu/magyar/repulojegy/radar/>
- [18] [http://hu.wikipedia.org/wiki/Airbus\\_A380#M.C5.B1szaki\\_adatok](http://hu.wikipedia.org/wiki/Airbus_A380#M.C5.B1szaki_adatok)
- [19] [http://www.youtube.com/watch?v=Q\\_rMyTGKbDg](http://www.youtube.com/watch?v=Q_rMyTGKbDg)
- [20] [http://library.wmo.int/pmb\\_ged/wmo\\_407\\_en-v2.pdf](http://library.wmo.int/pmb_ged/wmo_407_en-v2.pdf)
- [21] <http://www.idokep.hu/csapadek/20120511>
- [22] Koppány György: Felhők. Móra kiadó, 1978.
- [23] <http://elte.prompt.hu/sites/default/files/tananyagok/meteorologia/ch05s04.html>

- [24] Simonyi Károly: A fizika kultúrtörténete, Gondolat kiadó Budapest, 1981. 187. o,
- [25] <http://tudasbazis.sulinet.hu/hu/termeszet tudomanyok/foldrajz/csillagaszat/csillagaszat-az-okori-gorogorszagban-arisztoteleszig/a-fold-gomb-alakjanak-bizonyitekai>
- [26] <http://justtechnika.com/articles/find-height-of-clouds-with-a-stop-watch/>
- [27] [http://www.urvilag.hu/tavoli\\_vilagok\\_kutato/20070308\\_milyen\\_messze\\_van\\_a\\_hold](http://www.urvilag.hu/tavoli_vilagok_kutato/20070308_milyen_messze_van_a_hold)
- [28] <http://www.stellarium.org/hu/>
- [29] <http://tudasbazis.csillagaszat.hu/szferikus/egitestek-mozgasa.html>
- [30] <http://time.unitarium.com/moon/where.html>
- [31] [https://www.youtube.com/watch?v=kGrcC83zG\\_U](https://www.youtube.com/watch?v=kGrcC83zG_U)
- [32] Tóthné Juhász Tünde, Gócz Éva: Káosz egy tálban, <http://fiztan.phd.elte.hu/nyilt/hallgatoi.html>
- [33] J. Gleick: Káosz, Egy új tudomány születése, Göncöl Kiadó, Budapest, 1999
- [34] Darvay Béla, Kovács Zoltán, Tellmann Jenő: Fizika F1 tankönyv a XI. osztály számára, Ábel Kiadó Kolozsvár, 2006.
- [35] T. Tél, M. Gruiz, Chaotic Dynamics, An introduction based on classical mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, 2006
- [36] Jaloveczki József: Nemlineáris jelenségek vizsgálata diákköri-szakköri munkában, Doktori értekezés 2014., <http://fiztan.phd.elte.hu/nyilt/disszertaciok/index.html>
- [37] Szatmári-Bajkó Ildikó: »KÁOSZT«? – AZT! Káoszelmélet a középiskolában, Fizikai Szemle, 2006/11 376. o.
- [38] René Berger: A festészet felfedezése Gondolat 1977
- [39] [http://www.art.pte.hu/files/tiny\\_mce/File/dla/Vasarhelyi-ertekezes-kicsi.pdf](http://www.art.pte.hu/files/tiny_mce/File/dla/Vasarhelyi-ertekezes-kicsi.pdf)
- [40] Stonawski Tamás: Fizika a művészetekben Szakdolgozat ELTE 1998
- [41] Károlyházy Frigyes: Igaz varázslat Gondolat 1976
- [42] Lendvai L. Ferenc: A gondolkodás története Móra 1983
- [43] Bor Pál: A mozgás ábrázolása Szemelvények a „Nyugat” természettudományából Ponticulus Hungaricus X. évfolyam 6. szám · 2006. június
- [44] M.H. Karapetjanc-Sz. I. Drakin: Az anyag szerkezete Tankönyvkiadó, Budapest 1974
- [45] Szecsei Anna Mária, Tóth Erika: Pedagógiai kommunikáció, Továbbképzési füzetek 69, Egészségügyi Szakképző és Továbbképző Intézet 2005. 11. o. <https://www.yumpu.com/hu/document/view/24091349/pedagogiai-kommunikacia-eti/3>
- [46] Phosphorylation of the AMPA Receptor GluR1 Subunit Is Required for Synaptic Plasticity and Retention of Spatial Memory, Hey-Kyoung Lee, Kogo Takamiya, Jung-

Soo Han, Hengye Man, Chong-Hyun Kim, Gavin Rumbaugh, Sandy Yu, Lin Ding, Chun He, Ronald S. Petralia, Robert J. Wenthold, Michela Gallagher, Richard L. Hugarir, <http://www.cell.com/cell/abstract/S0092-8674%2803%2900122-3>

[47] <http://hu.wikipedia.org/wiki/QR-k%C3%B3d>

[48] <http://qr-kod.hu/mi-az-a-qr-kod>

[49] [http://kerettanterv.ofi.hu/06\\_melleklet\\_9-12\\_szki/index\\_szakkozep.html](http://kerettanterv.ofi.hu/06_melleklet_9-12_szki/index_szakkozep.html)

[50] Dér János, Radnai Gyula, Soós Károly: Fizika feladatok, Holnap Kiadó 2006.

## Publikációs lista

A DVD-melléklet publikációk mappájában (az index.htm fájlra kattintva) az alábbi listában szereplő cikkek PDF formátumban olvashatóak. A publikációk on-line olvashatók az MTMT <https://vm.mtmt.hu/www/index.php> honlapján, a Keresés menüpontban Stonawski Tamás névre keresve, majd a legördíthető listából Stonawski Tamás (Fizika) tételt választva, a megjelenő publikációs listában a piros színű linkekre kattintva, vagy az MTMT-ről a Honlap linkre kattintva.

## A tézisekhez kapcsolódó publikációk

### *Idegen nyelvű folyóirat*

[P1] Stonawski T.: Can Sunlit Leaves With Liquid Drops On Their Surface Be Burnt? Physics Competitions, ISSN 1389-6458, Vol. 15 No 1 & 2 2013 pp. 41.-51.

[P2] Stonawski T.: On The Back Of The Clouds, Latin-American Journal of Physics Education, ISSN 1870-9095 Vol. 8 No 1 March 2014 pp. 132.-135.

### Magyar nyelvű folyóiratok

[P3] Stonawski T.: „Le a demonstrációs műszerekkel” project, A Fizika Tanítása módszertani folyóirat XVIII. évfolyam 2010/2. szám, pp. Szeged, 2010. (HU ISSN 1216-6634)

[P4] Stonawski T.: Folyadékcseppes levelek napégése – egy biooptikai diákkísérlet, Fizikai szemle 2011/7-8, pp. 259.-, Budapest, 2011. (HU ISSN 0015-3257).

[P5] Stonawski T.: Gulliver matchboxai– törésszettek valóságos és játékautókon, Fizikai szemle 2012/1, pp. 28.-32. Budapest, 2012. (HU ISSN 0015-3257).

[P6] Stonawski T.: »BIZTONSÁGOS« ÜTKÖZÉSEK, Fizikai szemle 2013/3, pp. 87.-89. Budapest, 2013. (HU ISSN 0015-3257).

[P7] Stonawski T.: Felhők hátán, Fizikai szemle 2013/4, pp. 129.-132. Budapest, 2013. (HU ISSN 0015-3257).

[P8] Stonawski T.: A követési távolság fizikája, Fizikai szemle 2013/7-8, pp. 248.-251. Budapest, 2013. (HU ISSN 0015-3257).

- [P9] Stonawski T.: Repülőgépek sebességének meghatározása különböző módszerekkel, Fizikai szemle 2013/12, pp. 425.-427. Budapest, 2013. (HU ISSN 0015-3257).
- [P10] Stonawski T.: Felhők magasságának mérése, Fizikai szemle 2014/9, pp. 320.-324. Budapest, 2014. (HU ISSN 0015-3257).
- [P11] Stonawski T.: A Hold keringési sebességének a mérése, Fizikai szemle 2015/2, pp. 61.-64. Budapest, 2015. (HU ISSN 0015-3257).
- [P12] Stonawski T.: Csírázási sebességek mérése– egy tévhit tisztázása a mikrohullámú sütőről, Fizikai szemle 2015/6, pp. 211.-214. Budapest, 2015. (HU ISSN 0015-3257).

#### Magyar nyelvű konferencia kiadványok

- [P13] Stonawski T.: A digitális technika sodrában: Káosz a tálban. Természettudomány tanítása korszerűen és vonzóan, szerk: Tasnádi P., ELTE, TTK, pp. 311.-314. Budapest, 2011. (ISBN 978-963-284-224-0)
- [P14] Stonawski T.: Gericault és az elektron, A FIZIKA, MATEMATIKA ÉS MŰVÉSZET TALÁLKOZÁSA AZ OKTATÁSBAN, KUTATÁSBAN, Nemzetközi konferencia magyarul tanító művésztanárok és szaktanárok számára, szerk.: Juhász A., Tél T., ELTE, TTK, Marosvásárhely, 2012. augusztus 15-18., pp. 135.-140., Budapest, 2013. (ISBN 978-963-284-346-9)
- [P15] Stonawski T.: Az arany metszés az európai festészetben, A FIZIKA, MATEMATIKA ÉS MŰVÉSZET TALÁLKOZÁSA AZ OKTATÁSBAN, KUTATÁSBAN, Nemzetközi konferencia magyarul tanító művésztanárok és szaktanárok számára, szerk.: Juhász A., Tél T., ELTE, TTK, Marosvásárhely, 2012. augusztus 15-18., pp. 89.-96., Budapest, 2013. (ISBN 978-963-284-346-9).
- [P16] Stonawski T.: Felhők hátán – korszerű high-tech alkalmazása a diákokkal, A VII. Nyíregyházi Doktorandusz (PhD/DLA) konferencia, DE Orvos- és Egészségtudományi Centrum Egészségügyi Kar, NYF, Szent Atanáz Görög Katolikus HITUDOMÁNYI FŐISKOLA, szerk.: Semsei Imre, Nyíregyháza, 2013. december 22., pp. 85.-93., Debrecen, 2014. (ISBN 978-963-318-419-6)

Továbbá közel ötven ismeretterjesztő, tudományt népszerűsítő előadás, illetve kísérleti bemutató középiskolákban, civil körökben, konferenciákon (részletezve a DVD mellékletben).

#### Egyéb (a kutatási témához illeszkedő) publikációk

(Közvetlenül nem kapcsolhatók tézispontokhoz, de témájuk szerint a doktori munka részét képezik.)

- [E1] Stonawski T.: Játsszuk el Arkhimédész kísérletét! Firka 2011-2012/4. pp. 141.-144. Kolozsvár, 2012. (RO ISSN 1224-371X).
- [E2] Stonawski T.: Mérlegelhető feladatok, Firka 2012/3. pp.103.-105. Kolozsvár, 2012. (RO-ISSN 1224-371X).
- [E3] Stonawski T.: „Le a demonstrációs műszerekkel” projekt I., 20. évf. 2010-2011. 5. sz. / 2010. pp. 203.-205.
- [E4] Stonawski T.: „Le a demonstrációs műszerekkel” projekt II., 20. évf. 2010-2011. 6. sz. / 2010. pp. 244.-246.



## Köszönetnyilvánítás

Mindenekelőtt köszönöm Dr. Juhász Andrásnak, témavezetőmnek, egykori tanáromnak, hogy lehetőséget adott a közös munkánk megkezdésére, aki mindig rendkívüli érdeklődéssel fogadta ötleteimet, széleskörű látásmódja sok kerülőúttól mentett meg az évek folyamán. Szakmai tanácsai és iránymutatása mindig új lendületet adott munkáimnak, de nem maradt el a részletező kiértékelése sem egy-egy téma befejezésénél. A publikációs tevékenységemben folyamatosan elhalmozott rutinos tanácsaival. A doktori iskola éve alatt finomhangolással adagolta a feladataimat, soha nem éreztem, hogy teljesíthetetlenek lettek volna az elvárásai, de utólag visszatekintve csak az ütemezésének köszönhetem, hogy bírtam a folyamatos terhelést. Nélküle nem tudtam volna elérni jelen eredményeimet.

Köszönet illeti Dr. Tél Tamás professzor urat, aki az első találkozásunkkor bátorításával mély benyomást tett rám, és az évek alatt is sokszor tudott a sorok között is üzeni nekem munkám eredményességének érdekében.

Köszönöm tanáraimnak áldozatos munkájukat, kiemelve Dr. Tél Tamást, Dr. Nagy Károlyt, Dr. Hraskó Pétert, Dr. Jánosi Imrét és Dr. Horváth Gábort, Dr. Tasnádi Pétert, Dr. Horváth Ákost, akik kérdéseimre azonnal reagálva készek voltak segíteni személyesen, vagy levélben egyaránt. Hiszem, hogy bárhová is sodor az élet, mindig büszkeség fog eltölteni a tanáraimat illetően.

Külön köszönetet érdemel Juhász Tünde és Gócz Éva, akik cikkükkel segítették a szimulációban (ld. 4. fejezet) a numerika helyes kialakítását, ami nélkül a filmek megfelelő kiértékelése elmaradt volna.

Köszönöm Jaloveczki Józsefnek, hogy ellenőrizte a szimuláció helyességét (ld. 4. fejezet) a forráskód alapján, és Nagy Péternek hogy a Dynamics Solverrel leellenőrizte a Scilab alapú szimulációm.

Végül köszönöm barátaimnak a biztatást, feleségemnek a türelmet és nélkülözést, és nem utolsó sorban fiamnak, Stonawski Benjaminszónak az informatikai segítségét.