Modellek a fizikaoktatásban

Doktori értekezés

Hömöstrei Mihály

Témavezető: Dr. Rácz Zoltán kutató professzor

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar

Fizika Doktori Iskola
Vezető: Dr. Tél Tamás

Fizika Tanítása Doktori Program
Vezető: Dr. Tél Tamás

2017.

Tartalomjegyzék

Bevezetés

Témaválasztás, mint fizikai megismerési folyamat indulási pontja

Gyakorló tanárként az ember sok örömmel és, sajnos sok nehézséggel is találkozik a fizika tanítása során. Az örömöt leginkább a diákok jó kérdései, fejlődésük, esetleges versenyeredményeik jelentik. A nehézségek elég széles spektrumon jelentkeznek: értelmes tartalommal kell megtölteni az alap fizikaórákat, ahol sok diák lényegi hiányosságokkal indul a gimnáziumi éveknek (s nem csak a fizika terén), de emellett a tehetséges diákokat sem szabad untatni, őket is folyamatosan fejleszteni kell. Talán nem is túl meglepő, hogy az említett két kihívás nem is különbözik egymástól jelentősen: meg kell ismertetni és szerettetni a fizikai megismerései folyamatot – természetesen különböző szinteken. A XXI. század felgyorsult, szinte naponta változó világában egyre aktuálisabbak Öveges József gondolatai, miszerint „*az oktatás célja nem az, hogy befejezett tudást adjon, hanem az, hogy szilárd alapot teremtsen a továbbhaladásra*”. A legtöbb esetben az óraszámok, az elérhető eszközök, a diákok általános iskolából származó ismeretei és sok esetben a kialakult érdeklődésük sem teszik lehetővé, hogy minden diákból már a középiskolában a jövő fizikusát neveljük. Megfelelő munkával azonban kialakíthatjuk az alapokat, melyek megteremthetik a lehetőségét, hogy diákjaink ne csak megszeressék a fizikát, de életük során az elvárt szinten használni, sőt művelni is tudják! Ennek eléréséhez rendkívül fontos a megfelelő, érdekes és motiváló témaválasztás. Munkám során mindig törekedtem arra, hogy a lehetőségekhez képest mindig olyan témán keresztül mutassam be a fizikai jelenségeket és fejlesszem a megfelelő készségeket és képességeket, amelyek számíthatnak a diákok érdeklődésére. Ez sok esetben azt jelenti, hogy a kerettantervekben megfogalmazott illetve az érettségi követelményeket jelentő témákat vizsgáltunk a diákokkal, melyek esetében a hangsúlyokat mindig az adott csoport érdeklődéséhez és ismereteihez igazítva választottam meg. A jól megválasztott hangsúlyok természetesen segítettek a diákoknak megtalálni a saját gondolataikat és kérdéseiket a fizika éppen tárgyalt terültén belül – legyen az kinematika az alapórán vagy akár dimenzióanalízis alapórai vagy szakköri keretek között. Sok esetben éppen a diákok kérdései alapján merültek fel a további, részletesebb tárgyalásra kerülő témák és jelenségek. Disszertációmban bemutatom, hogy megfelelő módszerek használatával rendkívüli módon kiszélesedik azon témák köre, melyeket akár kvantitatív módon is vizsgálhatunk.

Modellek és módszerek választása

A sikeres és eredményes fizikatanításhoz elengedhetetlenek a korszerű, a diákok ismereteit figyelembevevő módszerek. A csupán az alapórákon résztvevő diákok esetében a lehető legtöbb demonstrációs és tanulói kísérlet segíthet leginkább, a kísérletek elméleti előkészítésétől a mérési jegyzőkönyvek megírásáig. Ha emellett a természet törvényeit a lehető legegyszerűbb, s így a diákok számára legérthetőbb nyelvezetben sikerül közvetítetni, akkor a diákok természetes kíváncsiságának kielégítése mellett, sikerélményt is nyújthatunk. Az egyszerű, érthető „nyelvezetet" leginkább megfelelő fizikai modellek segítségével érhetjük el, s tehetjük a természet működését majd minden diák számára érdekesebbé és érthetőbbé. Ezzel olyan készségeket és képességeket fejleszthetünk – mint pl. a jó és pontos megfigyelő készség, a fontos és kevésbé fontos elemek szétválasztása, pár- vagy csoportmunka, grafikonok készítése és értelmezése stb. –, melyek a megfelelő fizikai világkép kialakításához minden diák számára nélkülözhetetlenek. Emellett persze az érdeklődő diákoknak is szükségük van a modellezés finomabb részleteinek megismerésére, a mélyebb fizikai összefüggések megismeréséhez, az eredmények ellenőrzéséhez. A disszertációban általam alkalmazott modellek legnagyobb erénye, hogy minden esetben a diákoknak maguknak kell megdolgozniuk a kívánt eredményekért, illetve a diákoknak kell a kapott eredményeket kísérleti úton ellenőrizni. Legyen az akár „hagyományos" fizikaóra vagy nemzetközi fizikaverseny.

A fizikai modellalkotás az alapórától a nemzetközi színtérig

Munkámban célul tűztem ki olyan témák feldolgozását, melyek a jelenlegi oktatásból vagy teljesen kimaradnak, vagy indoklás és magyarázat nélkül találkoznak velük a diákok. Igyekeztem olyan témákat választani, amik vagy érdekesek, vagy nagyon hasznosak a fizika megismerésében, esetleg mindkettő. Eleinte, az alapórákon is vizsgált jelenségek sem lehetnek túl komplikáltak, s alapkövetelmény, hogy a munka során csak megfelelő tempóban jussunk el a nehezebb, összetettebb jelenségekig. Ez csak úgy lehetséges, ha a megfelelő módszerekkel és modellekkel, a fokozatosság elvét követjük a fizikai jelenségek és összefüggések megismerésben és megértésben. Mivel ez a cél sok esetben olyan témákat is érint, melyek túlmutatnak az alap fizikatanítási feladatokon, ezért munkám során elsősorban szakköri és fakultációs csoportokban igyekeztem új területeket felfedezni. Bizonyos esetekben persze a diákok önálló munkáját támogatandó, már ezen szakköri, sőt iskolai kereteken is túllépve kerestem új utakat. Ezen új utak hozadéka volt az is, hogy az így elért eredményeimet részben a normál órai keretek közé is beépíthettem, így adva választ az alapórai szinten felmerülő kihívásokra.

A jó téma mellett a megfelelő módszer választása is nagyon fontos, sőt, néha a megfelelő módszer kínálja az érdekes témákat. A dimenzióanalízis a felsőoktatásban már egy kipróbált módszer. Disszertációmban bemutatom, hogy az „egyetemi" dimenzióanalízist kis egyszerűsítéssel a középiskolában is sikerült használnom, új területeket nyitva ezzel a középiskolai fizikaoktatás terén. Emellett olyan eszközt adhattam a diákjaim kezébe, melyek a további tanulmányaik során is hasznosnak bizonyulhatnak. Törekedtem, hogy az egészen egyszerű jelenségektől kezdve, a modern fizikai jelenségeket is vizsgáljuk, s cél volt, hogy eközben végig a középiskolai szinten maradjon a szükséges matematikai apparátus. Fontos volt az is, hogy eredményeinket lehetőség szerint konkrét mérések elvégzésével ellenőrizzük, s ezáltal a diákok számára egyértelművé váljon a fizikai jelenségek megértésének és leírásának lényege: a számított és a mért eredmények összevetése és diszkutálása. Az eredmények efféle vizsgálatához kitűnő módszernek bizonyult a középiskolában csak nagyon ritkán megjelenő hasonlósági modellezés, melyen keresztül átélhették diákjaim a fent említett megismerési folyamatot.

A dimenzióanalízis azonban több esetben, csak munkám gondolatmenetének elindítója volt. Ezentúl is több lehetőségem volt megfelelő modellek kidolgozására, finomítására (mint pl. a karcolt hologramok vizsgálatánál). Munkám fő céljai közé tartozott, hogy diákjaim konkrét módszerektől függetlenül megtanulják, milyen attitűdökkel kell megközelíteni a használt modelleket: milyen módon építsük fel őket, hogyan ellenőrizhetjük az eredményeinket, és milyen határokon belül tekinthetjük érvényesnek azokat.

Célom volt továbbá annak bemutatása is, hogyan sikerült a tanítási-tanulási környezetet is úgy alakítani, hogy azok ösztönözzék, sőt elvárják, hogy a gyerekek maguk építsék fel a saját, a jelenségről alkotott képüket és gondolataikat. Ehhez elsősorban egy Magyarországon is nagy múltú, különleges, nyíltvégű problémákkal foglalkozó fizika verseny, az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye (International Young Physicists´ Tournament: IYPT) nyújtotta kereteket használtam. A verseny különlegességét az adja, hogy tankönyvszagú, erősen idealizált elméleti problémák helyett, valódi, életből vett problémákra, kérdésekre hívja fel a fizika iránt érdeklődő diákok figyelmét, és motiválja a diákokat önálló kutatásokra, fejlesztésekre. Mivel nincsenek kész válaszok a jelenségek megismerésében, a diákoknak kell megfogalmazniuk a probléma megértéséhez szükséges kérdéseket, és nekik kell kidolgozniuk a jelenség megoldásához, megértéséhez vezető modelleket. A problémák érdekességéből és a versenyszituációból fakadó motiváltságot kihasználva célom volt, hogy kollégáimmal a versenyre való felkészülés kereteit úgy alakítsuk, hogy azok olyan környezetet biztosítsanak a résztvevő diákoknak, amelyben motiváltan és effektíven fejleszthetik fizikai ismereteiket. Mivel a versenynek Magyarországon is több évtizedes hagyománya van, így számos kiemelkedő fizikatanár kolléga munkája van már ebben a versenyben. Ennek ellenére még korán sem mondhatjuk, hogy minden magyar iskolában éves rendszerességgel foglalkoznak a gyerekek a fizika ezen izgalmas, felfedezésekkel teli módjával. Bízom benne, hogy a sok éves tapasztalatainkat egyre több magyar diákhoz és tanárhoz juttathatjuk el, s ezen versenyen keresztül színesíthetjük az alapórai fizikaórák munkáját is.

Az értekezés tartalma és üzenete

A fentebb leírtak sokrétűségének megfelelően a dolgozatban is több alegységet különböztethetünk meg. Az egyre finomodó modellalkotásra azonban mindvégig jelenlevő gondolatként tekinthetünk. Az első négy tézisben a finomodó modellalkotás a dimenzioanalízis módszerén keresztül jelenik meg, ami egyre bonyolultabb, de közben egyre érdekesebb témákat nyújt a diákoknak és a tanárnak egyaránt a szabadeséstől a Föld klímájának modellezéséig. A dolgozat második felében az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyében rejlő lehetőségeket szeretném bemutatni, konkrét példákon keresztül és a tanítás-tanulási folyamat fő szervezőelemeként is. A fenti gondolatok konkretizálását a következő pontokban ismertetett példákon keresztül szeretném kifejteni.

1. Dimenzióanalízis alapszintű és emelt szintű középiskolai alkalmazása

A dimenzióanalízis bár első ránézésre erősen matematikai módszernek tűnhet, valójában azonban egy nagyon jó módszer arra, hogy diákjaink találkozzanak a fizikai megismerési illetve felfedezési folyamatával. A módszer sajátossága, hogy viszonylag kevés kísérleti-mérési eljárást igényel. Éppen ezért a gyakorlatban is olyan helyzetekben alkalmazzák, amikor a kísérletek vagy nagyon drágák vagy nagyon költségesek lennének. A dimenzióanalízis szélesebb körű alkalmazhatóságához sok esetben komolyabb matematikai ismereteket is (pl. mátrixok) használnak, amit az - átlagos - középiskolai oktatásban el kellett kerülnöm. Éppen ezért az általam alkalmazott módszer komolyabb előzetes fizikai megfontolásokat igényel a diákoktól, s így önkéntelenül is alaposan át kell gondolni a különböző fizikai mennyiségek közötti összefüggéseket, kapcsolatokat. A bevezető jellegű problémák - mint pl. szabadesés, vízszintes hajítás stb. - esetében persze lehetőség van kísérleti ellenőrzésre is, ami jól mutatja diákjainknak a módszer létjogosultságát, alkalmazhatóságát. Ha a módszer ügyes alkalmazása esetén később, az összetettebb, de talán egyben érdekesebb problémák esetében is sikerül megmaradni a középiskolai matematika szintjén, olyan eszközt adhatunk diákjaink kezébe, mely a későbbi – esetleg – kutatómunkájuk során is komoly segítséget adhat. Emellett persze a diákok középiskola utáni tanulmányaitól függetlenül a dimenzióanalízis sokat segíthet a sokrétű, összefüggésekben való gondolkozás fejlesztésére is.

2. Dimenzióanalízistől a hasonlósági modellezésig

A középiskolákban sok olyan diák is tanul, akik később mérnökök szeretnének lenni. A mérnökök munkáját meghatározzák a rendelkezésre álló anyagi keretek, így sok esetben, amikor valamilyen újdonsággal kell előállniuk, a megfelelő mérések csak kicsinyített, olcsóbb modellek alkalmazásával lehetséges. Ennek a mérnöki munkának egy kiváló szemléltetési lehetősége a hasonlósági modellezés – pl. a dolgozatban is bemutatott hajóárbóc modell – mellyel a legtöbb diák legelőször csak az egyetemen találkozhat. Emellett a hasonlósági modellezés jó módszer arra is, hogy a dimenzióanalízis által megadott összefüggéseket a diákok kísérleti úton, mérésekkel ellenőrizhessék. Mivel a konkrét modellezés eredményeiről más forrásokban természetesen nem találnánk információt, így azok érvényességének ellenőrzésére csak saját mérés alapján kerülhet sor.
A hasonlósági modellezés, amely dimenziómentes mennyiségek összehasonlításán alapul, tovább növeli a dimenzióanalízis alkalmazhatósági körét és a diákok absztrakciós képességeit. A módszer segítségével könnyen fejleszthető az elméleti okfejtések ellenőrizhetőségének és tényleges ellenőrzésének igénye. A hasonlósági modellezés dimenzióanalízissel segített, majd kísérletezéssel ellenőrzött módszerével diákjaim számára személyesen is átélhetővé vált a tudományos megismerési folyamat.

3. Klasszikusfizikai modell a feketetest sugárzás megismeréséhez

A klasszikus és modern fizikai szemlélet közti különbségek a diákok számára sokszor látszólagos ellentmondásokhoz vezetnek. Azt, hogy a két fajta szemlélet nem kizárja, hanem kiegészíti egymást, legelegánsabban talán a hőmérsékleti sugárzás Boltzmann féle leírásával lehet bemutatni. Boltzmann számításait természetesen nem vihetjük át egy az egyben a középiskolába, azt megfelelő mértékben egyszerűsíteni kell, alkalmazkodva a diákok ismereteihez. A diákok idevágó matematikai tudását – a középiskolában is tanított egyszerűbb differenciál- és integrálszámítás – a boltzmann-i gondolatmenet kapcsán ügyesen használva, újszerű áttekintés adható a fizika egy igen széles spektrumáról – pl. elektromágnesség, entrópia –, s a munka közben kirajzolódik a modern és a klasszikusfizika közti kapcsolat és határvonal.

Mindezt természetesen csak megfelelő érdeklődésű és előképzettségű csoportok esetén jelent érdekes és hasznos témát. Éppen ezért csak szakköri kereteken belül célszerű a középiskolai tananyagban csak érintőlegesen megjelenő Stefan-Boltzmann-törvényt, illetve annak részletes, Boltzmann nevéhez fűződő leírását vizsgálni.

4. Fokozatosan finomodó modellalkotás a földi üvegházhatás megismeréséhez

A Föld klimatikus változása érdekes témát szolgáltat a XXI. század elején a tudománynak. Mivel e kérdés nem csak egyes tudósokat foglalkoztat, hanem a társadalom szélesebb köreit, így jó eséllyel a középiskolás diákokat is. A hétköznapi életünket is egyre jobban befolyásoló klimatikus kérdések iránti érdeklődést kihasználva olyan témákat választottam, melyek aktualitásuk miatt is fokozott figyelemre számíthatnak – a főleg a környezettudatos – diákok részéről. Az általam alkalmazott tárgyalási módot próbáltam úgy kialakítani, hogy abban egy fokozatosan, több lépésben finomodó légköri modell segítségével megérthessék a diákok a légkör alapvető energetikai összefüggéseit, s eközben megtapasztalhassák a fizikai modellezés fokozatos fejlődését is.

5. Nyílt végű feladatok konkrét oktatási alkalmazása

Tapasztalatom szerint, a hőtan még a tehetségesebb diákok számára is szinte csak az ideális gázokkal lejátszódó jelenségeket jelenti. Az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyének (IYPT) egyik 2014-ben kitűzött „Hideg lufi” című feladata egy felfújt, majd gyorsan leeresztett léggömb hőmérsékletének változásával foglalkozott. Diákommal a jelenség vizsgálata során folytatott munkám alapján kijelenthető, hogy a diákok hőtanról, infrakamerás méréstechnikáról, és akár anyagszerkezetről alkotott képét, egy egyszerű gumiszalag segítségével is szemléletesen és könnyen érthetően javíthatjuk és bővíthetjük. A tanítási-tanulási folyamat jelen megoldásának különlegességét ez esetben, a munkafolyamat a résztvevő diákkal közösen kialakított lépései adják. A megfelelő modellalkotás természetesen ez esetben is lényeges szerepet játszik a fontos, ám nem kézzelfogható, nehezen mérhető mennyiségek - mint pl. az entrópia - esetén. A megfelelő modell megválasztásával a középiskolai diákok számára is érthetően és helyesen írtuk le az entrópiával kapcsolatos hőtani folyamatok irányát és becsültük nagyságát.

A „Karcolt hologram” című 2014. évi IYPT feladat mutatott rá, mennyire érdekes témát nyújtanak a hologramok. A Benton-féle szivárvány hologramok egy speciális fajtája az ún. karcolt hologram – pl. műanyaglapon karcok segítségével hologramot lehet létrehozni. Ez a könnyen elkészíthető hologram típus akár a fizikaórákon is hasznos és érdekes segítség lehet az optikai jelenségek tanításában. Két diákom segítségével kidolgoztunk egy, a karcolt hologramok számítógépes, pontosabban a GeoGebra program segítségével történő tervezésén és megvalósításán alapuló módszert. A módszer segítségével középiskolás diákok aktívan, alkotó munkán keresztül ismerhetik meg a hologramok működési elvét. Ezen tudásuk alapján diákjaink modellezhetik, s készíthetik el saját hologramjaikat. A téma érdekessége és újdonsága növeli a diákok motivációját, s a diákok könnyedén mélyülhetnek el a hologramok fizikájában, s szereznek hullámoptikai és geometriai optikai ismereteket, de emellett alkalmas a fizikai jelenségek számítógépes modellezésének fejlesztésére is.

6. Nyíltvégű problémák haszna a fizikatanításban

A jelen fizikatanításának kihívásaira adott egyik lehetséges válasz lehet, hogy a fizika tanítását, mint célt nem feladva, mégis más hangsúlyokat felfedezve, inkább a tanuláshoz szükséges képességek fejlesztésére koncentrálunk. Tapasztalataim szerint ezen képességek fejlesztésére kiváló módszer – például – az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyének nyíltvégű feladatainak felfedezése és maga a versenyre való felkészülési folyamat. Az említett versenyen már 1989 óta vesz részt Magyarország, hiszen több kolléga az ELTE Anyagfizikai Tanszékéről (korábban Általános Fizika Tanszék) már akkor felismerte ennek hasznát és újító erejét. Felhasználva az előttünk dolgozó kollégák által teremtett körülményeket és eredményeket, kollégáimmal 2013 óta közösen dolgozunk egy olyan felkészítés-felkészülési folyamaton, mely a XXI. század oktatási kihívásaira próbál választ adni. Célunk, hogy a diákok minél inkább képesek legyenek tanári segítség nélkül, önállóan vagy csoport tagjaként, az iskolai közegen túl is, új ismeretek felfedezésére illetve tesztelésére, és azok korábbi, már meglévő ismereteivel való szintetizálására. A felkészítés-felkészülés során a fizikatanárnak inkább egyfajta hosszú távú mentori és irányító szerep jut, és a munka egy fontos része - önálló kutatás, kísérletezés, dolgozat megírása stb. - elsősorban a diákokra hárul. A diákok így nem csak a konkrét fizikai ismeretekkel gazdagodnak, hanem vita és előadás készségük, pontos megfigyelési és kitartó mérési képességük is nő, s megtanulnak megfelelő modelleket létrehozni, azokat elemezni és értékelni.

Mindezek nagyon fontosak, hiszen a sikeres munkához vagy tanuláshoz érdeklődésre, kitartásra és szorgalomra is szükség van, s nem elég a puszta tehetség. Talán éppen a nyíltvégű feladatok időigényessége miatt hazánkban a legtehetségesebb diákok sajnos csak kevesen fordulnak az ilyen típusú fizikaversenyek felé. De persze nem is biztos, hogy csak és kizárólag csak a legtehetségesebb diákokat kell és érdemes a fizika elé fordítani! Az elmúlt évek tapasztalatai alapján úgy tűnik, hogy a nyíltvégű problémák, illetve az ezek vizsgálatán alapuló fizikaverseny, nem csak a legtehetségesebb, hanem bármely, a fizika iránt érdeklődő diák számára tökéletes közeget és erős motivációt jelent a fizikai alkotási folyamatban való részvételre. Munkánk során remélhetőleg kirajzolódik egy olyan szervezési és didaktikai folyamat, melyben egyre több, a fizika iránt érdeklődő lelkes diák tudását segíthetjük az ország összes fizikatanár kollégánkkal közösen.

1. Dimenzióanalízis alapszintű és emelt szintű középiskolai alkalmazása

E fejezet célja, hogy konkrét példákon keresztül illusztráljam, hogyan lehet a dimenzióanalízist a mai középiskolai oktatásban alap és emelt szinten alkalmazni. Alapvető jelenségek – pl. szabadesés, hajítás stb. - dimenzionális vizsgálata mellett olyan összefüggéseket vizsgálhatunk meg diákjainkkal, melyeket más módon a középiskolában nagyon nehéz, vagy egyenesen lehetetlen lenne – megfelelő matematikai háttér híján. A módszer használatával a fizikai mennyiségek jelentését és a modellépítés mechanizmusát is jobban megérthetik a diákok. A dimenziók vizsgálata könnyen kezelhető, megérthető összefüggésekre vezet meglepően sokrétű kérdésekben, mint például Kepler III. törvénye, vagy a Planck-állandó nélkülözhetetlensége. Az itt bemutatott leírás természetesen sok esetben sokkal részletesebb, mint amit a diákoknak fizikaórán bemutathatunk. Ám bármely konkrét példát is vegyük, az jól mutatja a háttérben megjelenő, s jó esetben a diákok számára is érthetővé váló gondolati alapokat.

Bevezetés, a modellekről

A középiskolai fizikatanításban használt legtöbb modellünk nagyon szemléletes és hasznos, így nem is célom ezen eszközök újraértékelése. Cél lehet, hogy a modellalkotást, mint eszközt vizsgáljuk meg egy kicsit részletesebben. Remélhetőleg ezt kicsit új szemszögből sikerül bemutatnom. Célom az is, hogy bemutassam, a középiskolai dimenzióanalízis használatával született eredmények hasznosak lehetnek az alapórai diákok s persze az érdeklődő, tehetséges diákok számára egyaránt – persze más-más szinten. A hatékony fizikatanításban célszerű, ha a már készen kapott modellek helyett, a diákok maguk építhetik fel saját elképzeléseiket, saját modelljeiket. Így nem csak maradandóbb tudást kapunk eredményül, hanem a tanulók átélhetik a tudományos és gondolati felfedezés örömét! Ez az élmény talán még fontosabb, mint a konkrétan megszerzett tantárgyi tudás, hiszen az átélt élmény a későbbiekben is egy nagyon erős motivációs eszköz lehet. Fontos megjegyezni, hogy a dimenzióanalízist, mint modellalkotási módszert, már sikerült a gyakorlatban több csoport alap és fakultációs fizika óráján is megvizsgálnom. A módszer iránt rendkívüli lelkesedést és érdeklődést mutattak a diákok, s így tanárként is nagyon pozitív élményben lehetett részem.

A dimenzióanalízis nem egy széles körben elterjedt módszer a hazai középiskolákban. Hiszen már az is egy nehéz kérdés, hogy mit is jelent a dimenzió? Egy adott fizikai képletben egy adott mennyiségnél a „dimenzió” rész a „nagyság” „vonatkoztatási alapját” azonosítja. Nagyon fontos tulajdonság, amelyet a dimenzióinktól megkövetelünk, hogy a mérésünk eredménye független legyen a mértékegység megválasztásától. Ez tömören azt jelenti, hogy például a hosszúság mérésénél, a mértékegységet λ-szorosára változtatjuk, akkor a hosszúság új számértéke 1/λ-szorosára kell változzon, ezzel biztosítva a hosszúság dimenziójának mértékegységtől való függetlenségét. A terület esetében a nagyság vonatkoztatási alapja például az egységnégyzet területe. A területet négyzet esetében $T=a^2$ összefüggéssel számolhatjuk, ahol a az adott négyzet oldalhosszúsága, ami hosszúság dimenziójú mennyiség. Ebből egyből látszik a terület dimenziója is, hosszúság négyzet; SI-ben a m^2.[1]

A dimenzióanalízis módszere

A dimenzióanalízis célja, a vizsgált fizikai mennyiséget/jelenséget befolyásoló tényezők feltárása, hogy ezáltal képet kaphassunk a jelenségről. Meghatározó, hogy a felállított összefüggésnek a paraméterek dimenzióira nézve is helytállónak kell lennie. Ha a vizsgálatban nem veszünk figyelembe minden olyan tényezőt, amely a jelenséget befolyásolja, akkor felállított egyenletünk vagy dimenzionálisan nem lesz helyes, vagy elvileg hibás eredményre vezethet. A dimenzióanalízisnek, mint módszernek az előnye, hogy egy matematikai összefüggés felállítása több változó esetében is egyszerűen végrehajtható. Hátránya, hogy félempirikus egyenletet kapunk, tehát néhány gyakorlati mérést elkerülhetetlenné tesz, valamint a meghatározó paraméterek kiválasztása nagy körültekintést igényel!

A középiskolai levezetések során azt a logikai menetet követtem, miszerint:
1.: Nem felejthetjük el, hogy az általunk gyártott összefüggéstől alapelvárás, hogy annak két „oldalán" a dimenziók megegyezzenek.
2.: Végig kell gondolnunk, vajon mitől függhet az általunk vizsgált mennyiség.
3.: Egyszerű, jól érthető korábbi fizikai ismereteinket is segítségül hívjuk.

Fontos kérdés még, hogy milyen függvény formájában keressük a keresett mennyiségünkre az összefüggést. E kérdésre a dimenzióktól elvárt tulajdonság, az alapegység megválasztásától való függetlenség adja a választ. Így a dimenzionálhatóság megtartásához a lehetséges változók hatványfüggvényei adódnak. Mellettük természetesen kaphatunk még dimenzió mentes függvényt ill. függvényeket is. Az általános dimenzióanalízissel kapott összefüggés alakja például lehet $X = C \cdot a^{\alpha} \cdot b^{\beta} \cdot c^{\gamma} \cdot \ldots \cdot \Phi(\omega_1, \omega_2 \ldots)$, ahol X a keresett fizikai mennyiség, C egy dimenzió nélküli konstans, $a, b, c\ldots$ pedig az adott fizikai mennyiséget befolyásoló fizikai mennyiségek, $\Phi(\omega_1,\omega_2,\ldots)$ pedig a lehetséges változókból képzett dimenziómentes függvény. A hatványfüggvények szorzása megtartja nekünk a dimenzionálhatóság feltételeit, a $\Phi(\omega_1,\omega_2,\ldots)$ függvényről pedig esetleg további mérésekkel kaphatunk információt.

A középiskolákban, sőt sok helyütt már az általános iskolákban sokan azt gondolják, hogy a dimenzióanalízis nem más, mint egy számolási feladat megoldása során használható önellenőrzési módszer. Ez röviden annyit tesz, hogy a feladat megoldása során az egyenletek átrendezése közben a különönöző fizikai mennyiségek mértékegységeivel is „számolni” kell. Ezzel elvileg a végeredményre kapott hibás mértékegység esetén következtethetünk arra, hogy menet közben valahol hibát vétettünk. Érdekes módon azonban a magyar- és németországi tapasztalatom ugyanaz: a diákok java része meg sem próbálja a mértékegységekkel való tényleges számításokat, hanem az eredmény megadásakor egyszerűen beírja a várt mértékegységet. Ennek oka valószínűleg az, hogy már a „számokkal” – azaz az adott fizikai mennyiségek nagyságával – való számítások is nagy odafigyelést igényelnek. Emellett ez a nehezített számítási mód még a tehetségesebb diákoknak sem ad fizikai értelemben vett igazi többletjelentést. Ehelyett legtöbbször sajnos inkább csak önbizalomhiányt, kudarcélményt jelent, s így hozzájárul a diákokban a fizika iránt kialakuló egyre negatívabb attitűdhöz. Talán éppen emiatt is fontos, hogy a dimenzióanalízist nem mint egy mellékes matematikai műveletet, hanem egy érdekes és hasznos fizikai felfedezési módot mutassuk be és alkalmazzuk!

Dimenzióanalízis alkalmazása az osztályban, alap- majd emelt szinten

De lássuk, mi is a tényleges tanítás-tanulási folyamat. A dimenzióanalízist, mint módszert, elsősorban a Szirtes Ádám által kidolgozott dimenzióhalmaz [1] fogalmával próbáltam megközelíteni. Ám a Szirtes-féle módszer a matematikája miatt elsősorban egyetemi hallgatók számára alkalmas. Így a feladatom főleg abban rejlett, hogy megtaláljam, hogyan lehetne a dimenzióanalízist akár középiskolai alapórai keretek között is érthetően interpretálni. A Szirtes által használt nagyon szép és egzakt matematikát fel kellett váltani a már középiskolás diákok által is ismert, egyszerű fizikai ismeretek használatával. Ez egyszerre nehéz és szép feladat, hiszen itt látszik, hogy egyszerű ismereteinket új területeken alkalmazni nem is olyan könnyű, mégis zseniális, hogy egyszerűnek tartott összefüggéseinkkel milyen messzi, általunk még fel nem fedezett területekre juthatunk. A feladatok helyes megválasztása nagyon fontos, hiszen a használható matematikai apparátus korlátozott, mégis meglepő távolságokba juthatunk így is. A továbbiakban szeretnék ezen témák közül párat, az iskolai gyakorlatban általam már alkalmazott formában bemutatni. Az egyszerűség kedvéért a Nemzetközi Mértékegységrendszert (SI) használom, hiszen így a diákok is egy már megszokott rendszerben dolgoztak.

a) Szabadesés és vízszintes hajítás

Kezdésnek célszerű valamilyen teljesen egyszerű, jól érthető és könnyen ellenőrizhető összefüggést megvizsgálni a dimenzióanalízis segítségével. A legegyszerűbb esetek persze elsősorban nem az új ismertek megszerzését célozzák, hanem a módszer alapjaival segít megismerkedni.

Diákjaink számára talán az egyik legszerencsésebb választás, ha a szabadeséssel, pontosabban annak idejére koncentrálva kezdjük a munkát. Diákjaimmal mi is sorba vettük, milyen mennyiségek befolyásolják a szabadesés idejét. Mivel szabadesésnél definíció szerint a közegellenállás nem játszik szerepet, ezért a diákok által is könnyen belátható, hogy csak a szabadesés magassága és a nehézségi gyorsulás határozzák meg a szabadesés idejét. Ezt a fentebb már bemutatott típusú egyenlettel fogalmazhatjuk meg:

$$t = C \cdot h^{\alpha} \cdot g^{\beta} \tag{1}$$

ahol t a szabadesés ideje, C egy dimenziómentes állandó, h a szabadesés magassága, g a nehézségi gyorsulás értéke, α és β pedig a keresett hatványkitevők. Elméletileg figyelembe kellene még venni egy $\Phi(h,g)$ a h és g valamilyen dimenziómentes függvényét, mivel azonban h és g egymást sosem dimenziótlaníthatja, ezért ilyen függvényt nem kell keresnünk. Az előbbi egyenletet mértékegységekre (s: másodperc, m: méter) rendezve az alábbi egyenletet (1.a), majd egyenletrendszert (1.b) kapjuk.

$$s = 1 \cdot m^{\alpha} \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)^{\beta} \tag{1.a}$$

A keresett összefüggés csak akkor lehet igaz, ha minden dimenzió hatványkitevője mindkét oldalon azonos:

$$s\!: 1 = -2\beta \quad \text{és} \quad m\!: 0 = \alpha + \beta \tag{1.b}$$

Aminek megoldása $\alpha = 0{,}5$ és $\beta = -\,0{,}5$. Vagyis a dimenzióanalízis által nyert általános összefüggésünk:

$$t = C \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} \tag{2}$$

A dimenziómentes C értékének meghatározása egy egyszerű méréssorozattal könnyen meghatározható, mely jó közelítéssel az elméleti $\sqrt{2}$-t adja. Természetesen az eredményt később más módon is levezetjük, ám ezzel a módszerrel biztosan minden diáknak adhatunk mérési lehetőséget, s közben jó betekintést nyújthattunk a dimenzióanalízis működésébe.

Egy másik egyszerű, de tanulságos probléma, a *h* magasságból *v* kezdősebességű vízszintes hajítás távolságát meghatározó összefüggés. Ezt a jelenségét már inkább csak tehetségesebb, érdeklődő csoportok esetében célszerű tárgyalni, mert a megoldás nem lesz annyira triviális, mint az előző esetben. Ez esetben, a közegellenállás elhanyagolhatóságát feltételezve, gyorsan jöttek diákjaimtól a releváns paraméterek: a kilövés magassága és kezdősebessége, s kis rávezetés után, de a nehézségi gyorsulás szerepét is említették diákjaim. Emellett természetesen gyakran elhangozhat a lövedék tömege is, amit most a jobb szemléltetés érdekében én is megjelenítek a kezdeti egyenletben:

$$x = C \cdot h^{\alpha} \cdot v^{\beta} \cdot g^{\varphi} \cdot M^{\delta} \qquad (3)$$

ahol x a kilövés vízszintes távolsága, C egy dimenziómentes szám, h a kilövés helyének magassága, v a kilövés vízszintes irányú kezdeti sebessége, g a nehézségi gyorsulás értéke, M a lövedék tömege, α, β, φ és δ pedig a keresett hatványkitevők. Egy esetleges $\Phi(h,v,g,M)$ dimenziótlan függvény tárgyalásától jelen esetben is eltekinthetünk, lehetséges fizikai jelentése ugyanis jócskán túlmutatna a szükséges szintnél. Dimenziókra megfogalmazva a fenti egyenlet az alábbi alakot kapja:

$$m = 1 \cdot m^{\alpha} \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)^{\varphi} \cdot kg^{\delta} \qquad (3a)$$

Kis számolgatás után kiderül, hogy a (3a) egyenletre sajnos nem kaphatunk egyértelmű megoldást, hiszen több az ismeretlenünk, mint a független dimenzionális egyenletünk. Ilyenkor célszerű egy egyszerű, jól ismert összefüggést itt is felhasználnunk: a mozgások függetlenségének elvét. Ez jelen esetben abban nyilvánul meg, hosszúság dimenziójú mennyiségeket a mozgás szempontjából két különböző csoportba, m_x vízszintes (x és v esetén) és m_y függőleges (h és g esetén) hosszúságokba oszthatjuk. Így a (3a) egyenlet a következőképp módosul:

$$m_x = 1 \cdot m_y^{\alpha} \cdot \left(\frac{m_x}{s}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{m_y}{s^2}\right)^{\varphi} \cdot kg^{\delta} \qquad (3b)$$

$$m_x\!: 1 = \beta, \quad m_y\!: 0 = \alpha + \varphi, \quad s\!: 0 = -\beta - 2\varphi, \quad kg\!: 0 = \delta \qquad (3c)$$

Ezek megoldásával kapjuk, hogy $\alpha = 0{,}5$, $\beta = 1$, $\varphi = -0{,}5$ és $\delta = 0$. Ezekből látszik, hogy a hajítás maximális távolsága a lövedék tömegétől független, s értékére az alábbi összefüggés adódik:

$$x = C \cdot v \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} \tag{4}$$

A tehetségesebb diákok persze azonnal észreveszik a szabadesés idejére kapott összefüggéssel való hasonlóságot, s így nem csak a C értékét tudják gyorsan meghatározni, de a mozgások függetlenségének elve is visszaköszön az eredmény matematikai alakjában.

Ez a két bemutatott példa talán éppen egyszerűsége miatt alkalmas arra, hogy akár a nem kifejezetten fizikai érdeklődésű csoportoknak is bemutassuk ezt az érdekes és hasznos modellalkotási módszert.

b) Pitagorasz-tétel

Ha diákjainkban lassan kialakul egy használható kép a dimenzióanalízisről, talán célszerű egy kis „szünetet" tartani a fizikában, s látszólag kis kitérőt tenni a matematika világába. A valóságban persze továbbra is a fizikai világunkat vizsgáljuk, csak oly módon, amit a diákok automatikusan a matematika világába sorolnak. A Pitagorasz-tételt minden tanuló ismeri, a kicsit ügyesebbek akár több bizonyítását is. Most azonban bizonyítsuk be mi is, pusztán a dimenziók, a használt fogalmak mértékegységének segítségével ezt a már nagyon jól ismert tételt [2].

Kezdő lépésként a terület – akár, mint fizikai mennyiség – fontos tulajdonságait kell definiálni. Az egyik ilyen fontos tulajdonság az additivitás. Ez a későbbiekben nagyon fontos tulajdonság gondolati, logikai szinten is rendkívül könnyen és hasznosan segíti a tanulók későbbi tanulmányait, absztrakciós képességeit. A terület additivitásával a tanulók matematika órán axiómaként találkoztak – tehát komolyabban nem is kellett belegondolniuk annak jelentésébe –, ám most talán kicsit a „gyakorlatban" is felhasználhatják ezt a már-már triviálisnak tűnő tulajdonságot.

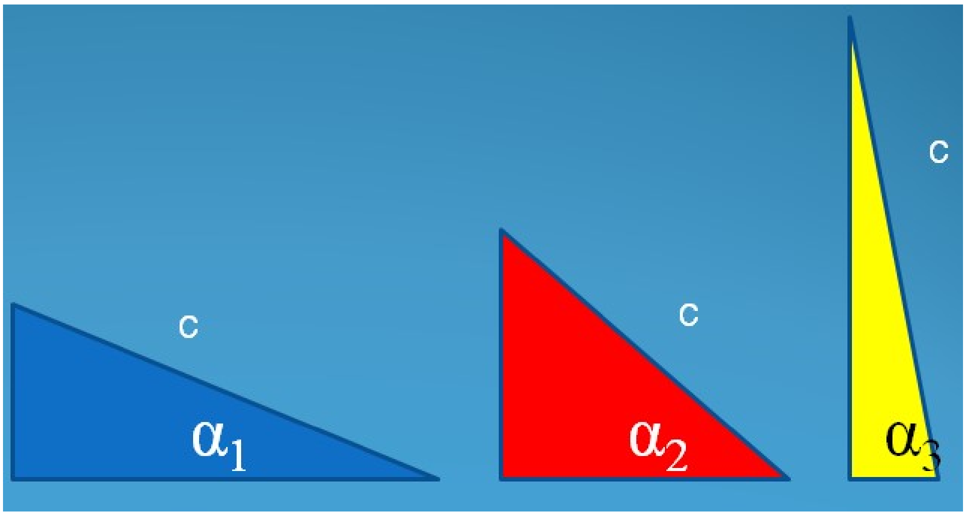
A másik fontos tulajdonság, hogy a terület dimenziója hosszúságegység négyzet, azaz a legegyszerűbb esetben négyzetméter, hiszen a területet négyzet esetében $T=a^2$-ként határozzuk meg. Ami többek között azt is jelenti, hogy ha az oldalakat λ-szorosra növeljük, akkor a terület λ^2-szeresre nő – $T(\lambda \cdot a)=\lambda^2 \cdot T(a)$. A terület ezen tulajdonsága nem csak négyzetekre, hanem természetesen akár háromszögekre is igaz, azaz:

$$T(\lambda \cdot a,\lambda \cdot b,\lambda \cdot c)=\lambda^2 \cdot T(a,b,c) \tag{5}$$

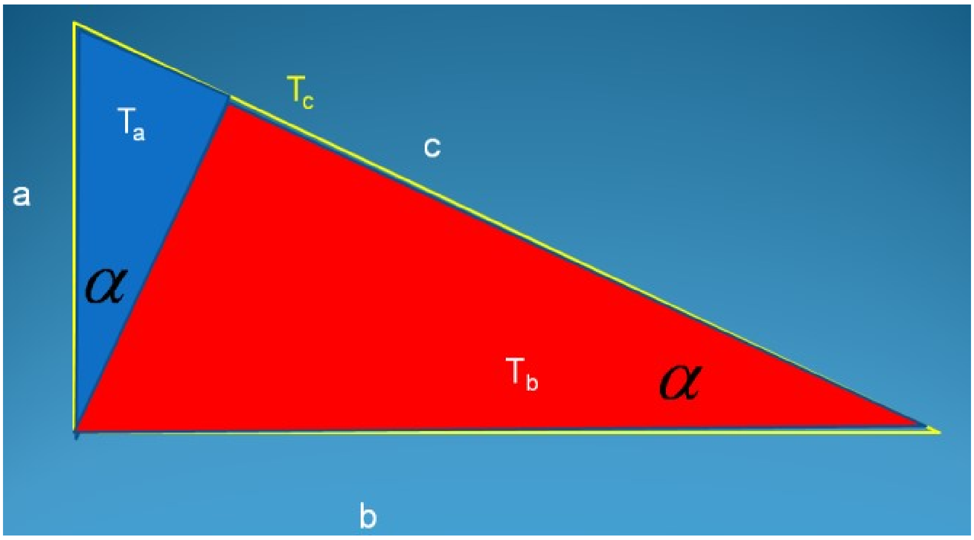
ahol a, b és c egy tetszőleges háromszög három oldalának hosszait jelöli. Mivel a λ értékét tetszőlegesen választhatjuk meg, annak értéke lehet akár $1/c$ is, így az előbbi összefüggést átrendezve:

$$T(a,b,c)=c^2 \cdot T(a/c,b/c,1). \tag{6}$$

A következő lépés a derékszögű háromszög területének meghatározására vonatkozik. E szerint a derékszögű háromszög területe két független paraméter segítségével meghatározható. Ez lehet akár az átfogó hossza, valamint az átfogó és mondjuk a hosszabbik befogó által bezárt szög: α.



1. ábra



2. ábra

Ennek bizonyítását akár be is mutathatjuk, de az 1. ábra és 2. ábra segítségével könnyen és gyorsan szemléltethetjük is. Derékszögű háromszögnél a területet lehet a $T(a,b,c)=c^2 \cdot T(a/c,b/c,1)$ összefüggésből levezetni, ahol $a/c=\sin\alpha$ és $b/c=\cos\alpha$. Azaz:

$$T(a,b,c)=c^2 \cdot T(a/c,b/c,1)=c^2 \cdot T(\sin\alpha,\cos\alpha)=c^2 \cdot f(\alpha) \tag{7}$$

A c átfogójú háromszögben $T_c=T(\alpha,c)=f(\alpha)\cdot c^2$ képletben definiálhatjuk a területet, ahol az $f(\alpha)$ függvény egy dimenziónélküli függvény. Hogy mi is ez az $f(\alpha)$ függvény pontosan, a középiskolai gondolatmenet szempontjából valójában lényegtelen. T_c dimenziója (7) alapján egyértelműen négyzetméter. A 2. ábrán látható nagy, c átfogójú háromszöget a c-vel szemközti csúcsból induló magasságvonallal bontsuk két egymással és az eredetivel is hasonló háromszögre. Ezek átfogói így persze a és b lesznek. Ugyanígy felírható a T_a és T_b területek értéke is. A hasonlóság a bizonyításban nagyon fontos. Ez biztosítja ugyanis, hogy a terület függvényt szabadon szétbonthassuk dimenziótlan és dimenzióval rendelkező tagokra:

$$T_a=f(\alpha)\cdot a^2 \tag{8a}$$

$$T_b=f(\alpha)\cdot b^2 \tag{8b}$$

Az $f(\alpha)$ függvény a fentebb bemutatott *hasonlóság* miatt lesz azonos mindhárom háromszög esetében! Ez másképp fogalmazva azt jelenti, hogy, csak derékszögű háromszögnél érdemes keresni a Pitagorasz-tétel érvényességét! Innen már csak a terület additivitását kell felhasználni, azaz: $T_a+T_b=T_{c,}$, ami tehát nem más, mint

$$f(\alpha)\cdot a^2+f(\alpha)\cdot b^2 =f(\alpha)\cdot c^2. \tag{9}$$

Itt $f(\alpha)$-val egyszerűsítve kapjuk:

$$a^2+b^2=c^2. \tag{9a}$$

Rendkívül elegáns, szép és gyors bizonyítást kaptunk, melyet a tanulók nagy örömmel fogadtak. A dimenzió jelentős extra jelentést adott a hosszúságnak és a területnek, mely jelentéssel a mérésükre használt számok önmagukban nem rendelkeznek. Kis lépésnek tűnhet ugyan ez a bizonyítás, de diákjaim máris nagy lelkesedéssel és kíváncsisággal vágtak bele a következő témákba, érezték, hogy a dimenziók új jelentést kaphatnak, ha ügyesen bánunk velük.

c) Kepler III. törvénye

Kepler III. törvénye szintén egy igazán izgalmas összefüggés, melynek bizonyítását nem közlik a középiskolás tankönyvek. A mi bizonyításunk szépsége egy egyszerű erőtörvénynek, és a dimenziókban rejlő jelentésnek köszönhető. A Kepler III. törvényét bemutató dimenzionális levezetés azonban már túlmutat az alapórai követelményeken, így ezt a gondolatmenetet már csak emeltszintű érettségire készülő csoportomban mutattam be. A levezetés megismerésével sikerült erősítenem a törvény megértését és hosszú távú beépülését a diákok ismeretanyagába.

A kezdő kérdés, mitől függ(het) a bolygók keringési ideje? A diákjaim által felvetett lehetséges fizikai mennyiségek: a bolygó tömege (M_b), a Nap tömege (M_N), a pálya mérete (jellemzően sugara R). A dimenziókból egyértelműen látszik, hogy itt valamire még szükség van, hiszen az idő dimenziójával ezen mennyiségek egyike sem rendelkezik. Egy segítő kérdéssel arra irányítottam a figyelmet, hogy vajon milyen erő tartja pályán az adott bolygót. A válasz gyorsan jött, hogy a gravitációs erő. A gravitációs erőtörvényben viszont van egy állandó fizikai mennyiség, a gravitációs kölcsönhatás erősségét magában rejtő tényező, a gravitációs állandó. További kérdés volt, hogy vajon ennek az értéke befolyásolhatja-e keringési időt. A válasz természetesen az volt, hogy igen, hiszen ha egy adott sugarú körpályán egy madzag végén gyorsabban mozog egy test, akkor annak pályán tartásához is nagyobb erőre van szükség. Így ha egy másik világegyetemben lennénk, ahol más a gravitációs állandó értéke, más lenne a pályán tartó erő, s így a sebesség és a keringési idő is. A következő mennyiség tehát, ami ráadásul idő dimenziót is tartalmaz, a gravitációs állandó.

Kérdés még, hogy milyen egyszerű megfontolást tehetünk, hiszen a tömegekre vonatkozó egyenletrendszerünk még nem lenne megoldható! Kihasználjuk még, hogy a bolygóra ható eredőerő $F_e=M_b \cdot a$ összefüggéssel meghatározható gyorsulást hoz létre. Másfelől, a bolygóra ható egyetlen erő, a gravitációs erő nagysága arányos annak tömegével: azaz $F_{gr} \sim M_b$. Vagyis a gravitációs erőtérben való mozgás gyorsulása, s azon keresztül a keringési sebesség illetve keringési idő már független a bolygó tömegétől, az csak a vonzó centrum tömegétől függhet.
A bolygó tömegétől való függetlenséget felhasználjuk a keringési időre vonatkozó összefüggés felírásakor. Ezen túl feltehetjük, hogy a bolygó pályájának geometriáját egyetlen mennyiséggel jellemezhetjük, ellipszis pálya esetén a fél nagytengellyel, körpálya esetén a sugárral. A pálya alakjától függetlenül az egyszerűség kedvért ezt a jellemző hosszúság mennyiséget jelöljük a továbbiakban a-val. A keresett összefüggésünkben legyen G a gravitációs állandó, melynek mértékegységét az SI alapmennyiségeit felhasználva írtuk fel, C pedig egy mértékegység nélküli állandó, melynek értékéről csak egy mérésen keresztül kaphatunk információt:

$$T = C \cdot G^{\alpha} \cdot M_N^{\beta} \cdot a^{\gamma} \tag{10}$$

$$s = 1 \cdot \left(\frac{m^3}{kg \cdot s^2} \right)^{\alpha} \cdot kg^{\beta} \cdot m^{\gamma} \tag{10a}$$

Ez, a (10) és (10a) összefüggésben szereplő dimenziókra – hosszúság (*m*), idő *(s)*, tömeg *(kg)* – az alábbi egyenletrendszert eredményezi az egyenlet bal és jobb oldalára nézve:

$$m{:}\ 0 = 3\alpha + \gamma; \qquad kg{:}\ 0 = \beta - \alpha; \qquad s{:}\ 1 = -2\alpha \tag{10b}$$

Aminek megoldása tehát α = -1/2, β = -1/2, γ = 3/2, Az egyenletünk tehát:

$$T = C \cdot a^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{G \cdot M_N}} \tag{11}$$

Amit átrendezve is felírhatunk, hogy egy jobban ismert alakban fogalmazhassuk meg a kapott összefüggést:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{C^2}{G \cdot M_N} = \text{állandó.} \tag{11a}$$

A Nap tömege, egy adott naprendszeren belüli állandó paraméter, a gravitációs állandó egyetemes állandó, *C* érték pedig szintén állandó. Diákjaim rendkívüli figyelemmel és örömmel követték ezt a bizonyítást. Didaktikai szempontból persze nagyon fontos, hogy „csupasz" dimenzióanalízis helyett, alapvető fizikai gondolatot, modellt, és közelítést is sikerült alkalmazni, melyek a fizikai modellépítés kialakulását segíthetik.

d) Hőmérsékleti sugárzás

A hőmérsékleti sugárzás a 2017-től érvényes érettségi követelményekben is csak kvalitatív módon jelenik meg. Ez gyakorlatilag nem jelent többet, mint azt, hogy diákoknak ismerniük kell, hogy a testek hőmérsékletüktől függő mértékben elektromágneses sugárzás formájában energiát sugároznak ki. Emeltszintű fakultációs csoportban résztvevő diákok számára a hőmérsékleti sugárzás mélyebb ismerete azonban nagyban segítheti az érettségi követelményekben „nagyvonalúan" megfogalmazott hősugárzás pontosabb, és a diákok fizikai világképébe jobban illeszkedő megértését.

A hőmérsékleti sugárzást meghatározó mennyiségek összegyűjtésekor először szándékosan hibáztam egy nagyot, a nagyobb tanulság érdekében! A dimenziók itt is hihetetlenül beszédesek, még akkor is, ha egy darabig szándékosan nem halljuk meg őket! A feketetest sugárzásának energiasűrűségét fogjuk vizsgálni. Ezt a témát természetesen csak végzős, tehetséges és érdeklődő diákok körében célszerű felvetni, hiszen a gondolatmenet megértéséhez az alapvető klasszikus és modern fizikai ismeretek nélkülözhetetlenek. A jelenség dimenzionális vizsgálatával azonban egy új nézőponttal gazdagodhatnak a diákoknak.

A nagyobb élmény és tanulság érdekében a kérdést a kor szellemében először klasszikus fizikai szemlélettel közelítettük meg. Végiggondoltuk, hogy a klasszikus fizikában mi befolyásolja a kisugárzott energia sűrűségét (*u*)! A tanulók gondolatai alapján felvetődött mennyiségek: a test mérete (tipikusan jellemző mennyiség pl. sugara *R*), hőmérséklete (*T*), elektromágneses sugárzás lévén a fénysebesség (c), illetve a hőmérséklet és az energia között kapcsolatot teremtő Boltzmann-állandó (k). Mivel energia sűrűséget vizsgálunk, ezért könnyen belátható, hogy a test méreteitől független mennyiséget vizsgálunk! Ezek után csak fel kell írni az ismert típusú egyenleteket:

$$u = C \cdot k^{\alpha} \cdot T^{\beta} \cdot c^{\gamma} \tag{12}$$

$$\frac{kg}{ms^2} = 1 \cdot \left(\frac{kgm^2}{s^2 K}\right)^{\alpha} \cdot K^{\beta} \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^{\gamma} \tag{12a}$$

Mivel k csak egy az energia és hőmérséklet közötti „váltószám”, s csak azt jelenti, hogy az energiát $k{\cdot}T$ egységekben mérjük, valójában nem külön konstans, tehát $\alpha = \beta$ a kezdettől fogva! Emellett, a (12) és (12a) összefüggésben szereplő dimenziókra – hosszúság (m), idő (s), tömeg (kg), és hőmérséklet (K) – az alábbi egyenletrendszer eredményezi az egyenlet bal és jobb oldalára nézve:

$$kg\!: 1 = \alpha; \quad m\!: -1 = 2\alpha + \gamma; \quad s\!: -2 = -2\alpha - \gamma; \quad K\!: 0 = -\alpha + \beta \tag{12b}$$

Aminek megoldásából: a $\gamma = -3$ *és* $\gamma = 0$ eredményekre juthatunk, ami egyértelmű ellentmondást jelent! Ez a dimenziók nyelvén azt jelenti, hogy ezektől, vagy csak ezektől az mennyiségektől, melyeket jelen esetben feltételeztünk, az energia sűrűség nem függhet!

Az ellentmondás feloldására vezessük be a Planck-állandót (h), s annyit vessünk fel segítségként, hogy milyen fizikai mennyiség segítségével fogalmazhatjuk meg azt a fizikai feltevést, hogy az energia csak meghatározott nagyságú adagokban sugárzódhat ki. Nézzük, mit eredményez az energia kvantáltságának feltételezése:

$$u = C \cdot k^{\alpha} \cdot T^{\beta} \cdot c^{\gamma} \cdot h^{\delta} \tag{13}$$

$$\frac{kg}{ms^2} = 1 \cdot \left(\frac{kgm^2}{s^2 K}\right)^{\alpha} \cdot K^{\beta} \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^{\gamma} \cdot \left(\frac{kgm^2}{s}\right)^{\delta} \tag{13a}$$

Ez a (13) és (13a) összefüggésben szereplő dimenziókra – hosszúság (m), idő (s), tömeg (kg), és hőmérséklet (K) – egy könnyen megoldható egyenletrendszert eredményez. Az egyenletrendszer megoldásával az alábbi összefüggést kapjuk:

$$u = C \cdot \frac{k^4}{c^3 \cdot h^3} \cdot T^4 \tag{13b}$$

ami a Stefan-Boltzmann törvény. A későbbiekben pont ez a összefüggés fog alapul szolgálni az üvegházhatással kapcsolatos modelljeinknek, számolásainknak.

Tapasztalatok az osztályteremből

Elsőnek azt hangsúlyoznám az általam a diákok tudásszintjéhez alakított és alkalmazott dimenzióanalízis módszeréről, hogy egyszerű, szinte magától értetődő feltételekből, nagyszerű eredményekre juthattunk. Ebben persze sokszor nem kis nehézséget, kihívást jelentett a megfelelő mennyiségek végiggondolása, feltárása, a jelenséget befolyásoló tényezők helyes megválasztása. Ám ezek végiggondolásában sokat segítettek a dimenziók! Ez által lesz igazán izgalmas módszer a dimenzióanalízis. A dimenziók valódi jelentése, azok aktív használata közben, jelentősen hozzájárult az adott fizikai mennyiség, fogalom megértésének elmélyítéséhez.

Az elvi hasznon felül azon kellemes gyakorlati haszonnal is rendelkezik a dimenziókkal való gondolkozás, miszerint a tankönyvek [4,5], esetleg a kerettantervek szerint a középiskolában csak szimplán közölt tényeket, törvényeket is jobban megérthették a diákjaim. Az ilyen összefüggések részletesebb tárgyalására amúgy időhiányában nem kerülhetett volna sor. Így azonban néhány esetben elkerülhetőek lettek a kinyilatkoztatás jellegű tanítási szituációk.

Az általam használt szakirodalom [1,3] foglalkozik természetesen klasszikus, a fizika órákról is jól ismert témákkal, de elsősorban mérnöki megközelítésből. Érdekes, hogy az általuk a dimenzióanalízis segítségével tárgyalt témák között sok biológiai vonatkozású probléma is – mint például az állatok maximális ugrása vagy futási sebessége, szívritmusa stb. - felvetődik. Ezt a témákban és szemléletben rejlő sokszínűséget én is próbáltam az órákra becsempészni. A tanulók nagyon pozitívan fogadták a nem teljesen megszokott témákat. A mérnöki és biológia tudományok irányában is érdeklődő diákok rendkívüli érdeklődést mutattak, az inkább fizika iránt érdeklődőek pedig kifejezetten élvezték, hogy ilyen témákban is a fizika ad megoldást sok kérdésre.

2. Dimenzióanalízistől a hasonlósági modellezésig

A fizika iránt érdeklődő középiskolás diákok közül később sokan a mérnöki pályát választják. Bonyolult, magas szintű matematika nélkül azonban sokszor nehéz számukra olyan érdekes és hasznos témát bemutatni, ami a későbbi mérnöki tanulmányaik során előnyt jelenthet, vagy segíthet jobban elképzelni a mérnökök munkáját. A hasonlósági modellezés azonban lehetőséget ad érdekes statikai és áramlástani jelenségek vizsgálatára úgy, hogy közben fizikai és matematikai apparátus terén is megmarad a középiskolás szinten. Ezen a valódi mérnöki munkához nagyban hasonló, életszerű problémán és vizsgálati módszeren keresztül a dimenzióanalízis segítségével bemutatom, ahogy diákjaim betekintést nyerhettek a jövőjüknek szánt mérnöki munka világába.

Motiváció

A magyar diákok körében, hasonlóan a nemzetközi – főleg nyugati – tendenciákhoz, nem túl népszerűek természettudományos tantárgyak. Erre a kihívásra Magyarországon sokan és sokféle módon reagálnak. Személyesen is tapasztalom a diákjaimmal való napi munkán keresztül, hogy sok esetben új ötletekkel, témákkal, módszerekkel érdekesebbé és hasznosabbá lehet tenni a fizika órákat. Egy ilyen új lehetőség lehet a modellezés. A modellezés izgalmas játék: akár kis hajó modellek építése, vagy a fizikai megismerés folyamataként tekintünk is rá. Miért ne lehetne ezeket a kis játékokat bevinni a fizikaoktatásba is?

Jó elképzelésnek tűnt, hogy ne én próbáljam kialakítani a diákok érdeklődését, hanem a már meglévő, természetes érdeklődésükre alapozva szolgáljam diákjaimat. A fizika iránt érdeklődő diákjaimat lehetőségem van külön – szakköri – órán tanítani, s ilyenkor jelentős szabadságot élvezek a témák kiválasztásában. Minden csoport más, így mindig újfajta témákat, módszereket érdemes keresni. Korábban taníthattam olyan csoportokban is, ahol komoly érdeklődést mutattak a diákok a fizika, mint tudomány iránt.

2011-ben érettségiző csoportomban jelentős számban voltak azok a tanulók, akik később orvosok, vagy mérnökök szerettek volna lenni – mely terüket azóta meg is valósították –, s például a repülőgép modellezés iránt már akkor jelentős érdeklődést mutatnak. Innen adódott a gondolat, hogy a fizikai megismerési folyamatot a dimenzióanalízis segítségével olyan módokon mutassam meg, amelyek például a mérnöki szakmának fontos részét képezheti. Mivel egyszerre minden nem lehetséges, először a reménybeli mérnököknek szerettem volna témákkal szolgálni.

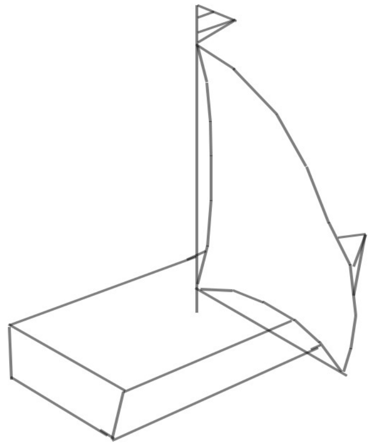
Diákjaim egy része építőmérnök-, másik része gépészmérnökként szeretett volna tovább tanulni. Éppen ezért egy egyszerű statikai kérdést vizsgáltunk meg. A statikai modellezés fontos szerepet tölt be az anyagtudósok és mérnökök munkájában. Ez elsősorban olyankor fontos, amikor új anyagok tulajdonságait vizsgáljuk, illetve amikor új szerkezetek viselkedését szeretnénk megjósolni. Az új anyagok tulajdonságait – rugalmasság, szakító szilárdság stb.- természetesen viszonylag kisméretű modelleken tesztelik, s ezek viselkedéséből következtetnek majd azok más alakú vagy méretű egységeinek tulajdonságaira. Ezen egyszerű szerkezetek – tartórudak, keresztrudak stb. – viselkedésének modellezése azonban nem teljesen triviális eljárás. Hogyan kell például egy rúd terhelésének modellezésekor használt erő nagyságát megállapítani?
A modellezést természetesen a nagyon bonyolult számítások ellenőrzésére is használja az ipar, még mielőtt egy nagy és drága prototípus építése után derülnének ki esetleges tervezési hiányosságok. Így a mérnökök pénzt és időt spórolhatnak meg. De milyen szabályokat kell betartani ahhoz, hogy egy kis fahíd modell jól előre jelezze egy drága acélhíd viselkedését? Érdekes kérdés egy hétköznapi embernek is, hát még egy leendő építőmérnöknek!

3.a) és 3.b) ábra: Milyen szabályokat kell betartani bonyolult szerkezetek modellezésénél?
Forrás: 4.a) ábra: http://anthonymuscatello.weebly.com/student-projects.html *4.b) ábra:* http://wikimapia.org/58472/Northern-Railway-Bridge

Amellett, hogy mérnöki kérdéseket feszegettünk, természetesen tiszta fizikai kérdésekkel, fogalmakkal kellett először megismerkedniük a diákjaimnak – mely fogalmak java nem része a kötelezően megismerendő anyagnak. Ilyen, a kötelező középiskolai fizika ismereteken kívül eső fogalmak, például az általános alakú Hook-törvény, Young-modulus jelentése vagy a másodrendű nyomaték. A másodrendű nyomaték fogalmát a továbbiakban azonban nem használhatjuk, mert diákjaink még nem rendelkeznek a kellő matematikai ismeretekkel. Éppen ezért érdemes a dimenzióanalízis módszerét használnunk, melynek egyszerű matematikai magfontolásai gimnáziumi diákoknak nem jelenthet komoly kihívást. Az általunk vizsgált téma a statikai modellezésen belül, a lentebb részletesen kifejtett árbóc modellezése volt.

A hasonlósági modellezés

Még egy egyszerű modell építése is kellően bonyolult lehet, ezért az iskolai keretek között mi csak a modell egy részletét vizsgáltuk. A feladat megfogalmazása a következő volt: *Egy kis hajómodellt szeretnénk építeni. Természetesen nincsen túl sok pénzünk a hajó építésére, ezért a célnak megfelelő, de lehető legolcsóbb anyagokat kell használni. A hajómodellünk egyik fontos része az árbócrúd. Ennek természetesen erősnek és könnyűnek kell lennie. A rendelkezésre álló többi alkatrész miatt az árbócnak 80cm hosszúnak és 8mm átmérőjűnek kell lennie és a csúcsán 10N nagyságú erőt kell kibírnia.*

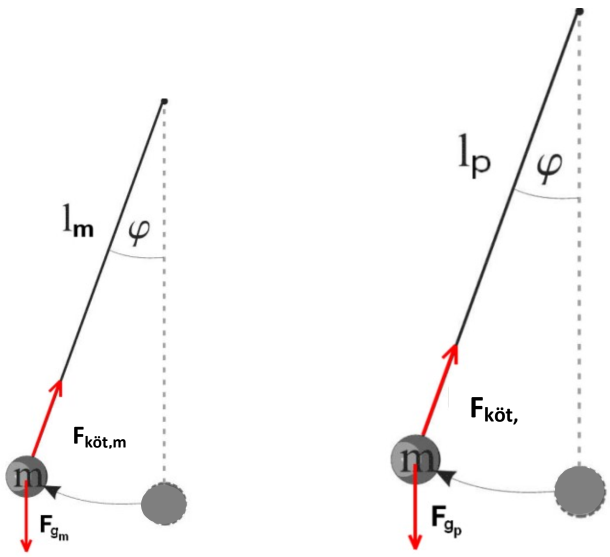


4. ábra Az építendő hajómodell

A kérdés: *Elegendő a modellhez olcsóbb alumínium rúd, vagy muszáj esetleg drága titánium rudat vásárolni?* Hogy lehetne ezt eldönteni? Talán célszerű lenne olcsó farudat használni a drágább alumínium vagy a sokkal drágább titánium rúd helyett! De ekkor merül fel a valódi kérdés: hogyan lehet modelleket készíteni?

A hasonlósági modellezés elmélete

Először nézzünk meg egy egyszerű, jól ismert példát: milyen következtetéseket vonhatunk le, két geometriailag hasonló – azonos kitérés és hossz arányú – inga esetén? Milyen összefüggést találhatunk például a periódusidők között?



5. ábra: Matematika ingák: modell és prototípus

A modellinga hossza legyen l_m, míg a prototípus hossza l_p. A kitérés szöge legyen mind két esetben φ. A két hossz aránya legyen $l_p/l_m=k$, amit nevezzünk a hasonlóság arányának. Az adott inga hossz, és a kitérés szöge alapján természetesen az inga kitérése – amplitúdója – is meghatározható. A két inga periódusidejét dimenzióanalízissel – vagy akár más módon is – meghatározhatjuk. Ez $T_m \sim \sqrt{\frac{l_m}{g}} \cdot f(\varphi)$ illetve $T_p \sim \sqrt{\frac{l_p}{g}} \cdot f(\varphi)$ alakú, ahol az $f(\varphi)$ értéke kis kitérések esetén kb. 2π. Ezen két idő aránya nyílván függ a hosszoktól. Ez az arány:

$$\frac{T_p}{T_m} = \frac{\sqrt{l_p}}{\sqrt{l_m}} = \sqrt{\frac{k \cdot l_m}{l_m}} = \sqrt{k}\ , \tag{14a}$$

azaz

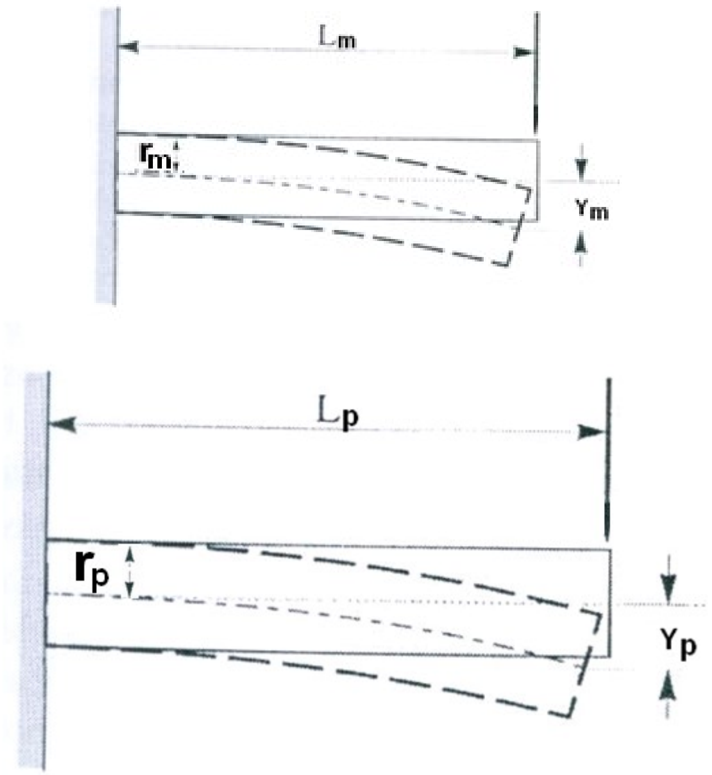
$$T_p = T_m \cdot \sqrt{k}\ . \tag{14b}$$

Vagyis, ha egyszer egy kis modell ingán a Föld egy adott pontján vesszük egy φ kitérésű lengést, azzal modelleztük az összes nagyobb ingát, melyet esetleg nem is tudnánk megépíteni, mert pl. nincs elég magas felfüggesztési pontunk!

Ezen egyszerű példán talán jól látszik, hogy a modellezés a geometriai hasonlóságot kihasználva, segít a nagyobb méretű prototípusok viselkedését megjósolni. De milyen általános szabályokat kell figyelembe vennünk az „árbócrúd" probléma vizsgálata során?

A hasonlósági modellezés szabályai.

1. Geometriai hasonlóság – lehajló rugalmas rúd esetén: A modell és a prototípus geometriailag hasonló, ami azt jelenti, hogy az adott geometriai méreteik aránya azonos.

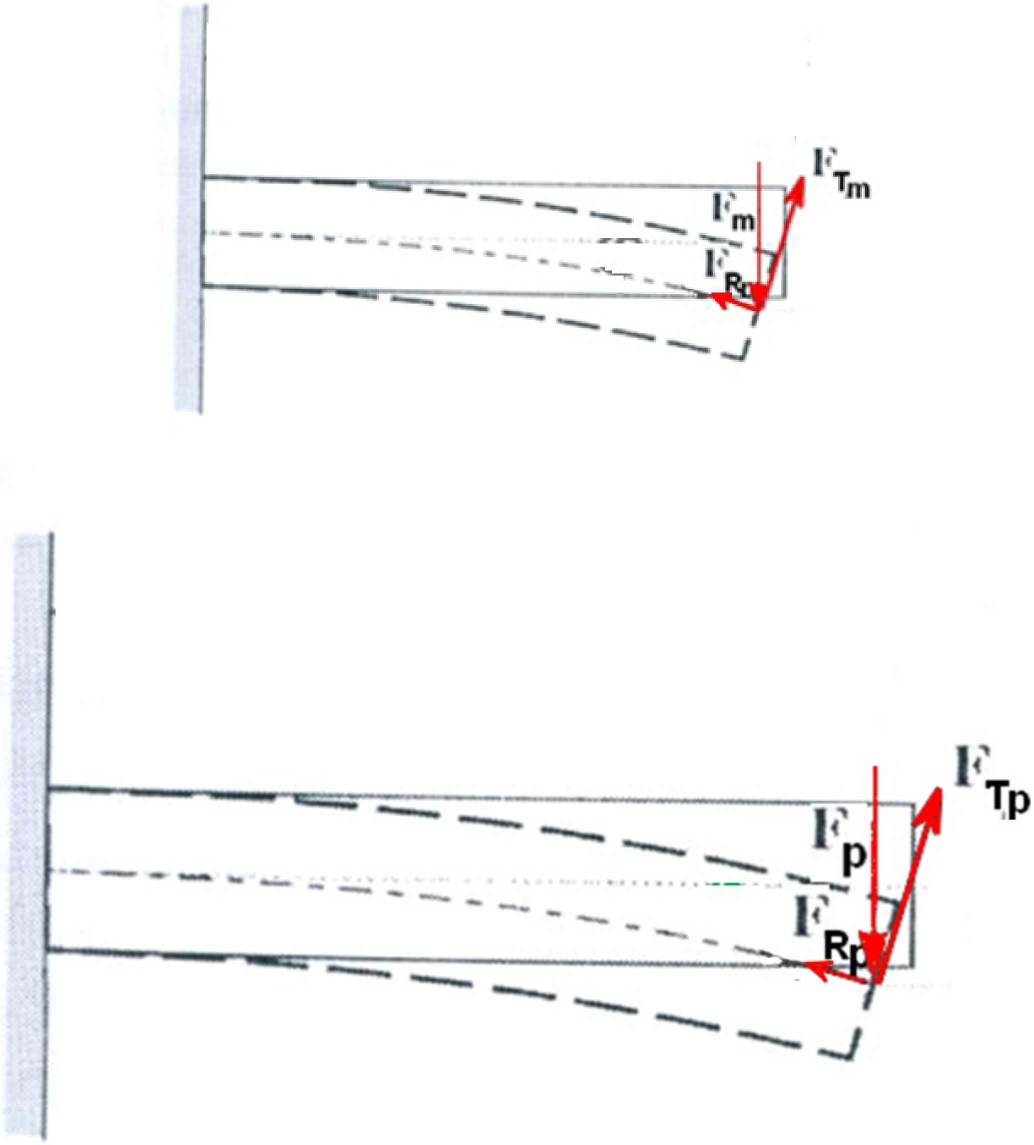


6. ábra: Geometriai hasonlóság a modell és a prototípus között. Forrás: [1].

$$\frac{L_m}{L_p} = \frac{r_m}{r_p} = k \tag{15a}$$

A mi esetünkben az *L* a hossz, *r* a rúd sugara, *Y* pedig a lehajlás a modell (*m*) és a prototípus (*p*) esetén. Ezen mennyiségek aránya a modell és a prototípus között állandó: k, melyet a hasonlóság arányának nevezünk [1].

2. Dinamikai hasonlóság: Az a feltétel, hogy a modell és a prototípus a geometriai méretektől függetlenül azonos módon viselkedjenek – pl. azonos mértékű lehajlás –, csak akkor teljesülhet, ha a rudakban ébredő erők arányai megegyeznek a két esetben [1].



7. ábra: Dinamikai hasonlóság a modell és a prototípus között.

A dinamikai hasonlóság a mi esetünkben a következőképp fogalmazható meg:

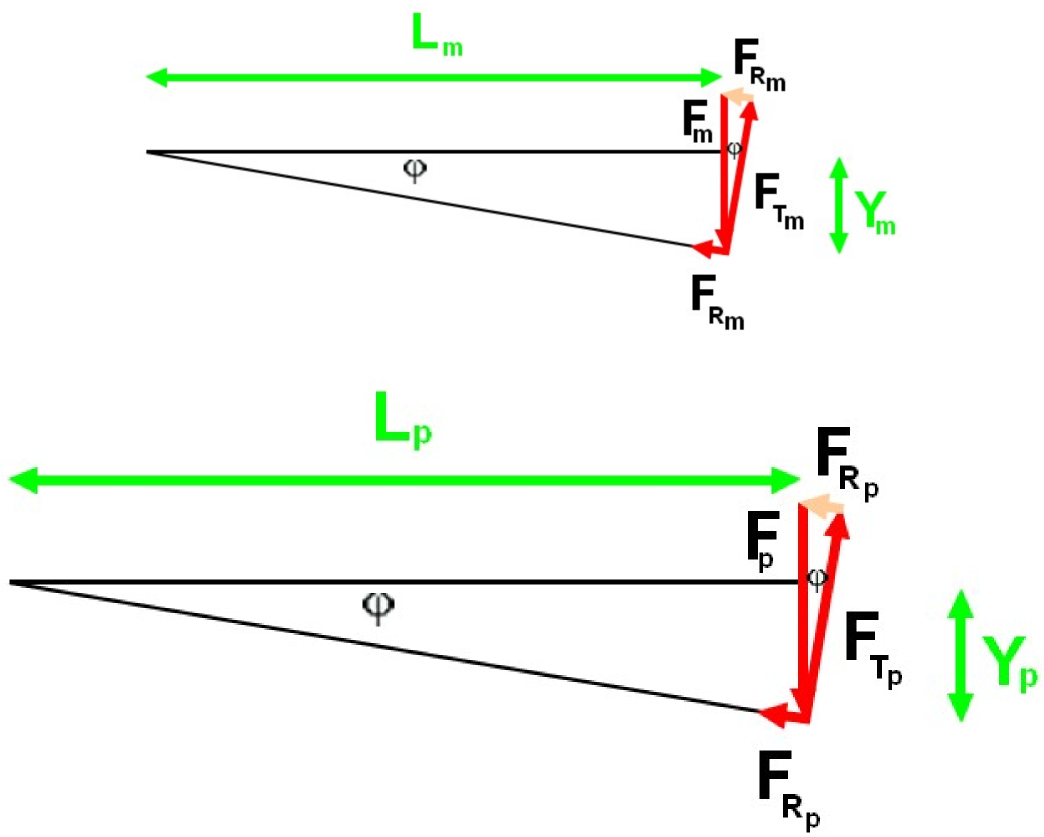
$$F_p : F_{Rp} : F_{Tp} = F_m : F_{Rm} : F_{Tm} \,. \tag{15b}$$

A mi konkrét példánkban, a rúd terhelését szeretnénk modellezni, s ez által prototípus viselkedését szeretnénk megjósolni, az erők aránya fontos szerepet játszik. Amennyiben az erők egymáshoz képesti viszonya különböző lenne, az teljesen más lehajlást jelente – pl. egy nagyobb szögű lehajlás esetén a radiális erőkomponens aránya nagyobb, míg a tangenciális erőkomponens aránya kisebb lenne.

Dimenzióanalízis az árbóc projektben

Korábban már az ingamozgás hasonlóságánál felhasználtuk, hogy a két inga kitérésének szöge egyenlő, azaz a mozgást valamilyen dimenziómentes – így a méretektől független- mennyiséggel jellemezhettük. Mivel ez a mennyiség a mérettől független, ezért a modellre és a prototípusra is jellemző, azokra azonos értékű! Ezt a gondolatot alkalmazzuk a rúd lehajlása esetén is: a lehajlást a méretektől független φ lehajlási szöggel jellemezhetjük. A kívánt esetben a modell és a prototípus kitérési szögei egyenlők, s így – mivel $\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$- a kitérési szögek tangensei, s így kis kitérések esetén szinuszaik is megegyeznek. A 8. ábrát felhasználva:

$$tg\varphi = \frac{Y_m}{L_m} = \frac{Y_p}{L_p} \approx \sin\varphi \tag{16a}$$



8. ábra: Erőháromszögek a modell és a prototípus esetén.

Ha a lehajlási szögek a modell és a prototípus esetében azonosak, akkor a lehajlási szög szinusza is felírható 8. ábra alapján ható erők hányadosaként is:

$$\frac{F_{Rp}}{F_p} = (\sin\varphi)_p = (\sin\varphi)_m = \frac{F_{Rm}}{F_m} \tag{16b}$$

Ebben az esetben az F_R a rúdban ébredő radiális irányú erő, amely a rúd rugalmas alakváltozásából származik. A vizsgált terhelt rúdban, a középvonal hossza, a függőleges terhelés hatására nem változik. Ez azonban nem azt jelenti, hogy nincs a rúdban ébredő erőnek radiális irányú komponense! A középvonal fölött a rúd nyúlik, alatta rövidül, s ezekből az alakváltozásokból természetesen adódnak radiális és tangenciális irányú erőkomponensek.

Az $\vec{F}_{Rug}$ rugalmas erőt középiskolában a $\vec{F}_{Rug} = -D \cdot \vec{x}$ alakban tanítjuk, ahol $\vec{F}_{Rug}$ a fellépő rugalmas erő, D a test rugóállandója vagy direkciós ereje, $\vec{x}$ pedig a test megnyúlása/rövidülése. Mivel azonban a D direkciós erő csak egy adott testre jellemző mennyiség, ezért a hasonlósági modellezésben ez az alak nem igazán használható, hisz itt különböző méretű – esetleg különböző anyagú – eszközökkel dolgozunk. Ilyen esetben célszerűbb lenne, egy a mérettől független fizikai mennyiség használata. Ez az anyagra jellemző mennyiség természetesen a Young-modulus lesz. Ehhez azonban a diákokkal meg kell ismertetni a Hook-törvény egy másik alakjával:

$$\vec{F}_{Rug} = -E \cdot \vec{A} \cdot \varepsilon\,, \tag{17}$$

ahol E az adott anyag Young-modulusa, A a keresztmetszete, ε a relatív hosszváltozása. Így radiális erőt már a méretektől függetlenül írhatjuk fel!

Felhasználva, hogy jelen esetben az $\vec{F}_{Rug}$ rugalmas erő a középvonal felett és alatt létrejövő radiális irányú hosszváltozásokból adódik, s így a mi esetünkben megegyezik a F_R radiális erőkomponenssel, majd ezt (16b) és (17) összefüggésekben felhasználva kapjuk:

$$\sin\varphi_p = \frac{E_p \cdot A_p \cdot \varepsilon_p}{F_p} = \frac{E_m \cdot A_m \cdot \varepsilon_m}{F_m} = \sin\varphi_m\,, \tag{18}$$

ahol az F_m a számunkra ismeretlen, a helyes modellezéshez szükséges erő, amivel a modellünket terhelni kell ahhoz, hogy annak viselkedése – lehajlásának szöge – megegyezzen a prototípus viselkedésével annak $F_p=10N$ nagyságú terhelése esetén. Azt nem tudjuk, hogy ez pontosan mekkora szögű lehajlást fog eredményezni, csak azt tudjuk, hogy ha megfelelő erőt fejtünk ki a modellre, akkor az pont akkora lehajlást fog produkálni, mint majd a prototípus, a kívánt $F_p=10N$ erő hatására.

9. ábra: Terhelt és terheletlen rudak ΔL << L esetén.

Mekkora erőt fejtsünk tehát ki a modellre, hogy az a prototípuséval megegyező kihajlást mutasson? Ennek megválaszolásához használjunk egyszerű matematikát és néhány ésszerű közelítést! Ahogy az 9. ábrán láthatjuk, a terheletlen rúd és a lehajlott rúd felső része jó közelítéssel egy derékszögű háromszöget határoz meg, melynek oldalaira felírhatjuk a Pitagorasz-tételt:

$$L^2 + Y^2 = (L + \Delta L)^2$$

$$L^2 + Y^2 = L^2 + 2L \cdot \Delta L + (\Delta L)^2 , \tag{19}$$

ahol az utolsó, másodrendűen kicsi tagot elhanyagolhatjuk. Ezután átrendezéssel:

$$\frac{Y^2}{2L^2} = \frac{\Delta L}{L} = \varepsilon , \tag{19a}$$

és kihasználva, hogy a két rendszer geometriailag hasonló:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta L_p}{L_p} = \frac{\Delta L_m \cdot k}{L_m \cdot k} = \frac{\Delta L_m}{L_m} = \varepsilon_m . \tag{19b}$$

Vagyis a modell és a prototípus esetében a relatív megnyúlások is azonosak lesznek – a geometriai és a dinamikai hasonlóság következtében!

A modellre kifejtendő erő meghatározásához (18)-t és (19b)-et felhasználva, és F_m-re rendezve:

$$F_m = F_p \cdot \frac{E_m}{E_p} \cdot \frac{r_m^2}{r_p^2} \tag{20}$$

A megfelelő modellezéshez, azaz az azonos lehajlási szög eléréshez a mi esetünkben az $F_p=10N$ prototípust terhelő erő modellezéséhez, felhasználva, hogy a mérések alapján $E_{p,alu}=$ $69GPa$, $E_{m,fa}=14{,}6GPa$, $r_p=4mm$, $r_m=2mm$, $L_p=80cm$, $L_m=40cm$ és $L_p/L_m=k=2$**,** a modellre $F_m=0{,}53N$ nagyságú erőt kell kifejteni.

Mekkora a prototípusban várt és valós Y_p lehajlás ebben az esetben?

Mivel a szög mérése direkt módon elég nehézkes, ezért a tényleges mérésben a lehajlás nagyságából és a rúd hosszából próbálunk következtetni annak szögére. Vagyis, ha méréssel meghatározzuk a már ismert erővel terhelt modell lehajlását, abból a prototípus lehajlását is megjósolhatjuk. Ehhez használjuk a (15a), (19a) és (19b) egyenleteket, melyek szerint megfogalmazott geometriai és dinamikai hasonlóság alapján:

$$Y_p = \sqrt{Y_m^2 \cdot \frac{L_p^2}{L_m^2}} \quad \text{és} \quad \frac{L_p^2}{L_m^2} = k^2 \qquad \text{(21a) és (21b)}$$

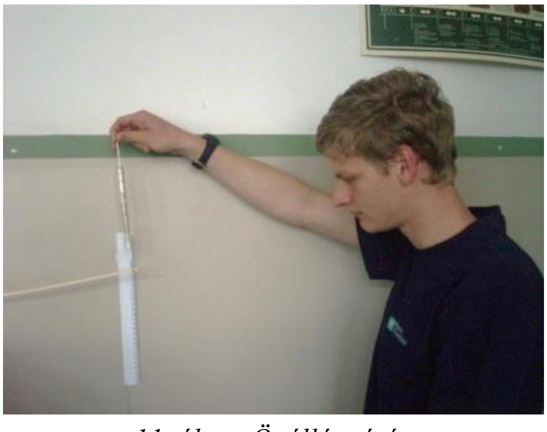
(21b)-t (21a)-ba behelyettesítve:

$$Y_p = Y_m \cdot k \qquad \text{(21c)}$$

Ami összefüggés talán nem is túl meglepő! A prototípus kihajlásának megállapításához csak annyit kell tennünk, hogy a modellünknél megmérjük a megfelelő erő következtében létrejött Y_m lehajlást, majd azt beszorozzuk a hasonlósági tényezővel.

Fontos még a mérési eljárás pontosságához – melyre menet közben figyeltünk fel –, hogy a vizsgált rudak a saját tömegük alatt is lehajlanak, ezért a megfelelő erők hatására létrejött „lehajlást” mindig kétszer mértük: egyszer lefelé, aztán felfelé. Így a saját tömeg hatása kiküszöbölhető.

10. ábra: Tanár-diák közös mérés.



11. ábra: Önálló mérés.

Természetesen mérhettünk volna függőlegesen is, csak így a használt satukkal nem tudtuk volna a rudakat kellően rögzíteni.

A mérések alapján a modell átlagos lehajlása: $Y_m = 6{,}05$cm. A hasonlósági modellezés alapján a prototípus lehajlása az $Y_p = Y_m \cdot k$ felhasználásával:

$$Y_p = 12{,}1cm.$$

Az eredmény ellenőrzése és diszkussziója

A modellként használt rúd egy olcsó – $L_m = 40cm$, $r_m = 2mm$ – fa rudacska volt, melyet bármelyik barkácsboltban megvehetjük kb. 50 forintos áron. A méréssel történő ellenőrzés céljából természetesen megvettem a jóval drágább, prototípus – $L_p = 80cm$ *és* $r_p = 4mm$ – alumínium rudacskát is. Így a kapott eredményünket hagyományos számítással és méréssel is kontrollálhattuk.

A számítással történő ellenőrzés a legtöbb tanulócsoportban természetesen elhagyható, hiszen annak magasabb matematikai ismeretei miatt nem adnak feltétlenül új fizikai ismereteket, s így a diákok számára egyszerű „képletbe helyettesítésként" működne csupán. A rudak Young-modulusait külön megmértük, hogy a megfelelő értékekkel számolhassunk. Ezek a mi esetünkben a már korábban is említett $E_{m,fa}$ = 14,6 GPa és $E_{p,alu}$ = 69 GPa értékek voltak. A Young-modulus megméréséhez a tanár által használható, a terhelt rudak lehajlását leíró, másodrendű nyomatékot is tartalmazó összefüggés az alábbi:

$$Y = \frac{1}{3E} \cdot \frac{L^3}{I} \cdot F, \tag{22}$$

Ahol Y a lehajlás mértéke, F a terhelő erő, L a rúd hossza, E az anyag Young-modulusa, I pedig a rúd másodrendű nyomatéka, ami kör keresztmetszet esetén:

$$I = \frac{\pi}{4} R^4. \tag{23}$$

Ha esetleg a diákokkal is elvégeznénk ezt a mérést, mivel a másodrendű nyomaték megértéséhez a diákoknak magasabb matematikai ismeretekkel is rendelkezni kellene, ezért, elég lehet csupán az felhasználandó képlet közlése.

Az ezzel a módszerrel kapott összefüggésekkel számolva $F_p=10N$ terhelő erő esetén az alumínium rúd lehajlása az alábbi érték lenne:

$$Y_p = 12{,}36cm.$$

Az ellenőrző számításoknál természetesen pontosabb és didaktikailag is sokkal hasznosabb, ha közvetlen méréssel ellenőrizzük a használt eljárásunk helyességét. A mérés eredménye $F_p=10N$ terhelés mellet:

$$Y_p = 13{,}5cm.$$

A hasonlósági modellezéssel kapott eredményünk csak kicsiben tért el a konkrét méréssel kapott eredményünktől! Az eltérés oka természetesen elsősorban a kissé pontatlan mérés, a rögzítési pontok bizonytalansága, illetve a fa modellünk sem volt teljesen homogén, ami újabb eltérést eredményezhet az elméleti értékektől. Az eltérés analizálása szintén érdekes feladat lehet a tanulóinknak.

Az „árbóc" projekt eredményei

Bár az eredményünk nem teljesen egyezett az ellenőrző mérés eredményével, de az eltérés nem volt jelentős, az mindenképpen a helyes nagyságrendbe esett. Az eredeti kérdésfeltevésre válaszolva, hogy vajon jó lesz-e az olcsó alumínium rúd a hajó építéséhez, a válasz sajnos nemleges, hiszen a várható 10N nagyságú erő hatására a rúd közel 15 cm-es kihajlása nem tűnik reálisan elfogadhatónak egy ilyen szerkezet esetén.

Az eljárásunk természetesen könnyen helyettesíthető egyszerű alakzatok esetében a függvénytáblában található (22) képlettel – azok jelentésének megértése nélkül. Azonban a való világban nem mindig ilyen egyszerű keresztmetszetű rudak vannak, hanem sokkal bonyolultabbak is, mint az a 13. ábrán látható. Ezen rudak viselkedését akár fával, akár olcsó fémmel való hasonlósági modellezéssel könnyen és olcsón megjósolhatjuk.

13. ábra: Különböző keresztmetszetű rudak.

Forrás: http://www.profilage.net/Refendage_de_la_tole_R-METAL.htm

Eredmények és összefoglalás

Összességében a modellezéses témaválasztás nagyon hasznos lehet, hiszen diákjaimmal betekintés nyerhettünk a mérnökök munkájába. A dimenzióanalízis alkalmazásával új fizikai területeket vizsgálhattunk meg, s elméleti eredményeinket kísérletekkel, mérésekkel ellenőriztük. A modellezéshez hozzá tartozik, hogy a modellek esetleg megsérülnek, esetleg tönkre is mennek. Ez természetesen a mi esetünkben is megtörtént, hiszen a méréseknél mi sem tudtuk, milyen határok között mozoghatunk. Az alkalmazásközpontú, kísérlettel és méréssel együtt járó témaválasztás színesebbé és érdekesebbé tette diákjaimnak a magasabb szintű fizikai ismeretek elsajátítását és mindenközben jó játékot is jelentett!

3. Klasszikusfizikai modell a feketetest sugárzás megismeréséhez.

Ha tehetséges, érdeklődő és matematikából is megfelelően felkészített fakultációs csoportot taníthatunk, néha érdemes a lehetőségeink határait feszegetni. Egy ilyen alkalommal, új módszert alkalmaztam végzős diákjaimmal két külön órában, melyeken műszaki egyetemista volt diákjaim is részt vettek. A modern fizika témakörébe tartozó Stefan–Boltzmann-törvényt ismertük meg egy olyan levezetéssel, mely pusztán klasszikus fizikai módszereket használ. Mindehhez régi és új ismereteket is felhasználtunk, s még az egyetemista diákoknak is sikerült újat adni – segíteni az egyetemi matematika órák megértését.

Bevezetés

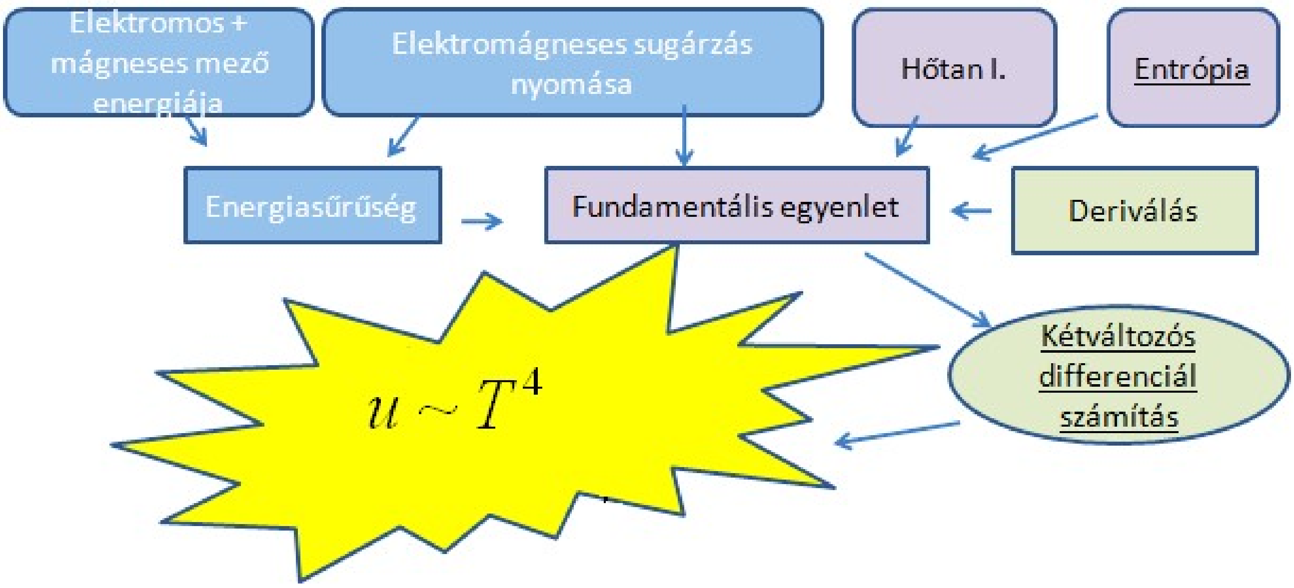
2011-ben emeltszintű fakultációs csoportomban levő négy végzős diákommal az érettségire való készülés miatt ismételtük a fizika tananyagot. Ezt hol feladatmegoldással, hol rendszerező összefoglaló módszerrel tettük. A diákjaim közül hárman a műszaki egyetemre készültek – egy gyógyszerésznek. A korábbi diákjaimtól hallott tapasztalatok alapján, miszerint a dimenzióanalízis ismerete sokat segíthet az műszaki egyetemi tanulmányok során, a Stefan–Boltzmann-törvényt, mint a kvantumfizika egyik kezdőpontját, dimenzióanalízissel ismertettem meg diákjaimmal. Bár a hőmérsékleti sugárzás nem tartozik szorosan még az emeltszintű tananyaghoz sem, nagyon hasznos, hogy megértsük a klasszikus fizika korlátait, és modern fizika új gondolatainak szükségességét. A törvénye igazi megértése, illetve az új ismeretek hosszabb távú megtartása nem valószínű úgy, hogy ha a hőmérsékleti sugárzást leíró Stefan—Boltzmann-törvényt csak készen a diákok elé vetjük. Ez persze semmilyen más fizikai törvény esetében sem lenne optimális. Ezért használtam már korábbi óráimon is a dimenzióanalízis módszerét, például a matematikai inga lengésidejének meghatározásához, vagy Kepler III. törvényének levezetéséhez. Persze más módszereket is használhattam volna, de a már említett egyetemi előnyök mellett, a dimenzióanalízis módszere a középiskolában is rengeteg izgalmas probléma megoldását teszi lehetővé. [6]

A Stefan–Boltzmann-törvény szerint a hőmérsékleti sugárzás energiasűrűsége a hőmérséklet negyedik hatványával arányos ($u \sim T^4$). Ennek dimenzióanalízissel történő levezetése a Planck-állandó nélkül nem lehetséges. Az egyik diák meg is kérdezte, hogy ezek szerint Stefan és Boltzmann már ismerte a Planck-állandót? Természetesen ők már Planck előtt felírták a hőmérsékleti sugárzást leíró összefüggést. Az újdonság a kérdésben persze az, hogy hogyan volt ez lehetséges? Mivel a diákok nagyon érdeklődőek voltak, két, a diákok által önként vállalt extra órán közvetlenül is levezettük a Stefan–Boltzmann-törvényt.

A Stefan–Boltzmann-törvény levezetése közben sok korábbi ismeretet is felfrissítettünk, mint például a fény hullámtulajdonságát, vagy a hőtan I. főtételét. Az ismétlés mellett természetesen új ismereteket is szerezhetnek a diákok. Ilyen például az energiasűrűség pontosabb megértése, a belsőenergiára vonatkozó fundamentális egyenlet, vagy az entrópia részletesebb megismerése.

A levezetéshez megfelelő matematikai ismeretekre is szükség van, melynek javát, egy emelt szintű matematika érettségire készülő diák magáénak mondhat. A szükséges tudás az egyváltozós függvények differenciálszámítása és integrálszámítás. Ezek az ismeretek nem számítanak a középiskolai anyag legnehezebb részének, de jó, ha a fizika órai tananyag alkalmazási területként bemutatja ezen ismeretek hasznosságát. Ezeken túl szükséges még a kétváltozós differenciálszámítás, melyet azonban sikerült diákjaimnak, a középiskolai szinten is bemutatnom, s használhatóvá tennem.

A levezetés gondolatmenetét az 15. ábra mutatja:



15. ábra. A levezetés folyamatábrája.

A továbbiakban ezen levezetés, lépésről lépésre történő bemutatása következik.

Fény, mint hullám

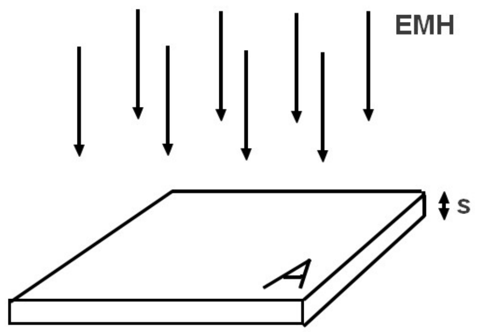
A fény hullámtermészete a klasszikus fizika egyik alapgondolata. Amire a gondolatmenetünkhöz szükségünk van a fény tulajdonságaiból, az az energiasűrűsége és nyomása. A fény, mint elektromágneses sugárzás energiasűrűséget a középiskolában elterjedt módon ismétlésképpen levezetjük a kondenzátor két lemeze közötti elektromos mező energiáját (24) és az egyenes tekercs belsejében levő mágneses mező energiáját (25) felhasználva. A jól ismert összefüggéseket átalakítjuk a kapacitása illetve tekercs induktivitása definícióját felhasználva úgy, hogy azok már az elektromos térerősség és a mágneses indukció függvényei legyenek:

$$U_E = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \vec{E}^2 A_C d_C, \qquad (24)$$

$$U_M = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2\mu_0}\vec{B}^2 A_L d_L \quad . \qquad (25)$$

Itt U_E és U_M az elektromos és mágneses mező energiája, A és d a kondenzátor, illetve a tekercs keresztmetszete és hossza, V a kondenzátoron eső feszültség, I a tekercsen folyó áramerőség, C a kapacitás, L az indukciós együttható, ε_0 és μ_0 a vákuum permittivitása és permeabilitása. Végül ezek (24. és 25.) egységnyi térfogatra vonatkoztatott – azaz $A_C d_C$, illetve $A_L d_L$-vel osztott - értékét és összegét véve kapjuk az elektromágneses u energiasűrűséget:

$$\frac{1}{2}\varepsilon_0 \vec{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0}\vec{B}^2 = u_E + u_M = u. \qquad (26)$$



16. ábra. Egy adott irányba haladó elektromágneses hullám (EMH), mely az A felületű, s vastagságú lapra esik.

A következő mennyiség, amit meg kell vizsgálnunk, a fény nyomása. Vegyünk egy adott irányba terjedő fényhullámot, ami egy matt A felületen elnyelődik, és s mélységben hatol be a matt felületre. Eközben lefékeződve átadja az energiáját a felületnek, azon W munkát végezve p nyomást fejt ki. Ennek nagysága éppen a fény energiasűrűségével egyezik meg:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{W}{A \cdot s} = \frac{W}{V} = u \qquad (27)$$

Mindhárom irányba terjedő hullám esetén – a feketetest sugárzását is ilyennek képzelhetjük – a sugárzás nyomása a matt felületre csak a teljes energiasűrűség harmadával lesz egyenlő:

$$p = \frac{u}{3} \qquad (28)$$

Hőtan I főtétele

A fénynyomás és az energiasűrűség közötti kapcsolatot a hőtan első főtételében használjuk fel. A hőtan első főtételét a középiskolában a következő alakban tanítjuk: $\Delta U=Q+W$, ahol ΔU a rendszer belsőenergiájának megváltozását, Q a környezet által közölt hőmennyiséget, W a környezet által a rendszeren végzett munkát jelenti. Mi azonban a sugárzási energia változásait tetszőleges kis mennyiségekkel is szeretnénk vizsgálni, ezért az első főtételt a következő alakban célszerű átírni:

$$dU = \delta Q + \delta W \tag{29}$$

Érdekes módon a d és δ jelentésbeli különbségét – vagyis, hogy d egy állapotjelző kis változását jelenti, a δ pedig egy folyamatjelző kis változását – a már egyetemista diákok saját elmondásuk szerint, ezen egyszerű példán értették meg.

Az entrópia fogalmával minden gimnazista találkozik: A rendezetlenség mértékének jellemzésére Clausius által bevezetett új fizikai mennyiséget nevezték el entrópiának. Jele: S, [S]=J/K [7]. A hőtan második főtételének entrópiával történő megfogalmazásával is sok diák találkozhat. Az entrópia jelentését sok példával szemléltethetjük, számolásokhoz azonban célszerű kicsit pontosítani a definíciót. Előnyös a Clausius-féle definícióhoz visszatérni, miszerint: egy rendszer és a környezete közötti energiacserét meghatározó állapotjelző az entrópia [8,9]. Ez az energiacsere reverzibilis állapotváltozás esetén kétféleképpen jöhet létre: energia átadással (dU) és munkavégzéssel (izobár esetben: pdV). Mértéke függ a hőmérséklettől:

$$dU - pdV \sim T \tag{30}$$

ahol a dS arányossági tényezőt Clausius nyomán nevezzük a rendszer entrópia-változásának reverzibilis folyamat esetén:

$$dU - pdV = T \cdot dS \; . \tag{31}$$

Az első főtétel (29) alakjával való összevetésből következik, hogy:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \tag{32}$$

A definíció jelentését egyszerű példákon keresztül szemléltethetjük, mint például alacsony hőmérsékletű rendszerrel közölt hő *dS-re,* és ugyanazon rendszer magas hőmérsékletén közölt azonos mennyiségű hő dS-re gyakorolt hatását, azaz annak rendezetlenségének változását. A (31) egyenletet nevezik a rendszer belsőenergiára vonatkozó fundamentális egyenletének is, ami már csak állapotjelző mennyiségek megváltozását tartalmazza. A (31) egyenletet átrendezve kapjuk az entrópiára vonatkozó fundamentális egyenletet:

$$dS = \left(\frac{p}{T}\right)dV + \frac{1}{T}dU \tag{33}$$

Matematikai alapok

Mivel a csoport tagjai ismerték az egyváltozós függvények egyszerűbb deriválási és integrálási szabályait, ezért „csak” a kétváltozós függvények differenciálásával kellett megismerkedniük. Ehhez célszerű életből vett példát használni: mi befolyásolja a manapság gyártott, csökkentett energiatartalmú gyümölcsitalok édességét? A válasz természetesen a cukor és édesítőszer (pl. szacharin), amit a gyümölcsléhez adagolnak. De milyen mértékben befolyásolják ezek az édességet? Ne feledjük, hogy a két szer különböző mértékű édesség-változást eredményez. A teljes ΔÉ édesség-változást kis mennyiségű cukor és édesítőszer hozzáadásakor így írhatjuk fel:

ΔÉ: édesség vált.= (c. okozta édesedés)*(c. mennyisége)+(szach. okozta édesedés)*(sz. mennyis.), vagyis matematikailag megfogalmazva:

$$d\acute{E} = \left(\frac{\partial \acute{E}_c}{\partial c}\right)\cdot dc + \left(\frac{\partial \acute{E}_{sz}}{\partial sz}\right)\cdot dsz \tag{34}$$

Ezzel a ∂ szimbólum jelentését sikerült egyszerűen szemléltetni. Fontos hangsúlyozni a (33) és (34) közötti formai hasonlóságot – miszerint mindkettő egy kétváltozós függvény változását írja le! A másik fontos matematikai kiegészítés a középiskolai ismeretekhez a második deriváltak egyenlősége folytonos függvények esetén:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} \tag{35}$$

Ezen összefüggést konkrét példákon keresztül látjuk be, mint például: $f(x,y)=y\cdot \cos(x)$. Ezzel az amúgy elég feszes első óra véget is ért, így gyakorló házi feladatokat adhatunk többváltozós függvényekhez, illetve az entrópiára vonatkozó gondolkodtató kérdéseket – az informatika, biológia, csillagászat témaköréből.

A Stefan—Botlzmann törvény

A második órára valójában már csak az ismeretek összerendezése és felhasználása van hátra. Ezek közül a legfontosabbakat vegyük számba:

1. A hőmérsékleti sugárzás esetén az energia a kísérleti tapasztalat szerint arányos a térfogattal:

$$U = U(u,V) = u \cdot V, \tag{36}$$

ahol $u = u(T)$, és T a sugárzó test „falának” hőmérséklete, V pedig a vizsgált térrész térfogata.
2. A szorzat függvény deriválására vonatkozó szabály:

$$dU = du \cdot V + u \cdot dV \tag{37}$$

3. Ennek alapján (33) egyenlet dU tagját átírhatjuk u és V függvényként:

$$\left(\frac{p}{T}\right)dV + \frac{1}{T}dU = dS = \left(\frac{p}{T}\right)dV + \left(\frac{V}{T}\right)du + \left(\frac{u}{T}\right)dV \tag{38}$$

4. Felhasználva a nyomás és az energiasűrűség közötti (28) összefüggést, (38)-ből kapjuk az alábbi összefüggést:

$$dS = \frac{4}{3} \cdot \frac{u}{T} dV + \frac{V}{T} du \tag{39}$$

5. Észrevéve a (39) és (34) közötti formai hasonlóságot, írhatjuk, hogy:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_u = \frac{4}{3} \cdot \frac{u}{T} \tag{40}$$

és

$$\left(\frac{\partial S}{\partial u}\right)_V = \frac{V}{T} \tag{41}$$

6. A kétváltozós függvények második deriváltjainak egyenlőségét alkalmazva:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial u \partial V} = \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial u} \tag{42}$$

azaz:

$$\frac{\partial\left(\frac{V}{T}\right)}{\partial V} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\partial\left(\frac{u}{T}\right)}{\partial u} \tag{43}$$

.

7. Mivel a (43) egyenlet bal oldalán a hőmérséklet független a térfogattól, hiszen $u = u(T)$ összefüggésben V már nem szerepel, ezért a bal oldal értéke a konstans deriválási szabálya miatt egyszerűen $1/T$-vel egyenlő. A jobboldalon levő kifejezés pedig a diákok által ismert hányados-szabály segítségével bontható ki – hiszen $T = T(u)$:

$$\frac{1}{T} = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial u} \frac{1}{T} - u \frac{\partial T}{\partial u} \right) \cdot \frac{1}{T^2} \quad . \tag{44}$$

8. Mivel $\partial u / \partial u = 1$, így az egyenletet átrendezve és ∂-t d-re cserélve, hiszen már csak u a változónk:

$$\frac{1}{u} du = 4 \cdot \frac{1}{T} dT \quad . \tag{45}$$

9. A (45) differenciálegyenletet könnyű megoldani, mivel az egyenlőségjel két oldalán csak u-tól, illetve T-től függő kifejezések találhatók, tehát külön-külön integrálhatjuk ezeket a kifejezéseket:

$$\int \frac{1}{u} du = \int 4 \cdot \frac{1}{T} dT \tag{46}$$

Mivel tudjuk, hogy $\int(1/x)dx=\ln|x|+C$, ahol C az integrálási konstans, illetve u, T pozitív értékek, azt kapjuk, hogy:

$$\ln u = 4 \ln T + \ln C^* \tag{47}$$

ahol az integrálási konstanst logaritmusos alakban írtuk – $lnC^* = C$ -, hogy exponencializálás után elegánsabb alakban kapjuk meg a Stefan—Boltzmann törvényt:

$$u = C^* \cdot T^4 \quad . \tag{48}$$

Ezzel vége a kétszer kb. 60 perces extra órának. De vajon milyen eredményeket várhatunk e két órától?

Eredmények

Az első, és legfontosabb eredmény az volt, hogy diákjaimmal klasszikus fizikai módszereket használva levezettünk egy olyan összefüggést, ami igazából a kvantumfizikához tartozik. A megoldás hátterében természetesen az áll, hogy a C^* tartalmazza a h-t, így a hatvány (T^4) levezetésében nem jelenik meg az energia kvantáltsága. Követtük a fizika tudománytörténeti menetét, így még jobban értékelhetjük Stefan és Boltzmann munkásságát. Nem elhanyagolható eredménynek tekinthető a korábban megszerzett fizikai ismeretek – mint például az energiák, vagy a hőtan első főtétele - ismétlése, azok új nézőpontból való felelevenítése, vizsgálata. A meglévő matematikai ismereteket (deriválás és integrálszámítás) is gyakoroltuk, sőt ami még fontosabb, megmutattuk ezek egy valódi fizikai felhasználását is! Emellett persze új fizikai ismeretekre is szert tettek a diákok. Bár az entrópiáról hallottak már, azt gondolom, hogy a mostani nézőpont új szintre emelte ismereteiket. Remélhetőleg mindebből előnyük is származik az egyetemi tanulmányaik során, például azáltal, hogy a kétváltozós függvényeket megismerését előkészítettem diákjaimnak, vagy éppen az egyetemről visszatérő egykori diákjainknak segíthettem az egyetemen el nem mondott – természetesnek vett – ismeretek tisztázásában. Természetesen az egyetemi BSc képzésben is helye lehet az általam bemutatott gondolatmenet alkalmazásának, hiszen sok absztrakt fogalmat és jelölést tehet kézzelfoghatóbbá a hallgatók számára!

4. Fokozatosan finomodó modellalkotás a földi üvegházhatás megismeréséhez.

Azt a tényt, hogy klimatikus változások mennek végbe a Földön, egyre kevesebben vitatják. Hogy a folyamatok természetes eredetűek, vagy az emberi tevékenység következtében alakultak ki, már nem egyértelmű a klímakutatók számára sem. Középiskolás módszerekkel persze mi sem tudunk a kérdésre választ találni, viszont a légkör egyik alapvető funkciójáról, az üvegházhatásról, melyről diákjaink több helyütt is hallhattak már, sikerrel alkothatunk az átlagosnál pontosabb és részletesebb képet a gimnazista diákok körében is. Diákjaimmal egy lehetséges megismerési folyamatot egyre finomodó modellekkel hajtottunk végre. Az egész modellrendszert a feketetest sugárzásra alapoztuk, amelynek ismerete később is hasznos lehet a diákoknak. Bár a projektben felhasznált modellek természetesen korábban már sokszor és sokhelyütt megjelentek, mégis remélem, hogy az általam bemutatott, sok irányba kitekintő s fokozatosan finomodó tárgyalásmód új perspektívákat nyújt a téma középiskolai bemutatásához.

Bevezetés

A fejezetben bemutatott projektet egy németországi gimnázium, a hallei Georg-Cantor-Gymnasium 10. évfolyamának két, fizika terén elég heterogén osztályában hajtottuk végre az osztályok csillagászat tanárával. A témához kapcsolódó különösebb előismeretekre nem volt szükségük a diákoknak. A számítások során az egyik fontos eszközünk, az energia-megmaradás elve természetesen a legtöbb diák számára ismert fogalom. A napállandóval is többen találkoztak már a diákok közül, a napelemek kapcsán akár a hétköznapi életből is. A diákok esetleg hiányzó ismeretei, az első pár órában könnyen pótolhatók. Ilyen lehet pl. a Földet elérő sugárzás, annak feketetest-sugárzással való közelítése, vagy a Wien-féle eltolódási törvény.

Célok megfogalmazása, motiváció

Alapvető cél annak a megértése, hogy milyen folyamatok eredményeképp áll be a Föld hőmérséklete egy adott értékre. Nulladik modellezési lehetőségként elhagyjuk a Föld légkörét, és csak az energia-megmaradást használjuk a bolygó hőmérsékletének kiszámításához. Első igazi modellünkben az atmoszférára, mint egy üvegházra gondolunk, amely a Földdel és a világűrrel termikus egyensúlyban van. A modell további finomításának irányába is teszünk lépéseket. Modellünket végül kiterjeszthetjük más bolygókra is.

Emellett érdekes cél lehet a napenergia-felhasználás jobb megismerése. Például mely tényezők befolyásolják a hasznosítható napenergia értékét? Azt hinné az ember, hogy az európai napenergia-felhasználás egyik legaktívabb országában ezekkel a kérdésekkel gyakran találkoznak az emberek és köztük a hallei diákjaim is. A gyakorlat persze mást mutatott, így érdemesnek tűnt ezen sok millió eurós üzletág fizikai alapjait is megvizsgálni.

Minden függvénytáblában szerepel például a Nap, a Föld és egyéb csillagok és bolygók felszíni hőmérséklete. A közvetlen mérés természetesen sokszor lehetetlen, még akár a Föld esetében is. De vajon honnan tudjuk ezeket az adatokat? S vajon honnan tudják a tudósok különböző bolygókról, hogy az életre alkalmasak-e?

Ezen megvizsgálandó területek mindegyikét érdemes lehet megemlíteni, és az adott csoport érdeklődésétől és tudásszintjétől függően helyezzük el a hangsúlyokat. Mindezen szempontokat figyelembe véve, a lentebb bemutatott gondolatmenet alapján dolgoztam hallei diákjaimmal, folyamatosan alkalmazkodva a menet közben felmerült reakciókhoz, kérdésekhez.

Feketetest-sugárzás, napsugárzás

A témák vázolása után elengedhetetlen megismerkedni a már fentebb említett feketetest-sugárzással és a Wien-féle eltolódási törvénnyel.

A feketetest-sugárzás egy idealizált testnek – az abszolút fekete testnek – a sugárzása, így idealizált elméleti alapot ad az anyag és a sugárzás kapcsolatának vizsgálatához. Feketetest ideális formában sohasem fordul elő a természetben, de számos csillagászati objektum megközelítőleg feketetest.

Az ide vonatkozó ismereteket – a diákcsoporttól függően – közölhetjük csupán egy képlet, a Stefan–Boltzmann-törvény formájában:

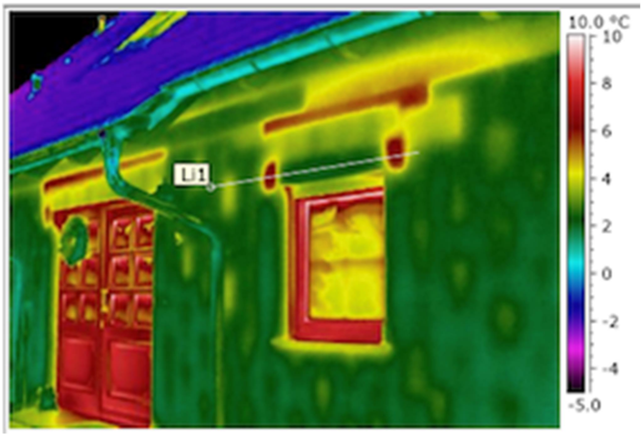
$$P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \tag{49}$$

ahol P a feketetest sugárzásának teljesítménye, σ (értéke: $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \mathrm{W/m^2K^4}$) a Stefan-Boltzmann-állandó, A a sugárzási felület és T a sugárzó test hőmérséklete. Ha azonban a csoportunk felkészültsége megengedi, a Stefan-Boltzmann törvényt le is vezethetjük dimenzióanalízis segítségével [1,6,10].

Másik fontos ismeret, amellyel a diákok még nem rendelkeztek, a Wien-féle eltolódási törvény. A Wien-féle eltolódási törvény egyszerű empirikus összefüggés az adott test hőmérséklete és az általa kisugárzott elektromágneses sugárzás legintenzívebb sugárzásának hullámhossza között:

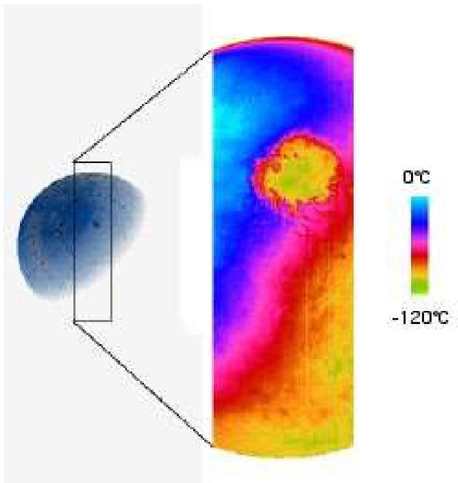
$$\lambda_{max} \cdot T = 2{,}8978 \cdot 10^{-3}\ m \cdot K \tag{50}$$

A törvény alapján akár egy nagyon távoli test hőmérsékletét is könnyen megállapíthatjuk, a test fényének elemzésével. (17. és 18. ábra).



17. ábra Épületrész hőtérképe.

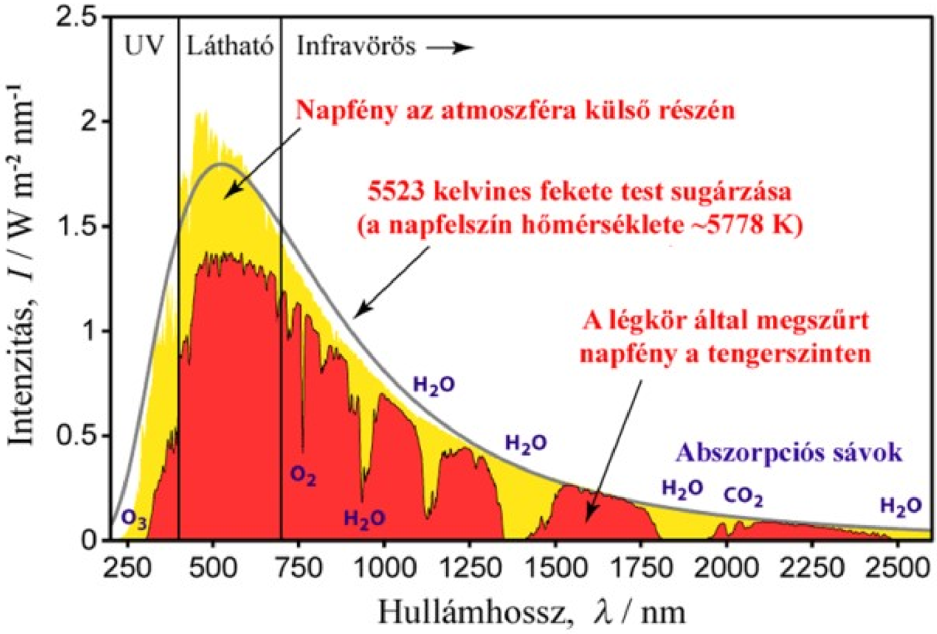
Forrás: http://www.bau-sv.de/thermographie-verfahren-und-messprinzip/



18. ábra Égitest hőtérképe.

Forrás: http://faculty.ung.edu/jjones/astr1010home/Marsimages.htm

A Stefan- Boltzmann-törvény és a Wien-féle eltolódási törvény megismerése után megvizsgáltuk a Nap sugárzását, összehasonlítva egy feketetest sugárzásával. A 19. ábrán is látszik, hogy a légkörnek fontos szerepe van ezen egyszerű mérés eredményében. Mindemellett a Nap felszíni hőmérsékletét könnyen megbecsülhettük, s természetesen ezzel azonos módon ismerhetjük meg bármely más csillag felszíni hőmérsékletét is.



19. ábra Nap sugárzási spektruma és a feketetest-sugárzás

Forrás: http://www.builditsolar.com/Experimental/SunSim/SunSim.htm

.

Az ábráról leolvasott maximális intenzitású sugárzás hullámhossza nagyjából 500 nm. Ennek alapján és a (50) Wien-féle eltolódási törvény szerint a Nap felszíni hőmérséklete nagyjából 5795 K. A 19. ábrán az is jól látszik, hogy a Nap nem egy tökéletes feketetest. Az eltérés okára is érdemes pár percet szánni.

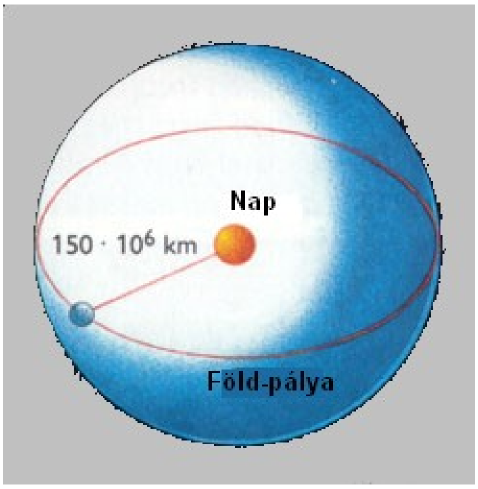
Az új ismeretek birtokában diákjaink önállóan is végezhetnek otthoni kutatómunkát. Például végezzenek becslést házi feladat gyanánt: gyűjtsék össze a diákok azokat a tényezőket, amik a napsugárzás földfelszínen mérhető értékét meghatározzák, és ennek alapján becsüljék meg mekkora maximális és mekkora átlagos teljesítményt lehet elérni napelemekkel Németországban vagy éppen Magyarországon.

Napelemek és a Nap adatai

A házi feladat megoldásánál a diákok közül a legtöbben nagyjából helyes megfontolásokat használtak. Néhányan pontosan gondolták végig a jelenséget: a légkör a beérkező sugárzásnak egy részét még tiszta időben is visszaveri, illetve elnyeli.

Európában a napsugarak felszínhez mért beesési szögének hatásával is nagyjából 50%-os értéken számolhatunk. Mivel azonban az ég ritkán teljesen felhőmentes, ezért úgy számolhatunk, hogy a felhők az átlagos teljesítményt 50%-kal csökkentik. Az átlagos teljesítményhez természetesen a nappal-éjszaka periódussal is számolnunk kell, ezt a hatást is 50%-kal vehetjük figyelembe. Ezek után már csak a hagyományos napelemek hatásfokára kell tekintettel lennünk, ami az interneten fellelhető adatok szerint 10-20%-nak vehető. Ez összességében azt jelenti, hogy a sugárzás 1-2%-át hasznosíthatjuk a jelenlegi szinten, és csupán néhány százalékkal több a maximális teljesítmény hatásfoka [11]. Már csak az a kérdés, mit jelent ez a pár százalék wattban kifejezve.

A házi feladat kapcsán több diáknál felvetődött a Föld albedójának esetleges hatása, ezért órán megbeszéltük, definiáltuk a Föld albedóját: $a_F=30\%$, amely a földfelszín által visszavert sugárzás és a Napból beérkező sugárzás hányadosa. Későbbi számításainkhoz hasznos az $\underline{a}_F=70\%$ is, amely a felszín által elnyelt sugárzás és Napból beérkező sugárzás arányát adja meg. A feketetest-sugárzásra vonatkozó Stefan-Boltzmann-törvénnyel a Nap sugárzási teljesítménye meghatározható. A szükséges adatok: a már korábban meghatározott Nap-felszíni hőmérséklete: $T = 5795\ K$ és a σ Stefan-Boltzmann állandó értéke. A Nap felszíne, illetve a Nap sugara $R = 6{,}96 \cdot 10^{8}\ m$ alapján a Nap sugárzási teljesítménye: $P = 3{,}89 \cdot 10^{26} W$.



20. ábra: A Nap által besugárzott felület a Föld pályájánál

Forrás: http://www.fakko.de/school/sonne/solarkonstante_c.htm

A Földet elérő sugárzás a Nap kisugárzott teljesítményének töredéke. Kiszámításához a Föld keringési pályája által meghatározott gömbfelületet kell venni (20. ábra). Ezen a gömbfelületen keresztül a Nap teljes teljesítménye kisugárzódik, és azt kell vizsgálni, hogy ennek a képzeletbeli felületen négyzetméterenként mekkora sugárzás jut keresztül. Hiszen ahhoz, hogy egy napelem várható teljesítményét meghatározhassuk, erre a felületegységenkénti sugárzásteljesítményre van szükségünk.

A Földet négyzetméterenként érő sugárzást az átlagos Nap-Föld távolság segítségével határozzuk meg: $R_{NF}=1{,}5\cdot 10^{8} km$, amelyből a keresett négyzetméterenkénti sugárzási teljesítmény:

$$P/A = c_N = 1375\ W/m^2. \tag{51}$$

a c_N az ún. napállandó, amely a Földet érő sugárzás elméleti maximális értéke. Ebből következik a válasz a házi feladatban feltett kérdésre: egy közép-európai napelem átlagosan 14 – 28 W/m² teljesítmény leadására képes. Az eredmény meglepte a hagyományosan erősen napenergia párti német fiatalokat.

Újabb házi feladatként azt kapták a diákok, hogy becsüljék meg egy ember átlagos sugárzási teljesítményét, ha az emberi test átlagos felszíni hőmérséklete 31 °C, és az emberi test átlagos felszíne 1,5 m². Alkalmazzák azt a közelítést, hogy az ember feketetestnek vehető.

Az emberi test teljesítménye

A házi feladat eredményeit egyeztetve az emberi test sugárzási teljesítményére $P_{ember}=A\cdot\sigma\cdot T_{ember}^{4} = 726\ W$ adódott. Ez a sugárzás napi 62760 kJ energiát jelent (14 940 kcal). amely jóval több a köztudatban levő 1000-2000 kcal-ás napi energia-beviteli szükségletnél. Az eltérés oka: az emberi test nem 0 K hőmérsékletű környezetben van, így a környezetétől származó hőt energia nyereségnek kell tekinteni. Ha feltételezzük, hogy az ember átlagosan 20 °C hőmérsékletű környezetben érzi magát a legjobban, akkor őt a környezetéből átlagosan napi

$$E_{környezet} = P_{környzet} \cdot t_{egy\ nap} = A\cdot\sigma\cdot T^{4}_{környezet} \cdot t_{egy\ nap} \approx 12900\ kcal \tag{52}$$

energiájú sugárzás éri. A leadott és a felvett energiák közti különbség így átlagosan 2040 kcal értéket ad, amely tényleg egy átlagos felnőtt ember napi energia igénye. Persze itt a ruházat adta hőháztartási hatást, valamint a mindennapi tevékenységhez szükséges energiát elhanyagoltuk.

Ezzel az egyszerű számolással betekinthettünk kicsit a biológia világába is. A számítások természetesen elő voltak készítve, így nem a számoláson, hanem a közös gondolkozáson volt a hangsúly.

A Föld felszíni hőmérséklete

Ezen kitérő után újra visszakanyarodhatunk a csillagászat felé. A következő feladat a Föld átlagos felszíni hőmérsékletének meghatározása volt. A feladat érdekességét bemutatandó pár szóban utaltam arra, hogy – számos kutatás szerint – más bolygók esetében a legfontosabb kritérium az élet létrejöttéhez a megfelelő hőmérséklet (nem túl hideg és nem túl meleg: folyékony vízhez megfelelő hőmérséklet). A – megfelelő – felszíni hőmérséklet más bolygóknál is jól meghatározható, de vajon hogyan?

A megoldás egy egyszerű energia, illetve teljesítmény-mérleg elemzése [12] a Földet érő bejövő és elhagyó sugárzásról. Mivel a Föld átlagos hőmérséklete jó közelítéssel állandónak vehető, ezért a beérkezett és a kisugárzott teljesítmény értéke nyilván egyenlő:

$$P_{be} = P_{ki}. \tag{53}$$

Az albedó fogalmával már korábban megismerkedtek a diákok, így ezt is belevehettük a számításainkba. Gondoljuk végig, milyen tényezők határozzák meg a beérkező sugárzás értékét. Ezek a napállandó c_N, a Föld albedójából származó $\underline{a}_F$, illetve a besugárzott felület nagysága. A légkör hatását – az $\underline{a}_F$ értéken keresztül – csak annyiban vesszük figyelembe, hogy bizonyos mértékben árnyékolja a Napból érkező sugárzást. Mivel a c_N napállandó csak a felületre merőleges sugárzás értékét adja meg, ezért a besugárzott felület a Föld sugárzásra merőleges, vagy más szóval normális felületét $A_n=\pi\cdot R^2_F$ jelenti, ahol R_F a Föld átlagos sugara. Ezekből a beérkező teljesítmény értéke:

$$P_{be} = c_N\cdot A_n\cdot \underline{a}_F \tag{54}$$

A továbbiakban a beérkező teljesítményt, N-nel, mint a Nap által a Föld felszínét melegítő sugárzási teljesítményt használjuk: $N=c_N\cdot A_n\cdot \underline{a}_F$

Másfelől a Föld által kisugárzott teljesítmény csak a Föld felszíni hőmérsékletétől T_F és teljes felszínétől $A_F=4\cdot R^2_F\cdot\pi$ függ, ahol R_F a Föld sugara. A Föld felszíni ε emissziós tényezője 0,96-0,995 érték között van [13,14], ezért a Föld sugárzását ebben és a későbbi modellekben egyaránt jó közelítéssel feketetest sugárzásnak vehetjük. Így a kisugárzott energia a következő összefüggéssel számítható:

$$P_{ki} = A_F\cdot\sigma\cdot T^4_F \tag{55}$$

A Föld felszíne által kisugárzott teljesítményt a továbbiakban F-fel jelöljük: $F = A_F\cdot\sigma\cdot T^4_F$.
Ebben az első, legegyszerűbb modellünkben a $P_{be} = P_{ki}$ egyenlet az alábbi módon fogalmazható meg:

$$N = F \tag{56}$$

$$c_N\cdot A_n\cdot \underline{a}_F = A_F\cdot\sigma\cdot T^4_F \tag{57}$$

Felhasználva, hogy $\underline{a}_F = 0,7$

$$c_N\cdot 0,7 = 4\cdot\sigma\cdot T^4_F \tag{58}$$

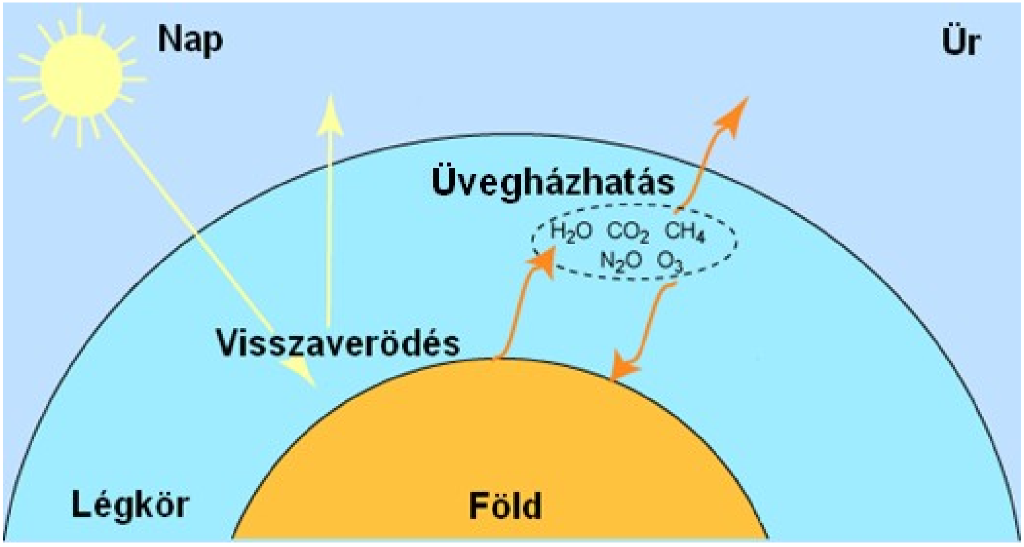
(58)-t T_F-re átrendezve kapjuk:

$$T_F = \sqrt[4]{\frac{c_N\cdot 0,7}{4\cdot\sigma}} = 255K = -18°C \tag{59}$$

A fenti egyszerű modellünkből kiindulva, ahol a Föld légkörének hatását teljesen figyelmen kívül hagytuk, a Föld felszíni átlagos hőmérsékletére -18 °C-os értéket kaptunk. Az eredmény természetesen nem egyezik a tapasztalatainkkal, hiszen ilyen átlagos hőmérséklettel a felszíni vizek nagy része az év jelentős szakaszában fagyott állapotban lenne.
Az eddigi modell egyszerűnek tűnik, de egy fontos tényezővel, a légkörrel nem számol.

A légkör hatása

Vajon a légkör hatása milyen módon vehető figyelembe? Finomítsunk modellünkön. Itt érünk el egyik fő célkitűzésünkhöz, a légkör hatásainak modellezéséhez. A következő modellünk azonban, a modellek fokozatos fejlődésének elvét betartva, nem lesz túl bonyolult, amennyiben a légkörre, mint egy egyszerű üvegházszerű képződményre gondolunk. A légkör a modellünkben a Nap felől beérkező, javarészt rövidhullámú sugárzást egyszerűen átengedi, míg a Föld a felszínt elérő sugárzás egy részét (a_F =*30%*) visszaveri, s a felszínre beérkező sugárzás jelentősebb részét (*1-* a_F = $\underline{a}_F$ = *70%*) elnyeli. A visszavert sugárzás sem a Földet, sem a légkört nem melegíti, egyszerűen távozik az űrbe, hiszen azt a légkör folyamatosan átengedi.



21. ábra. Egyszerű üvegház modell

Forrás: http://bildungsserver.hamburg.de/atmosphaere-und-treibhauseffekt/2069648/treibhauseffekt-natuerlich-artikel.html

A Föld saját hőmérsékletéből fakadó, javarészt hosszú hullámhosszúságú sugárzás egy részét azonban a légkör visszaveri, másik részét az űr felé továbbengedi. Az egyszerűség kedvéért feltehetjük, hogy a Föld felől érkező sugárzás fele-fele arányban lesz a légkörről visszaverve – visszasugározva –, illetve továbbengedve az űr felé – illetve oda kisugározva.

Az imént vázolt képet a Földre felírható teljesítmény-mérleggel fogalmazhatjuk meg, amihez a korábbi jelöléseket – *N* és *F* – a következőképp egészítjük ki:

L: A légkör által kisugárzott energia, amely ebben a modellben a Föld felszíni sugárzásából származik, ezért számértékileg: *L=F.* Ez a sugárzás két irányba, részben a Föld, részben a világűr felé szimmetrikusan történik, ezért feltéve, hogy ezen sugárzás 50%-a irányul a Föld felé, a felírható $P_{be} = P_{ki}$ teljesítmény-mérleg:

$$N + L \cdot 0{,}5 = F\,, \tag{60}$$

azaz:

$$N + F \cdot 0{,}5 = F, \tag{61}$$

és így:

$$c_N \cdot A_n \cdot 0{,}7 = 0{,}5 \cdot A_F \cdot \sigma \cdot T^4_F \ . \tag{62}$$

Ebből:

$$T_F = \sqrt[4]{\frac{c_N \cdot 0{,}7}{2 \cdot \sigma}} = 303{,}5K \approx 30{,}4°C \ . \tag{63}$$

Az eredmény természetesen még mindig nem adja vissza a valóságot, de már közelebb kerültünk a valódi értékhez.

Egy összetettebb modell

A valósághoz közelebb, modellünk további finomításával jutunk. A korábbiakban a légkör egyetlen fizikai tulajdonságával sem foglalkoztunk, mint például tömeg, hőmérséklet stb. Mivel azonban a légkör rendelkezik az előbb említett tulajdonságokkal, ezért pontosabb eredményt kapunk, ha a légkörre, mint egy a Földdel és az űrrel termikus egyensúlyban levő rendszerre gondolunk. Ez esetben, a Napból érkező sugárzás egy részét már a felhők és a légkör visszaveri, illetve elnyeli. Ezen értékeket mérésekkel jól meg lehet határozni, a fellelhető irodalmi adatok szerint, a Napból érkező sugárzás kb. 50%-t a Föld, míg kb. 20%-t a légkör nyeli el – így kb. 30% verődik tehát vissza [12]. Vezessük ezért be ezen modellünkhöz a következőket:

– $\check{N}_F$: a Nap által a Föld felszínét melegítő sugárzási teljesítménye: $\check{N}_F = c_N \cdot A_n \cdot 0{,}5$

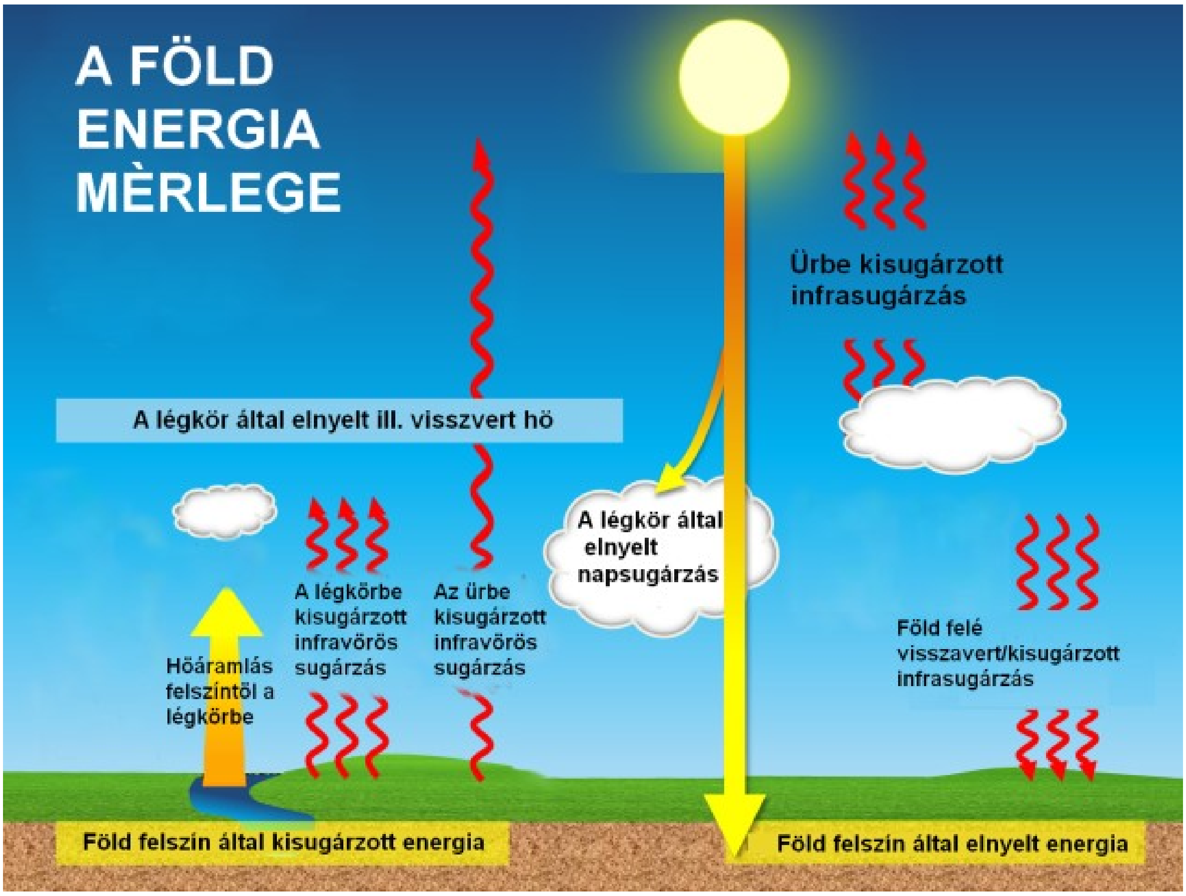
– $\check{N}_L$: a Nap által a légkört melegítő sugárzási teljesítménye: $\check{N}_F = c_N \cdot A_n \cdot 0{,}20$.

Mivel a légkör ebben a modellben már saját tömeggel és hőmérséklettel rendelkező rendszer, van saját hőmérsékleti sugárzása is. Ennek a sugárzási teljesítménynek a jelölésére az L jelölést használjuk, melyet – ebben a modellben – az alábbi módon számolhatunk:

$$L = A_{légkör} \cdot \sigma \cdot T^4_{légkör} \quad , \tag{64}$$

ahol az $A_{légkör}$ légkör „felszínét” a Föld felszínének kétszeresével közelíthetjük, hiszen az két irányba sugároz, $T_{légkör}$ pedig a légkör hőmérsékletet jelenti a felső rétegekben. Természetesen továbbra is feltehetjük, hogy a légkör sugárzásának a felét a Föld, másik felét az űr felé adja.

A fizikai modellezés szempontjából fontos, bár az eredményt nem túlságosan jelentősen befolyásoló tényező még a két különböző hőmérsékletű rendszer közötti áramlási hő. Ez egy a sugárzásoktól mentes, elsősorban a Föld felszínen felmelegedett levegő által a légkörbe szállított energiaátadási folyamat. Ennek a hőáramlási teljesítménynek az értéke a mérések szerint átlagosan $j=17W/m^2$, amely a Föld felszíni hőmérsékletét természetesen csökkenti, a légkörét pedig növeli. A Földön vett teljes hőáramlási teljesítmény: $J = j \cdot A_F$.



22. ábra: Komplex üvegház modell

Forrás: http://www.ces.fau.edu/nasa/module-2/earth-energy-balance.php

A modellünk folyamatos fejlődése érdekében az áramlási hőteljesítményt csak később vesszük számításba. A Föld által közvetlenül az űrbe kisugárzott energiát ebben a modellben elhanyagoljuk. Az itt leírt modellnek megfelelő $P_{be}=P_{ki}$ teljesítmény-mérleg a Földre (65) és a légkörre (66):

$$\check{N}_F + L \cdot 0,5 = F \tag{65}$$

$$\check{N}_L + F = L \tag{66}$$

A (65) és (66) egyenletekből:

$$\check{N}_F + \check{N}_L \cdot 0,5 = F \cdot 0,5 \tag{67}$$

A (66) és (67) egyenletekben már csak a T_F és $T_{légkör}$ ismeretlenek. Az egyenleteket megoldva $T_F = 292,1K = 18,95\ °C$, és $T_{légkör} = 255,28\ K = -17,87\ °C$ adódik, amelyekből a Föld felszíni hőmérsékletére már nagyjából a valóságnak megfelelő értékeket kapunk. Ez az érték Föld felszíni hőmérsékletére már van annyira pontos, hogy a modell fejlesztésében esetleges időhiányra hivatkozva már meg is állhatnánk. A valós értéktől való eltérést röviden a hőtranszport kvalitatív említésével magyarázhatjuk. Ha azonban lehetőségünk van a további, pontosabb modellezésre, akkor egészen pontos értéket kaphatunk a Föld felszíni hőmérsékletére!

Az előző modellünkben elhanyagolt hőáramlási teljesítményt nem nehéz beépíteni a számításainkba. A (65) és (66) egyenleteket csupán J értékével kell kiegészíteni, a Föld (68) esetében a kisugárzott, míg a légkör (69) esetében a felvett teljesítmény oldalán:

$$\check{N}_F+L\cdot 0,5=F+J \tag{68}$$

$$\check{N}_L+F+J=L \tag{69}$$

(68) és (69) egyenleteket T_F *és* $T_{légkör}$ -re megoldva a Föld felszíni hőmérsékletére $T_{Föld} = 289K = 15,85\ °C$ és $T_{légkör} = 255,24\ K = -17,91\ °C$ adódik. Az így kapott eredmények már nagyon jó közelítéssel a valóságnak megfelelő értékek, (a Föld mért átlagos hőmérséklete $T_{Föld} \approx 15\ °C$). A légkör átlagos hőmérsékletét persze nehéz meghatározni, hiszen az erősen függ a magasságtól, és sűrűségtől [15].

Más bolygók vizsgálata: A Mars

Egy másik érdekes feladat lehet egy jól ismert bolygó, például a Mars felszíni hőmérsékletének becslése. Modellválasztásunknál gyorsan felvetődik, hogy milyen tulajdonságú légkörrel érdemes számolni. Figyelembe véve a Mars viszonylag kis tömegét és gyenge mágneses mezejét, adódik a gondolat, hogy első közelítésben hagyjuk el a Mars légkörének hatásait, és számoljunk a (53), (54) és (55) egyenletek Marsra lefordított alakjával:

$$P_{be} = c_{N,M} \cdot A_n \cdot \underline{a}_{Mars} \tag{70}$$

$$P_{ki} = A_{Mars} \cdot \sigma \cdot T^4_M \tag{71}$$

Ahol $c_{N,M}$ a marsi napállandó: 595,48W/m², amelyet a diákokkal érdemes kiszámoltatni, a_{Mars} a marsi elnyelt sugárzási arány: 75%, A_n a Mars keresztmetszete vagy normális felülete, A_{Mars} pedig a Mars felszíne. A földi minta alapján a Mars emissziós tényezőjét is 1 közelinek vesszük. Az egyenlet két oldalát egyszerűsítve és megoldva: $T_M = 210K$ értéket kapunk. Az irodalmi $T_M = 218\ K$-től való eltérés oka nyilvánvalóan az általunk teljesen elhanyagolt légkör hatásainak tudható be, bár az eltérés nem jelentős. Az itt felhasznált eljárást persze más bolygókra is alkalmazhatjuk, ha például életet keresünk egy távoli bolygón.

Összefoglalás

Egyre finomodó modellek alkalmazása segítségével interdiszciplináris kérdéseket – feketetest-sugárzás, energetika, biológia, csillagászat és környezetfizika – is érintő témákkal foglalkoztam csupán az energia-megmaradás törvényét alkalmazva. Kellemes felüdülés lehet a diákoknak és a tanároknak egyaránt, ha az energia-megmaradás törvényét nem mindig az unalomig ismételt feladatokban, illetve problémákban használjuk fel. Mindemellett egyértelműen látszik, hogy a hőmérsékleti sugárzásból kiindulva mennyi érdekes és sokrétű témába nyerhetünk betekintést, kaphatunk ízelítőt.

A diákok már meglévő és általam ismert tudásszintjének és alapvető érdeklődésének megfelelően sikerült szinte játékosan, egy a Sachsen-Anhalt tartomány csillagászat és fizika alaptantervétől eltérő, azokhoz mégis erősen kapcsolódó témakört megvizsgálnunk. A téma megismerésén keresztül diákjaim azonban nem csak egyes, éppen aktuális tudományos kutatások alapjaival ismerkedhetnek meg, hanem e kérdéskörön keresztül érzékeltethettem középiskolás diákokkal a tudományos kutatás alapját képező modellalkotás lényegét. Az általam alkalmazott módszer különleges erénye talán, hogy a saját, magyarországi tapasztalataimtól sok szempontból erősen eltérő környezetben is könnyen sikerült a diákok együttműködését és eredményes munkáját elérnem.

5. Nyílt végű feladatok konkrét oktatási alkalmazása

Az összetettebb nyílt végű, azaz jól ismert, konkrét végeredménnyel nem rendelkező problémák és feladatok nem kifejezetten alkalmasak alapórai feldolgozásra. Ennek oka természetesen a feladatok időigényessége, illetve az, hogy a tanártól is sokszor komoly kutatómunkát igényel. Az ebben a fejezetben bemutatott jelenségek közül ráadásul, a „Hideg lufi” nevű probléma például különleges, nehezen elérhető eszköz – infrakamera – alkalmazását is megkövetelte. Mindemellett, vagy talán éppen ezért, a különlegesen „megterhelő” munka, különlegesen értékes nyereséggel kecsegteti a nyílt végű problémák okán kutató diákokat és tanárokat egyaránt.
A továbbiakban szeretnék ízelítőt adni két, az IYPT (Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye) feladatai közül diákjaimmal közösen készített megoldásaiból. Dolgozatom ezen részében a hangsúly természetesen a fizikatanításban hasznos gondolatokat kiemelve szeretném bemutatni a nyílt végű problémák középiskolai feldolgozásának előnyeit. Fontos hangsúlyozni, hogy a következő fejezetek az IYPT -n résztvevő diákokkal való közös munkában születtek!

Anyagvizsgálati modell hőtani fogalmak jobb megértéséhez: a „Hideg lufi”.

Bevezetés

A „Hideg lufi” nevű 2014-es IYPT probléma kérdése az volt, hogy mi történik egy felfújt lufival, amikor hirtelen kiengedjük belőle a levegőt? Mérés nélkül is tapasztalhatjuk, hogy a lufi felülete lehűl. De pontosan mitől? Egyfelől erre a kérdésre próbálunk választ adni ebben a fejezetben. Ami azonban talán ennél fontosabb és hasznosabb, a konkrét kérdésre adott válaszon keresztül szeretném bemutatni a vizsgált probléma általános fizikatanításbeli előnyeit.
A felfújt lufiban a normál légkörinél magasabb a nyomás. Miközben a levegő kiszökik a lufiból, a távozó levegő nyomása csökken, térfogata pedig nő. A folyamat gyors, ezért nincs, vagy csak csekély a hőcsere a környezettel, így azt adiabatikusnak tekinthetjük.
A nagyobb nyomású edényből hirtelen kiszökő gázok jelentősen lehűlnek, például egy dezodorból kiáramló gáz könnyen akár 40 *°C* -ot is hűlhet! A gáz kiáramlásakor adiabatikus közelítésben a kezdeti T_1 és végállapoti T_2 hőmérséklet között felírhatjuk, hogy:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \tag{72}$$

ahol 1, 2 a kezdeti és a végállapotot jelöli, p a gáz nyomása, κ az adiabatikus kitevő, ami felírható a gázmolekulák f szabadsági fokával:

$$\kappa = \frac{f+2}{f}. \tag{73}$$

A levegő gyakorlatilag kétatomos gáznak tekinthető, hiszen ~*78%* N_2-t és ~*21%* O_2-t tartalmaz, így $\kappa_{levegő} \approx 1,4$. A (73) egyenlet az (72) egyenletbe helyettesítve:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{0,7} \tag{74}$$

Visszatérve feladatunkhoz, melyben méréseink szerint a lufiban a kezdeti p_1 nyomás a légköri p_2 nyomás 1,03-1,06-szorosa, a kezdeti T_1 hőmérséklet kb. 27 °C (júniusi mérések lévén), tehát így körülbelül 2,5 - 5 °C elméleti érték adódik a levegő adiabatikus hűlésére.

Hőmérővel végzett méréseink alapján a valóságban ez csak 1°C. Az eltérés okai a következők lehetnek: i) a folyamat csak közelítőleg adiabatikus, ii) a kiszökő levegő lehűti a lufi nyakát is, s így a kiszökő levegő kevésbé hűl le. Hőkamerás méréseink alapján viszont maga a lufi akár 10°C-kal is lehűlhet, *tehát arra a meglepő következtetésre juthatunk, hogy nem a kiáramló levegő lehűlése a lufi lehűlésének fő oka*.

Behatóbb vizsgálatok

Bár a versenyfeladatban kitűzött probléma megoldásához még nem kerültünk lényegesen közelebb, máris elég sok időt töltöttünk kísérletezéssel és mérésekkel, az elméleti vizsgálatról nem is beszélve. Az általunk használt mérési berendezések egy Leybold gyártmányú nyomás- és hőmérő, valamint egy NEC H2640 gyártmányú hőkamera volt. Míg a Leybold eszköz használata nem volt különösebben bonyolult, a hőkameráról ugyanez már nem volt elmondható. Mivel nem volt elegendő egyszerű állóképeket készítenünk, hiszen egy gyorsan lezajló folyamatot kellett „menet közben" vizsgálni, ezért egy egészen speciális, a kamerához járó szoftverrel kellett az eredményeket kielemezni. A szoftver megismerése után is különös gonddal kellett eljárni a mérések folyamán, hiszen nem „hagyományos", látható fénnyel dolgoztunk. Éppen ezért nagyon fontos volt a megfelelő mélységélességre való odafigyelés, hogy tényleg azt mérjük, amit szeretnénk! A mélységélesség bár elvileg elhangozhat például egy szakköri óra keretében, de az ezzel való gyakorlati foglalkozás összehasonlíthatatlanul hasznosabb!

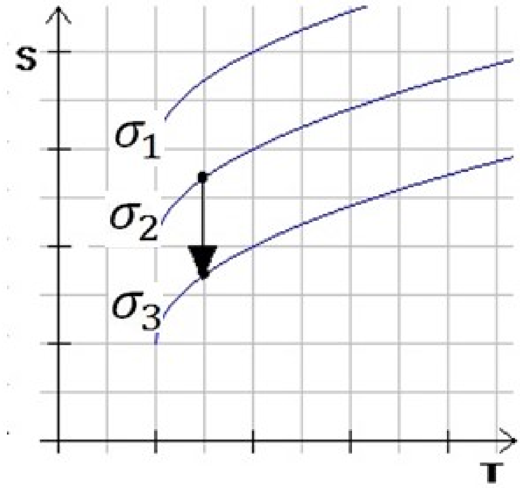
Visszatérve a konkrét fizikai problémához, már szinte hétköznapi tapasztalat, hogy ha egy gumiból készült csíkot, (tehát a mi esetünkben például egy lufiból kivágott csíkot) hirtelen megnyújtunk, az jelentősen felmelegszik. Milyen egyszerű magyarázatot adhatunk erre, az általunk vizsgálandó probléma „ellentettjeként” felfogható jelenségre? A választ, ami egyben a lehűlést is magyarázhatja, az entrópián keresztül célszerű megközelíteni. Bár az entrópia maga egy nagyon bonyolult fogalom, mégis a hozzá köthető hétköznapi tapasztalati vagy kísérleti eredmények nagyban megkönnyíthetik a megértését és a vele való munkát. Didaktikai szempontból nagyon fontos, hogy ebben a projektben sem kezdjük rögtön a „közepén” a feladatot, hanem itt is csak fokozatosan, a diákok által már elsajátított ismeretekre alapozunk.

Entrópia

A gumi entrópiája két tagból tevődik össze: egy hőmérsékletfüggő és egy nem hőmérsékletfüggő tagból. Ez az egyszerű megfogalmazás jól illeszkedik egy kvalitatív, a diákok számára jól használható entrópia-modellbe. A hőmérsékletfüggő tag csak a hőmérséklettől, azaz a részecskék termikus mozgásától, a nem hőmérsékletfüggő pedig a polimer láncrészecskéinek elhelyezkedésétől, geometriájától függ. Nevezzük el a hőmérsékletfüggő tagot termális, a nem hőmérsékletfüggő tagot geometriai entrópiának. Ezért a teljes entrópia-változást a következő egyszerű módon írhatjuk fel:

$$dS = dS_{termális} + dS_{geometriai} \tag{75}$$

Első esetben, ha a gumit nagyon lassan megnyújtjuk, σ feszítettségét lassan növeljük, akkor a hőmérséklete állandó marad, tehát a hőmérsékletfüggő entrópia változás zérus:



22.ábra: Lassú, „izoterm” nyújtás: egy-egy görbe egy adott állandó, és $\sigma_1<\sigma_2<\sigma_3$ feszítettséget mutat. Forrás: [16].

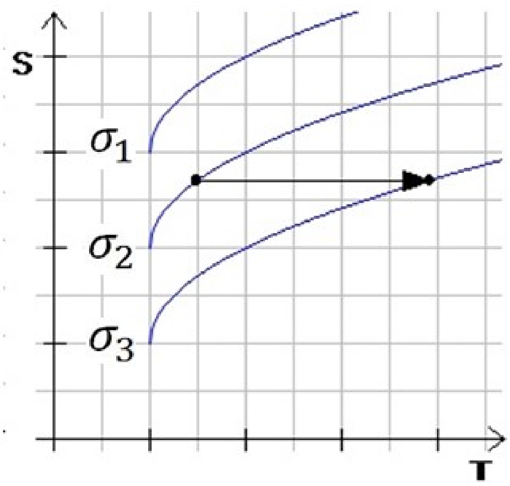
$$dS_{termális} = 0, \tag{76}$$

viszont a feszítettség hatására a részecskék „rendezettsége” természetesen változni fog. Ebből következik, hogy a tényleges entrópia-változás egyenlő a geometriai entrópia változásával (lsd. 22. ábra):

$$dS = dS_{geometriai} \tag{77}$$

A geometriai entrópia változása ez esetben természetesen negatív, tehát a teljes entrópia változás is negatív. Ez nem meglepő, hiszen a polimer lánc részecskéi a nyújtással rendezettebb állapotba kerülnek.

Ha azonban a gumit hirtelen, pillanatszerűen nyújtjuk meg, akkor mivel nincs idő a hőcserére a gumi és a környezete között, a folyamat egy adiabatikus állapotváltozással modellezhető (23. ábra).



23. ábra: Gyors, „adiabatikus" nyújtás: egy-egy görbe egy adott állandó, és $\sigma_1<\sigma_2<\sigma_3$ feszítettséget mutat. Forrás: [16].

Mivel a folyamat adiabatikus, ezért:

$$\delta Q = 0. \tag{78}$$

Felhasználva, hogy:

$$\delta Q = TdS = 0 \tag{79}$$

Amiből:

$$dS = 0 \tag{80}$$

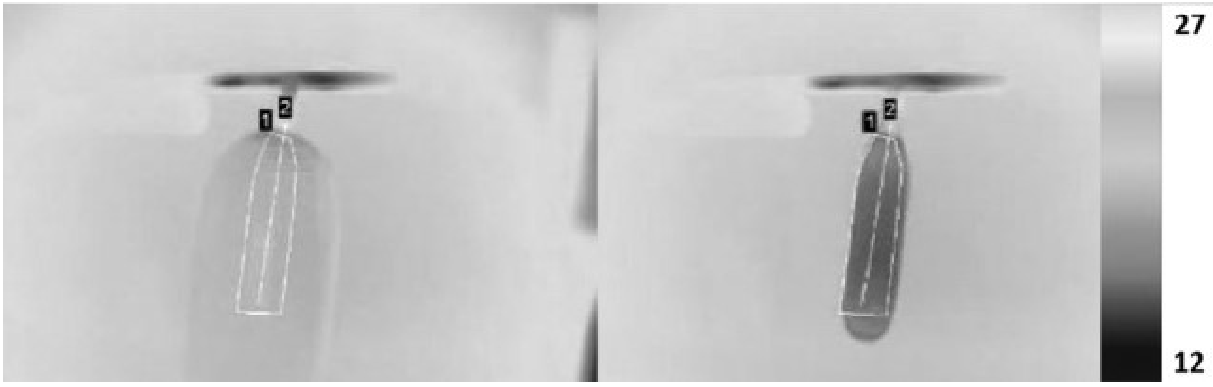
A (75) egyenletet felhasználva következik, hogy:

$$dS_{termális} = -dS_{geometriai} \tag{81}$$

Ami azt jelenti, hogy a melegedés miatti entrópia növekedés „fedezi" a részecskék helyzetének rendeződése miatti entrópia-csökkenést. A (79) egyenlet miatt erre az állapotváltozásra a hőtan első főtétele:

$$dU = \delta W \tag{82}$$

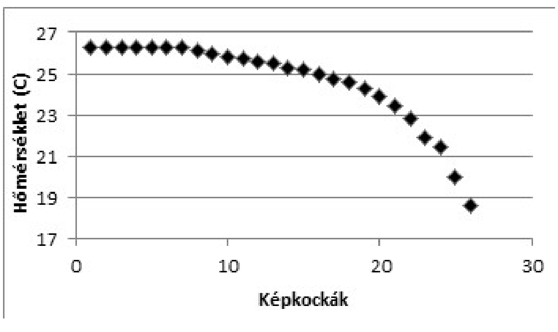
Vagyis a környezet által gyorsan végzett munka miatt, a hirtelen megnyújtott lufi – gumiszalag – belső energiája megnő, ami mérések szerint a lufi felmelegedésével is jár.



24. ábra: Leengedés előtti és utáni állapot (a skála °C értékekre vonatkozik)

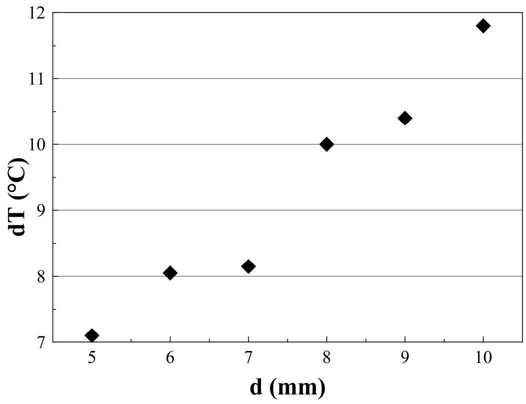
A leeresztő lufi

Az előbbiekben gumiszalagok nyújtását vizsgáltuk. A kitűzött – IYPT – feladatban, a lufi leengedése közben is ugyanezek a folyamatok játszódnak le azzal a különbséggel, hogy nagyon lassú leengedés folyamán az entrópia nő és a hőmérséklet nem változik. Gyors leengedés során pedig mivel a gumi végez munkát, ezért a hőmérsékletváltozása negatív volt.
A lufi felületének hőmérsékletét a már említett hőkamerával mértük. A kamera másodpercenként 60 vagy 120 képet készített, így elég pontosan meg lehetett határozni a lehűlés folyamatát (24. ábra). A kamerához tartozó szoftver segítségével tudtunk kijelölt területen átlaghőmérsékletet mérni, vagy egy adott egyenes mentén a különböző pontok hőmérsékletét.
Az első mérésekben meg akartuk tudni, hogy a lehűlés folyamata közben a lufi átlaghőmérséklete időben hogyan változik. Méréseink alapján észrevehető volt, hogy a lehűlés mértéke folyamatosan gyorsul (25. ábra). Ez azzal magyarázható, hogy a lufiból adott időközönként állandó levegőmennyiség távozik, így az összehúzódás sebessége az egyre kisebb lufiban egyre gyorsul.



25. ábra: Egy lufi átlaghőmérséklete a képkockák függvényében, 60kocka/másodperc felvételi sebességgel.

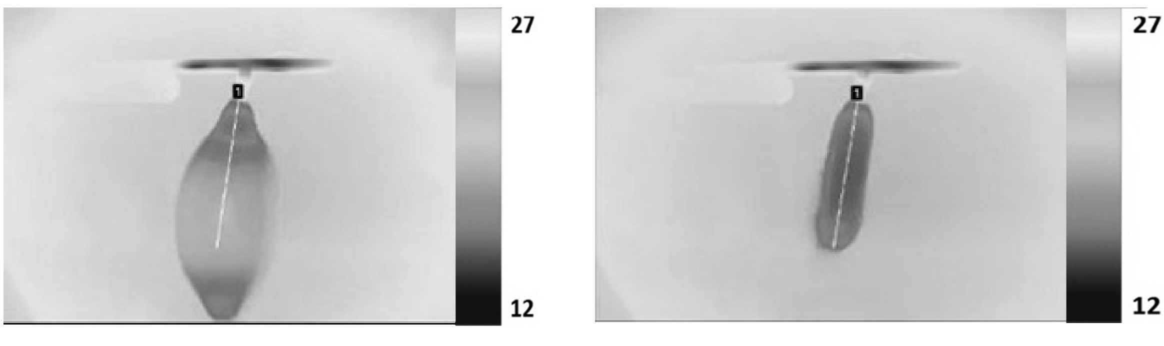
A további mérésekben a folyamat sebességét úgy szabályoztuk, hogy a lufik nyakát egy különböző átmérőjű lyukakkal teli lemez más-más lyukán vezettük át. A mérések eredményei az 26. ábrán láthatók. Az eredmény előzetes elvárásainknak megfelelően: a lehűlés annál kisebb, minél kisebb a lyuk átmérője, hiszen akkor lassabb a folyamat.



26. ábra: Az elért maximális hőmérsékletcsökkenés különböző lufinyak-átmérőknél

A különböző lehűlések oka, hogy minél lassabb a folyamat, annál jobban eltér az általunk használt adiabatikus modelltől. A lehűlés elméleti maximuma gumi esetén kb. 15°C lehet, amit a leggyorsabb leeresztések esetén sikerült elég jól megközelíteni [16].

Az eddigiekben a lufik felszínének átlagos hőmérsékletét vizsgáltuk. Mivel azonban az összehúzódás nem azonos sebességgel megy végbe a lufi minden pontjában, érdekes megvizsgálni a lufi hőmérséklet-eloszlását is (27. ábra). A lufi először a két végén kezd el lehűlni, mert itt kezd el a gumi először összehúzódni, majd a folyamat végén a lufi közepe lesz a leghidegebb.



27. ábra: A lufi hőmérséklet-eloszlása két esetben az ábrán jelzett vonal mentén a leengedés folyamán.

A hőmérséklet illetve hőmérsékletváltozás területi eloszlását megfigyeléseink alapján kvalitatív módon diszkutáltuk – az összehúzódási folyamat rövid vizsgálatával. Az összehúzódás területi eloszlásának kvantitatív vizsgálata már jóval komolyabb, a középiskolai szintet jóval meghaladó megfontolásokat, esetleg eszközöket igényelne. Méréseinkből megmutatkozott a középiskolában nem tárgyalt nyomás-térfogat hiszterézis jelenség is, ami a lufi anyagának változásaira utal. A lufik anyagának szerkezete már az első felfújás hatására jelentősen módosul, s az anyagszerkezeti változások minden egyes felfújásnál folytatódnak. Ezek a változások közvetett módon, a mi méréseinkben is „láthatóvá" váltak. Minél használtabb volt a lufi, annál lassabb volt a leeresztés, s így a hűlés mértéke is csökkent. Az anyagszerkezeti viselkedés eme jellegzetes tulajdonságának vizsgálatára és megértésére – egy kissé talán szokatlan – apropót nyújtott a „Hideg lufik" vizsgálata.

Összefoglalás

A versenyre a segítségemmel felkészülő diákkal közös eredményeink, s ez által személyes tapasztalatim azt mutatják, hogy a lufik lehűlésének vizsgálata kézzelfogható eszköz lehet az entrópia középiskolai tárgyalására. A feladatban felvetett jelenség hasznosnak bizonyult az infrakamerával történő munka megismeréséhez, gyakorlásához, valamint a polimerek viselkedésének középiskolás diákok számára történő bemutatásához.
A fizikai megismerési folyamatot jól modellezte a jelenség fokozatosan fejlődő, elmélyülő vizsgálata. A téma, méréseken alapuló, nagy részletességű tárgyalása időigényességénél fogva továbbra sem alkalmas alapórai körülmények közötti tárgyalásra, viszont tapasztalataim alapján, és a szerencsére mind jobban elérhető hőkameráknak köszönhetően kijelenthető, hogy a „Hideg lufi" problémája nagyszerű lehetőség a fentebb már említett témák projektalapú középiskolai oktatásához.

Számítógépes modellalkotás a hologramok középiskolai tárgyalásához: „Karcolt hologram”.

Bevezetés

A 2014-ben kitűzött IYPT feladatok közül talán az egyik legérdekesebb az volt, amelyben egy „IYPT” feliratú hologramot kellett készíteni. Az eljárás adott volt, műanyaglapon létrehozott karcokkal kellett háromdimenziós képhatást kelteni. A feladat kidolgozása közben sok érdekes kérdés vetődött fel, melyek megválaszolása közben egyre teljesebb képet kaptunk diákjaimmal a hologramokról. Az általunk alkalmazott módszerek és eredmények, középiskolai szinten nyújtanak egyszerű, de mégis látványos betekintést az optika ezen érdekes területére. A továbbiakban bemutatom a hologramok alapvető fizikai hátterét és ez alapján egy izgalmas eljárást hologramok számítógépes tervezésére, a GeoGebra nevű program segítségével. Mindezek kiváló alkalmat jelentettek egy érdekes projekt kidolgozására, s diákjaimnak a fizikai megismerési folyamat sokszintű megtapasztalására és talán elsajátítására is!

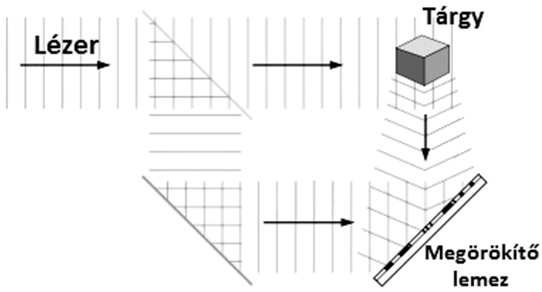
Foto- vagy holográfia?

Mivel az általunk alkalmazott eljárás egy speciális hologram fajtáról szól (karc-hologram), ezért először is érdemes tisztázni: mi is a hologram?

Nem csak a fizikaórán vagy a kutató laboratóriumokban találkozhatunk hologramokkal, hanem a hétköznapokban is. A legelterjedtebb talán a biztonsági hologram, amit a bankkártyákon is láthatunk. Ezeken jól látható, hogy ha más szögből nézzük, más-más képet látunk. A bankkártyákon levő hologramoknál – típusukból fakadóan – ha csak jobbra-balra mozgatjuk, akkor a szín ugyanaz marad, viszont a kép minden szögben más lesz. Viszont ha kizárólag föl-le mozgatjuk a hologramot, akkor ugyanazt a képet látjuk más-más színben. Ezekkel az ún. szivárvány hologramokkal kicsit részletesebben foglalkozunk, mert ezt a fajtát az iskolába is „bevihetjük”.

Fizikaórán megtanulhatjuk a fényképek készítésének és a látottak értelmezésének módját. De miben más a hologram a fényképektől? A legfontosabb, hogy a hologramok mozgatásával változik a látott kép. Lehetőség van például arra, hogy meghatározott szögekből nézve eltűnjön, „elbújjon”, vagy épp előbukkanjon a kép egy adott részlete. Emellett a hologramok lehetnek két- vagy háromdimenziósak. A fényképek általában fehér fényben készülnek és abban is látjuk őket a legjobban. A hologramok készítéséhez és – néhány típus – megtekintéséhez azonban általában lézert használnak. A hologramok előállítási módja miatt, a hologramoknak van egy olyan érdekes tulajdonsága is, hogy ha egy hologramot félbevágunk, bizonyos szögekből továbbra is látható lehet akár az egész kép – hiszen a hologramot tartalmazó lemez minden pontja rendelkezhet információval az egész tárgyról, a képet létrehozó interferenciának köszönhetően.

Ahogy már említettem, a hologramok előállítása általában lézerekkel történik, mivel a lézer koherens fényforrás. Egy lézernyalábot két részre bontanak, és az egyiket a hologramot megörökítő lemezre, a másikat a megörökítendő tárgyra irányítják, ahogy az a 28. ábrán látható. A direkt és tárgyról visszaverődő fénysugarak a megörökítő lemezen interferencia jelenséget hoznak létre: a lézer koherens hullámainak szuperpozíciója miatt a lemezen fényes (erősítési helyek) és teljesen sötét (kioltási helyek) is megfigyelhetők. Ezt az interferenciaképet örökíti meg a lemez, ami az esetek többségében hasonlít az ezüst-halogenideket és ezüstöt tartalmazó fényképészeti filmekre. A hologramok esetében azonban magasabb a részecskeszám, ami nagyobb felbontást eredményez. Az így elkészített hologramot az eredeti lézerhez hasonló fényforrással direkt megvilágítva láthatjuk az eredeti tárgyról készített képet. A gyakorlatban mindez egy teljesen sötét szobában, meghatározott exponálási idővel, precíz lézer irányítással, lencsékkel és tükrökkel zajlik.



28. ábra: A hologramok elkészítése
Forrás: https://de.wikipedia.org/wiki/Holografie

A „gyártási" eljárások alapján mégis több fajta hologram típust különböztetünk meg. A pontos csoportosításhoz három jellemzőt célszerű figyelembe venni [17]:
a) amplitúdót vagy fázist moduláló: Az amplitúdó hologramoknál, a hologram által visszavert vagy átengedett fény arányos az interferenciakép odaeső részének fénytelítettségével. A fényáteresztő képessége tehát az interferenciaképtől függ. A fázis hologram vagy a lemezvastagságot, vagy a törésmutatót változtatja az interferenciaképp függvényében. Lézerrel

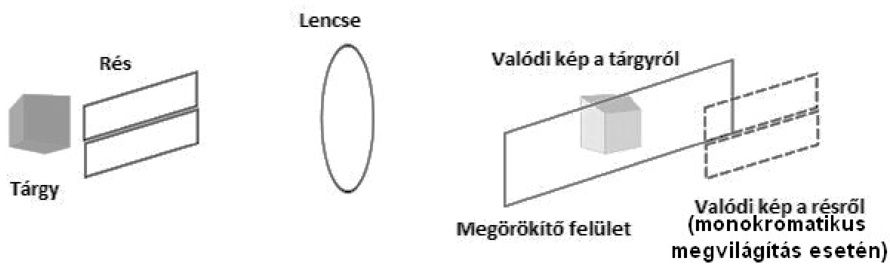
megvilágítva az így kapott hologramot visszakapjuk az eredeti fénysugarak szerkezetét, így alkotva meg a képet.

b) vékony vagy vastag lemez: A vékony lemezes hologramnál a lemez vastagsága sokkal kisebb, mint az interferencia által létrehozott kioltási körök közti távolság. A vastag lemez esetén ennél a távolságnál sokkal nagyobb a lemezvastagság. A vékony lemezre példa a bankkártyákon látható hologram, aminél a kép mélysége nem túl nagy, míg a vastag lemezes hologramok által alkotott képeknek jelentős mélysége van.

c) transzmissziós vagy reflexiós: Aszerint, hogy a képalkotáshoz a megvilágító fény a nézővel ellentétes vagy azonos oldalról érkezik. A bankkártyák hologramjai alapvetően transzmissiósak, ám egy kis fényvisszaverő réteg segítségével látszólag reflexiós hologrammá alakulnak.

A transzmissziós hologram egyik speciális típusa a Benton-féle szivárvány hologram. Ennek készítése során egy vízszintesen kivágott lapot (rés) raknak a tárgy elé (29. ábra), ezzel megoldva, hogy ne legyen függőleges irányú parallaxis (testek egymáshoz viszonyított helyzetének változása eltérő irányokba). Így ha föl-le mozgatjuk, akkor a kép változása helyett színváltozást fogunk érzékelni és csak oldalra mozgatva fogjuk másnak látni a képet. Amennyiben egy tükröző felületre van rátéve a hologram, a megvilágítás és a hologram megtekintése ugyanarról az oldalról történik. Így készülnek és működnek a bankkártyák hologramjai is.

Ha nem fehér fényben, hanem monokromatikus fényben nézzük a Benton-féle hologramot, akkor olyan, mintha az eredeti lap a réssel ott lenne a képünk előtt és csak a kép résen keresztül látható részét látjuk. Fehér fényben az egész látszik, hiszen a fehér fényt összetevő komponensek a kép különböző részeit jelenítik meg, így összetéve az egész képet látjuk [18, 19].



29. ábra: Szivárvány hologram készítésének elve. Forrás: https://en.wikipedia.org/wiki/Rainbow_hologram

Lehet-e otthon hologramot készíteni?

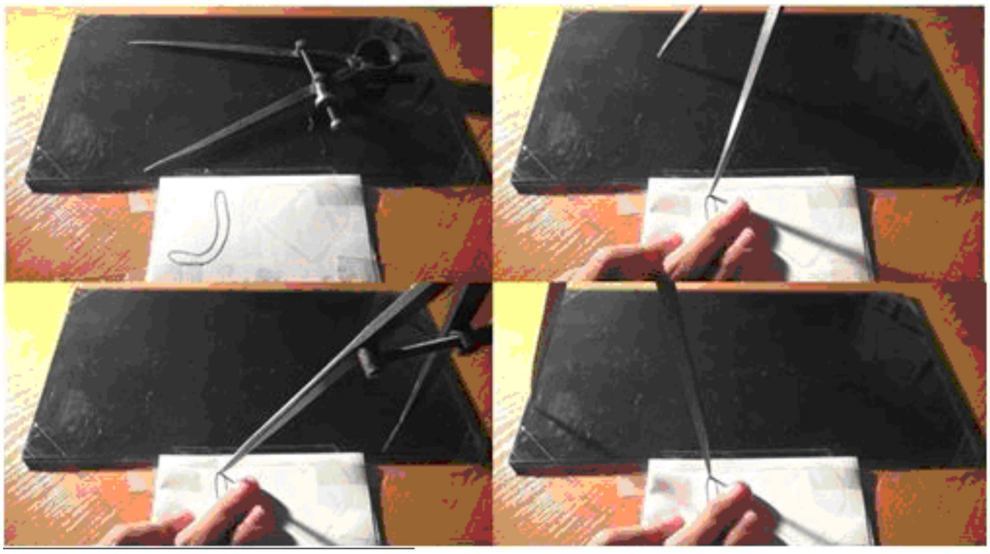
A hologramok készítéséhez általában lézer és bonyolult folyamatok szükségesek. Felmerül a kérdés: lehet-e otthon vagy iskolai körülmények között, egyszerűbben hologramot készíteni? Igen! Csupán egy mérőkörzőre, egy fekete (vagy egyik oldalán feketére festett) műanyaglapra (mi plexi lapot használunk) és egy kis kézügyességre van szükségünk a Benton-féle szivárvány hologram egyszerűsített változatának elkészítéséhez.

Diákjaim körzővel karcoltak íveket a műanyag lapra. A körív sugara és a középpontja, az ív hossza és elhelyezkedése mind fontos szerepet játszanak a képalkotásban. Technikáját tekintve is a karc-hologram valójában Benton-féle szivárvány hologram leegyszerűsített változata (30. ábra). Az adott hullámhosszon a lencse leképezése miatt, a megörökítő felületen a 30.a ábrán látható mintázat alakul ki. Ennek egy kisebb „felbontású" változata a karc-hologram egy-egy íve (30.c ábra). Ha nagyobb felbontást szeretnénk, egyszerűen sűrűben kell karcolgatnunk, hiszen minden egyes ív a kép egy adott pontjának felel meg [18].

30. ábra: Egyre egyszerűsödő mintázat. Forrás: http://amasci.com/amateur/hand1.html

De lássuk a karcolás folyamatát! Ahhoz, hogy kétdimenziós képet készítsünk, ami a felszín mögött lebeg, rajzoljuk ki az általunk megalkotni kívánt képet. Ez a mi első, legegyszerűbb esetünkben egy „J" betű volt. A 31. ábrán látható módon, rakjuk a körző egyik szárát pl. az általunk lerajzolt „J" betű egyik végpontjára. Nyissuk ki a körzőt és tartsuk végig ezen a körzőnyíláson. A műanyag lapra (a festetlen oldalra, ha festett műanyag lapot használunk) karcoljunk rá egy ívet. Ügyeljünk arra, hogy ne legyen túl mély a karc, ne sértse föl túlságosan a műanyagot, mert akkor nem fog működni a hologramunk – csak erősen diffúz fényvisszaverődés jön létre. Nem is kell rányomni, ha elég nehéz (régi stílusú) a körző, elég ráhelyezni és húzni a körzőt, hogy egy ívet rajzoljunk. Vigyük arrébb a körző szárát, az ábránk egy másik pontjára és ismételjük meg az előző folyamatot. Egy ilyen karc az adott pont leképezése, ami definiálja azok helyzetét a többi ponthoz képest. Az ábrán végighaladva kész az egyszerű hologramunk.

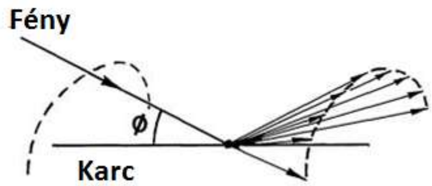
Közvetlen napfényben vagy egy sötétített szobában egy pontszerű fényforrás mellet láthatjuk a hologramunkat. Más-más szögből nézve a látható kép is máshol lesz, illetve torzul.



31. ábra: A karcolt hologram: J-betű

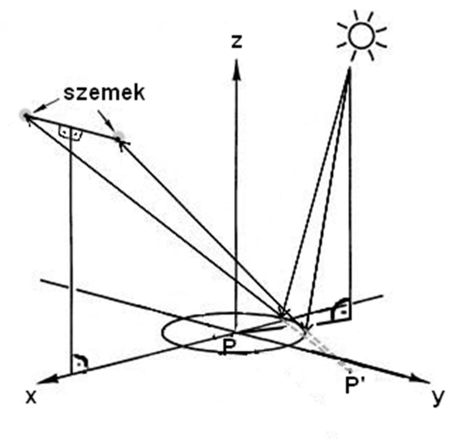
Hogy működik a karcolt hologram?

Egy karcív egy képpontot határoz meg (ill. kettőt, a kör két átellenes oldalán, ha egész köröket karcoltunk, de mi csak félkörökkel dolgoztunk, így ezt a második esetet nem vizsgáltuk részletesebben). Egy egyenes karc vájata a fényt kúp alakban szórja szét, ahogy a 32. ábra mutatja. Emiatt lesz az adott pont képe több irányból is látható. A görbe karcok egy-egy rövidebb szakaszát kis egyenes szakaszoknak is felfoghatjuk, hogy könnyebben megérthessük a fény visszaverődését.



32. ábra: A karc vájata által létrehozott fénykúp

Gondoljuk végig egy *P* pont körüli körív alakú karc képalkotását (33. ábra). A pontszerű fényforrás egy fénysugarát irányítsuk a karc felé, amely azon visszaverődve az egyik szembe jut. A két szemünkbe két különböző pontról visszavert fénysugár jut, így ezeknek a meghosszabbításával kapott metszőpont lesz az a pont, amit a hologramunk esetében, mint *P'* képpontot láthatunk. Érdekes meggondolni, mit láthatunk illetve milyen képet kapunk, ha a fény a hátunk mögül érkezne, illetve ha a teljes kört megkarcolnánk!



33. ábra: Egy pont körívének képalkotása

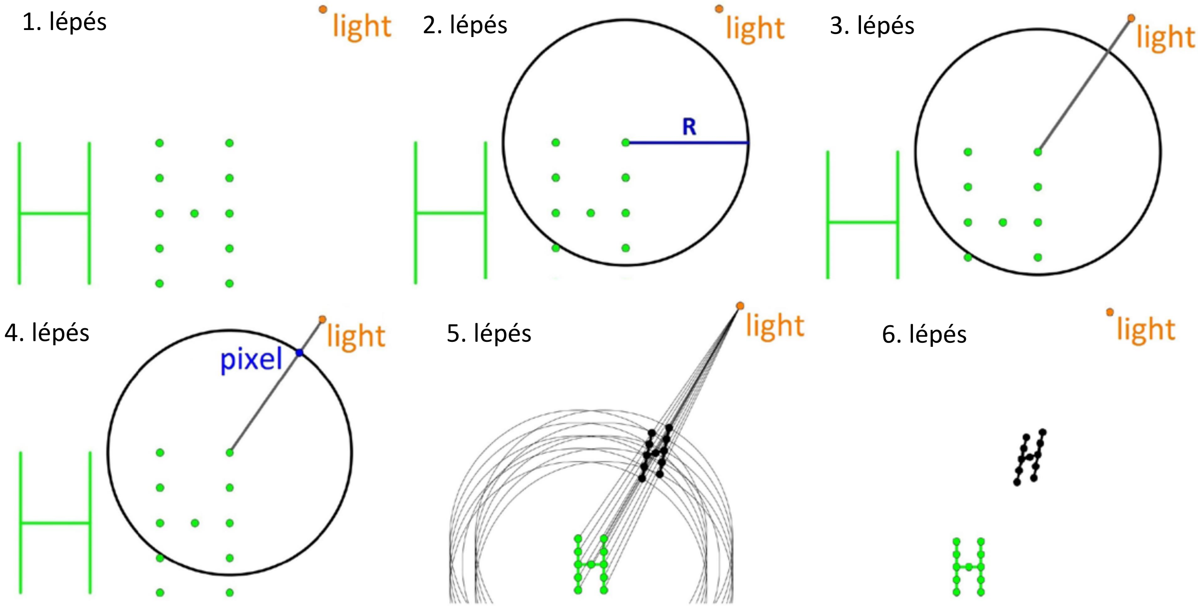
Hologramok tervezése GeoGerba-val

Mivel a karcok létrehozása elég időigényes folyamat, ezért a továbbiakban hologramjainkat először GeoGebra nevű programmal megterveztük, szimuláltuk, és csak ezután kiviteleztük azokat. A GeoGebrás tervezés ötlete a Berzsenyi Dániel Gimnázium két diákjától, *Kaszás Bálinttól* és *Madarász Zénótól* származik. Egy „H” (mint hologram) betű szimulációját fogjuk először bemutatni. Célszerű lehet az amúgy ingyenes GeoGebra programot letölteni a geogebra.org web-helyről. Első lépésként bármely alakzat esetén bontsuk fel azt adott távolságú pontokra (lásd 34. ábra, 1.lépés). Minél sűrűbb a pontozásunk, annál finomabb lesz a hologram képe.

Majd vegyünk fel egy pontot, a „Fény” – az ábrán „light” – pontot (34. ábra, 1. lépes). Ez a pont tölti majd be a fényforrás szerepét, amit majd mozgatni fogunk, így keltve „életre” a hologramunk a GeoGebra-ban. Az alakzat egyik pontjából szerkesszünk *R* távolságú kört (34. ábra 2. lépés). *R* lesz az a távolság, amit a valódi hologram készítésekor a körzőnkkel felveszünk. Érdemes az alakzatunk magasságánál nagyobb távolságot választani, hogy ne legyen egymáson a hologram és a valós minta. A pont, amely köré a kört szerkesztettük, és a „light” pontot kössük össze egy szakasszal (34. ábra, 3 lépés). Válasszuk ki a „metszéspont” opciót és vegyük az imént szerkesztett kör és szakasz metszéspontját (34. ábra, 4 lépés).

Ezt az eljárást a mintául szolgáló „H” betű minden egyes pontjára ismételjük meg (34. ábra, 5. lépés), majd a segédvonalakat (a kört és az egyenest) láthatóságát kapcsoljuk ki (34. ábra, 6.

lépés). Az elkészült „hologramot” a fénypont mozgatásával tesztelhetjük is. A 35. ábrán látható a ténylegesen megvalósított karc-hologram is.



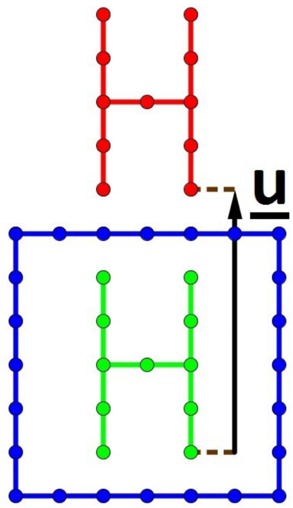
34. ábra: 6 lépésben a H betű hologramjának GeoGebra-s modellezése.

35. ábra: A valódi karc fotója

HolograMagic

Az eddig bemutatott eljárás egyszerűsége miatt bárki számára, akár alapórai körülmények között is megvalósítható – pl. valamilyen projekt keretein belül. Érdeklődőbb diákok számára azonban sokkal érdekesebb hologramokat is elérhetővé tehetünk.

Két diákommal a „H” betűnket egy négyzetre helyeztük! Két féle esetet vizsgáltunk. Az első esetben, a „H” betű és a négyzet azonos sugáron vannak. A „H” betű köré tegyünk pontokat, amelyek egy négyzetet alkotnak és végezzük el a megszokott eljárást. Itt a „light” mozgatásával ugyanazt tapasztaljuk, mint a sima „H” betűs karcnál. Kisebb torzulások bizonyos szögeknél természetesen láthatóak lehetnek, de a „H” is és a négyzet is ugyan úgy torzul.
Olyan esetet is vizsgáltunk, amikor a „H” betűt térben „hátratoltuk”, mintha azt egy négyzet alakú „lyukon” át szemlélnénk! A „H”-t tegyük pár egységgel feljebb. Ez a távolság legyen *u* és legyen kisebb *R*-nél (lásd 36. ábra).



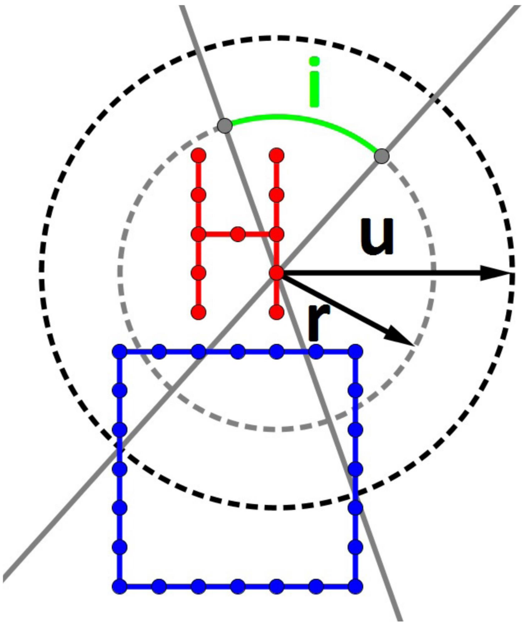
36. ábra: Feltolt „H” betű.

A négyzet köreinek sugarai maradjanak *R* távolságon, a „H” köreinek sugarai pedig legyenek *R-u* nagyságúak (a továbbiakban az *R-u* távolságot *r*-rel jelöljük). Az előzőekben elsajátított módszert végezzük el *r* sugarú körökkel, a „H” pontjaira. Vizsgáljuk meg, milyen típusú képeket kaphatunk egy „rejtett H-betű” esetén. Három helyzetet látunk:

1. „H” teljes egészében a négyzetben van.
2. „H”-nak már nem minden pontja van a négyzeten belül.
3. „H” minden pontja kint van a négyzetből.

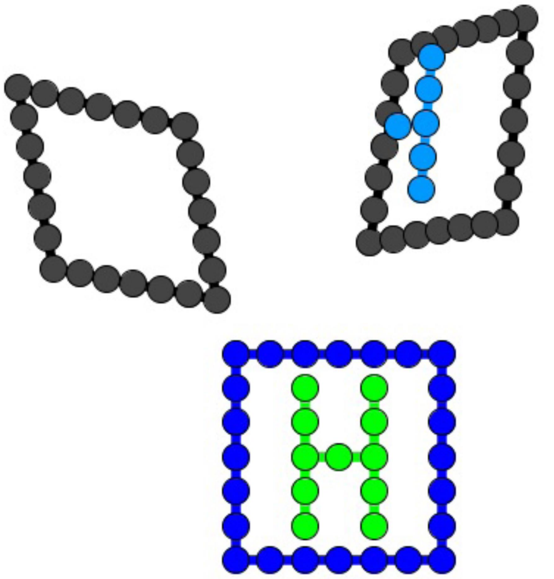
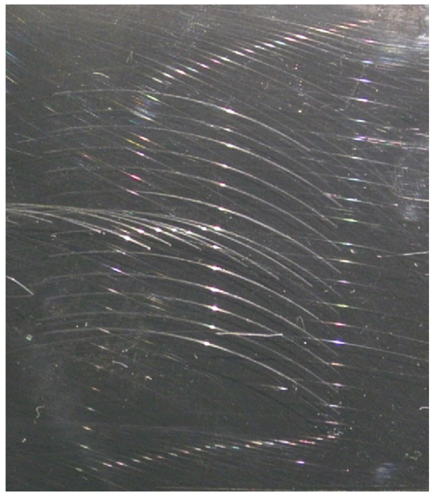
El kell érnünk, hogy „H” pontjai csak abban a tartományban látszódjanak, amikor a négyzetben vannak. Először meg kell keresnünk minden egyes ponthoz azt az ívtartományt, amiben annak képpontja látható. A következő geometriai eljárást alkalmaztuk az ívtartomány meghatározására (lásd 37. ábra). A feltolt „H” egyik pontja köré szerkesszünk *u* sugarú kört. A kör és a négyzet oldalai metszéspontjaiból szerkesszünk egyeneseket a „H” azon pontja felé, amely az oldalmetsző kör középpontja.

Majd szerkesszünk *u*-val koncentrikus *r* sugarú kört. E kör egyenesekkel alkotott metszéspontjai határozzák meg azt a körívet, amikor ez a pont a négyzeten belül van (a 37. ábrán a zöld körív adja meg az ívtartományt, ahol „H” adott pontja a négyzeten belül van).



37. ábra A körív meghatározása

Ezután a korábban ismertetett módón a „H” pontjai és a „light” pontot összekötjük, azzal a különbséggel, hogy itt az idáig szerkesztett *r* sugarú kör és a két egyenessel közrezárt ív metszéspontja adja az adott pont képpontjának helyét. Természetesen ugyan ezt csináljuk meg „H” minden pontjára. Az eredmény egy mágikus hologram: 38.a és b ábra!

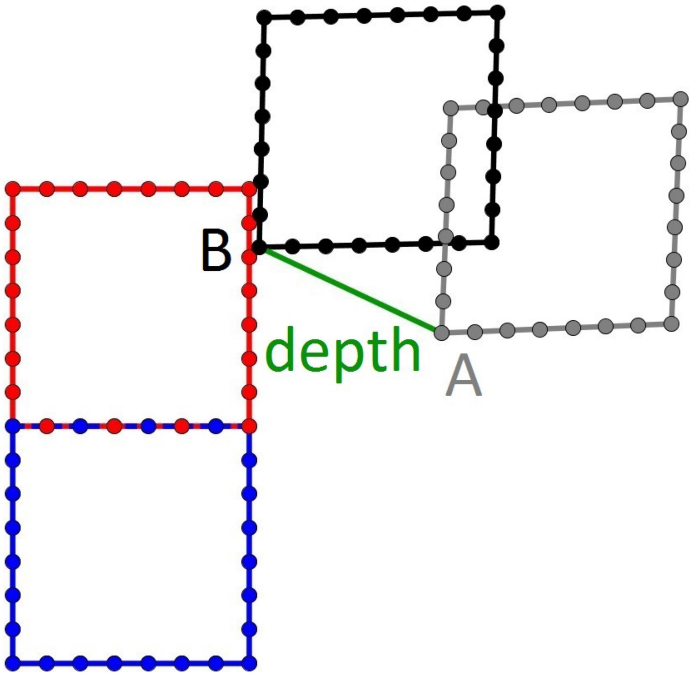



38. a ábra: Trükkös „H” négyzetben és azon kívül,és félig elbújva. 38. b ábra: Valódi karc.

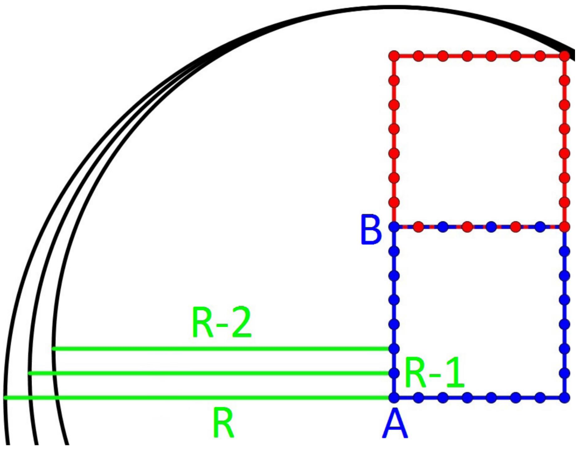
IYPT felirat: az eredeti feladat

Nem feledhettük azonban az eredeti feladatunkat, egy karcolással létrehozott IYPT feliratú hologramot. Egyszerű megoldást gyorsan tudtunk volna adni a feladatra, de úgy gondoltuk, hogy eddigi eredményeinket még kiegészíthetnénk néhány látványelemmel. Erre egy háromdimenziós kockát találtunk ki, aminek az oldalára írtuk az IYPT betűit. Hasonlóan az eltűnős „trükkhöz” itt is két alakzattal, két négyzettel dolgoztunk (lásd 39. ábra). Az eredeti kék négyzetet u vektorral feltoltuk, így kaptuk a piros négyzetet. A feltolás mértéke adja meg az alakzat mélységét („depth”). A kék négyzet pontjai körüli R sugarú körívek adják majd az előlap képét, míg a piros négyzet pontjai körüli R-u=r sugarú körívek adják a kocka hátlapját. Mivel így a hátsó négyzet pontjai kevésbé mozognak, térhatás érzete alakul ki a szemlélőben.

Mivel az előrébb lévő négyzet nagyobb sugáron van, ezért a „light” – fényforrás – adott szögelváltozása esetén az elöl levő négyzet képpontjai nagyobb távot járnak be. Ezzel azt a hatást kelti, mintha térben előrébb lenne, tehát ez lesz a kocka eleje, a feltolt négyzet pedig a kocka hátsó része. A kocka mélységbeli éleit úgy szerkesztettük meg, hogyha az előrébb lévő kocka egyik sarkából indulunk ki (pl. A csúcs), akkor egy egységet lépünk a hozzá tartozó (pl. B) csúcs felé és eggyel kisebb sugarú kört teszünk ehhez a ponthoz (lásd 40. ábra). Ezt ismételjük meg minden egyes lépésben, mindig egyel csökkentve a sugarat, amíg el nem jutunk a *B* pontig, ahol már csak *r* sugarú körívet kell rajzolni.

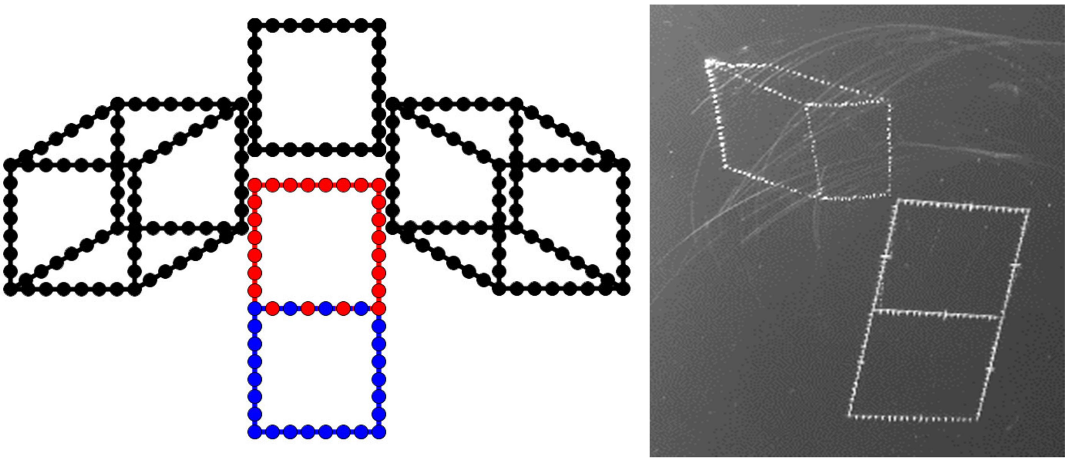


39. ábra Kocka szerkesztése



40. ábra Kocka mélysége

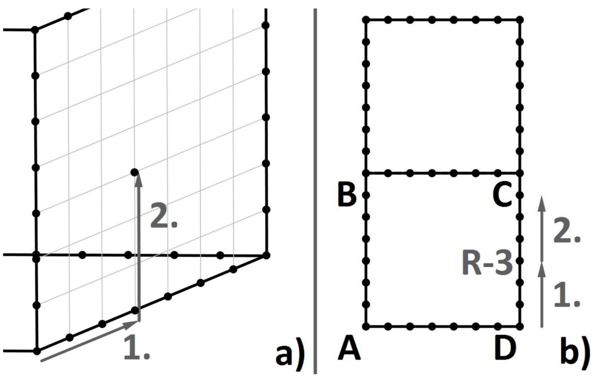
Ha ezt az eljárást megcsináljuk mind a négy élével, az eredmény egy háromdimenziós kocka (41. ábra, a kész kockán a nem látható éleket egy lentebb részletezett technikával szedtük ki).



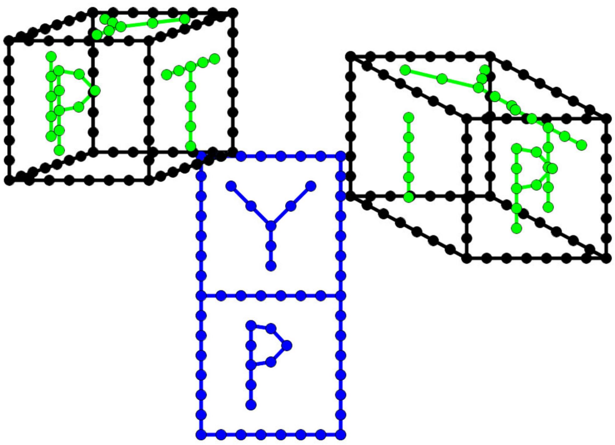
41. ábra: Térbeli kocka modellje és a valódi karc.

Az így létrejött képnek érdekessége, hogy kétdimenziós minta alapján háromdimenziós hologramot készítettünk. Az IYPT feliratot azonban még nem helyeztük el a kockán. Mivel a kockának négy lapját látjuk (egyszerre mindig csak maximum hármat), ezért tökéletesen megfelelt ennek a célnak. Viszont a következő kérdés vetődött fel, hogyan lehetne írni a kocka felső és két oldalsó lapjára?

A betűket ugyanazzal az eljárással készítettük, ahogyan a különböző oldalak képét. Példaként vegyük az egyik oldalra írt „*T*” betűt. Pl. a jobb oldalra a következő módszerrel írtunk: az első lépés, mint mindig, hogy elhelyezzük képzeletben az alakzatot az oldalra, majd felbontjuk pontokra. Ha ez megtörtént, akkor válasszuk ki az egyik pontot és nézzük meg a mélységét és a magasságát. Ez után az előrébb lévő négyzet lenti sarkaiból indultunk ki, hogy melyik sarokból az attól függ, hogy melyik oldalára akarunk írni.



42. ábra: Oldalra írás lépései

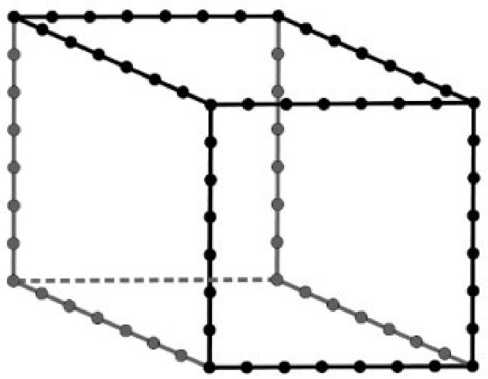


43. ábra: IYPT feliratú kocka

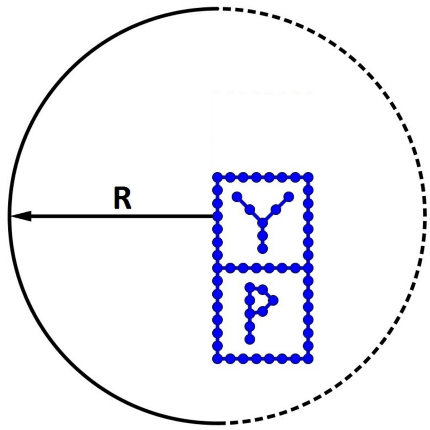
A sarokból annyi egységet lépünk a másik sarok felé, amekkora a mélysége annak a pontnak és annyival lesz majd kisebb a sugara a körnek, amennyit léptünk, például a mi esetünkben a mélység 3 egység, így a rajzolt körívek sugara is *R-3* egység hosszú (1. lépés a 42. a) ábrán). Ezután csak egyszerűen tovább lépünk annyit, amekkora a kiválasztott pont magassága, viszont a sugár most marad (2. lépés a 42. ábrán) Az első lépésben az élen lépkedtünk egyre mélyebbre, és mikor megtaláltuk a kellő mélységet, csak szimplán feljebb tettük a pontunkat a megfelelő magasságig. Hasonló az eljárás, amikor a tetejére írunk, akkor megkerestük a tetejére kívánt betűnek a helyét vízszintesen és onnan kezdtünk el hátrafele lépkedni a mélységében, és természetesen minden egyes egységnyi mélységgel csökkentjük az adott ponthoz tartozó körív sugarát. A kész IYPT kockánkat a 43. ábra mutatja. Az eredmény már elég izgalmasnak tűnik, egy dolog azonban még csökkenti az élményt. Kockánk sajnos még átlátszó!

Kockánk életszerűbbnek tűnik, ha a takarásban lévő részeket kihagyjuk egy egyszerű trükk segítségével. Ha csak a szimpla kockát nézzük, akkor a következő a teendőnk: az alábbi képen (44. ábra) a kockánk oldalai három féleképpen láthatóak.

A fekete oldalak azok, amelyek mindig látszanak. A szaggatott oldal semelyik szögből sem látszik. A szürkék viszont csak egy adott részen látszanak (lásd 44. ábra). Ha vesszük például a négyzet bal oldali lapját, akkor a 45. ábra szerinti *nem folytonos* ívvel határolt tartományban látszódik az a lap.



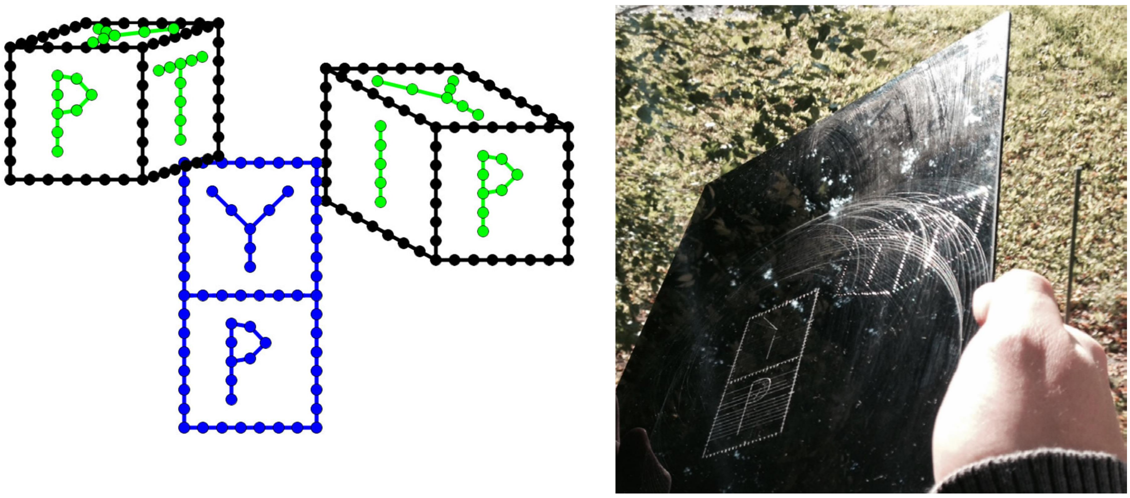
44. ábra: Kihagyható oldalak



45. ábra Hátsó oldalak ívtartománya

Hogy elérjük, hogy az oldallapok és a rajtuk levő betűk csak a jó szögből látszódjanak, csak annyit kell tenni, hogy az adott pontokhoz tartozó köríveket megfelelő módon lerövidítjük. A megfelelő mód azt jelenti, hogy a körívet csak az adott oldallap alaphelyzetének függőleges vonaláig rajzoljuk meg azon az oldalon, ahol az oldallap látszódik.

A leírt eljárással az 50. ábrán látható eredményt kaphatjuk GeoGebra-ban és valódi karcokkal: *I,Y,P* és *T* betűk egy háromdimenziós kocka oldalain! A két „megoldás” közti hasonlóság jól látható, és ténylegesen az oldalsó oldallapok eltűnnek és feltűnnek amikor kell!



50. ábra: Háromdimenziós IYPT kocka GeoGebra-ban és a valóságban.

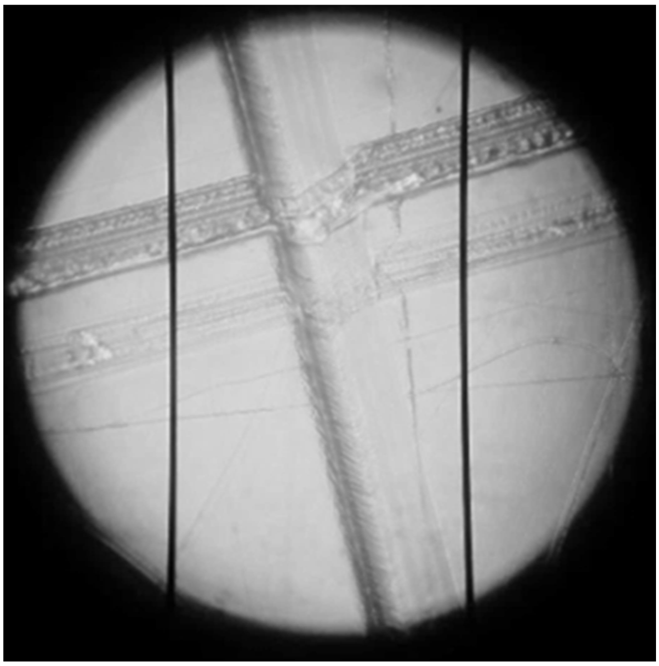
De vajon tényleg hologram a karcolt hologram?

Nem egyértelmű, hogy valóban hologramnak tekinthetők-e az általunk készített karcok. A keletkező képek tulajdonságai szerint annak tekinthetők. Például, ha más-más szögekből nézzük a hologramot, akkor más képet látunk. Egyes pontok eltűnnek, mások előbukkannak. (Eltűnő H betű, IYPT-s kocka). Másfelől, a karcolás valójában egy háromdimenziós virtuális tárgyról készített kétdimenziós leképezés, amiből aztán háromdimenziós kép jön létre. Ez csak annyiban különbözik a „hagyományos” hologramoktól, hogy azok egy valódi tárgyról készülnek. Azok is használnak egy 2D-s leképezést (interferenciamintázat a megörökítő lemezen) hogy a 3D-s virtuális képet létrehozzák az eredeti tárgyról [20].

Érdekes mellékhatás: diffrakció

A hologramok vizsgálata közben észrevettünk egy érdekes jelenséget: néhány fénypont színes. Ennek megértéséhez diákjaimmal nagyító alá vettük karcainkat és az 51. ábrán látható mintázatokra lettünk figyelmesek.

Mint látható az általunk használt körzőnek a két vége másféle mintázatot hagy maga után. Az egyik vége hegyes a másik vége tompa. A közel függőleges orientációjú karc egy hegyes körzővég mintázata, a közel vízszintes orientációjú pedig egy tompa végé. A hegyes karcon jól látható, hogy mély és az oldalán fodrozódás figyelhető meg. A tompa karc három sávból áll (fentről lefele: az első egy szélesebb, alatta kis szünet, majd egy vékonyabb karc). Az első egy mélyebb, miniatűr karcokból áll, a második egy karctalan terület és a harmadik sáv pedig az elsőhöz hasonló, viszont a karcok felszínesebbek. A karcok szélességét kétféleképpen vizsgáltuk meg: mikroszkóp segítségével, illetve diffrakciós mérésekkel.



51. ábra Karc mintázat

Méréseink egyértelműen arra utalnak, hogy a színeket a tompa karcok esetén a sávokban lévő mintázat okozza, azokon diffrakció jön létre. A hegyes vég általi karcok szélessége változó lehet a körző nyomásának függvényében, amelyek közül több a fény hullámhossztartományába eshet. Ezek a különböző vastagság miatt, különböző hullámhosszúságú fények diffrakcióját okozzák, így a hologramban más-más színes fénypontok jönnek létre. Középiskolás diákjaim számára nagyon érdekes, nem mindennapi és nagyon gyakorlatias módszer volt a mikroszkópos és a diffrakciós eredmények összehasonlítása.

Összefoglalás

Középiskolás diákjaimmal karcolt hologramokat hoztunk létre, az egészen egyszerű H betűtől az egészen komplex IYPT-kockáig. Az általunk kidolgozott számítógépes eljárásnak köszönhetően a bonyolultabb hologramok létrehozását nem bíztuk a véletlenre, azokat GeoGebra nevű programmal terveztük meg, azoknak akár optikai mélységet is adva. Beláttuk, hogy bár hologramjaink nem a leghagyományosabb módon, lézerekkel készültek, de így is teljesítenek minden hologramtól elvárt tulajdonságot. A modellezéshez használt Geogebra programot manapság szívesen alkalmazzák különböző matematikai anyagok oktatásában, ám a hologramok modellezésében is hasznos eszköznek bizonyult.

A projekt lényegében arra lett felépítve, hogy a diákok szívesen dolgoznak számítógéppel, de talán még szívesebben kezükbe is veszik a „fizikát”, s így jobban megértik azt. Munkánk tapasztalatai alapján állíthatom, hogy karcolt hologramok készítése alkalmas fizikai tartalmak számítógépes modellezésének fejlesztésére és a hologramok fizikájának középiskolai tanítására. Megfelelő nehézségi szintet választva, a karcolt hologramok alkalmasak lehetnek alapórai projektmunkákhoz, vagy szakköri munka keretében komplex fizikai ismeretek felfedezésére. A hologramok nyújtotta érdekességeken és ismereteken túl, izgalmas és kézzelfogható módon, szinte játszva ismerkedhetnek meg a diákok a geometriai és hullámoptika fontos jelenségeivel is.

6. Nyíltvégű problémák haszna a fizikatanításban

Az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye (IYPT) nem egy XXI. századi vívmány. Magyarország már 1989 óta sikeres résztvevője ennek a versenynek. 2013 vége óta az a megtiszteltetés ért, hogy részt vehetek a magyar csapatot felkészítők munkájában. Azóta kollégáimmal közösen próbáljuk a versenyhez évről-évre kitalálni és fejleszteni a legmegfelelőbb felkészítési folyamatot, melynek célja, hogy az IYPT feladatain keresztül segítsük megtalálni a magyar diákoknak a saját útjukat a fizika felfedezésében és elsajátításában. A magyar csapattal történt eddigi munkám mellett, a versenyre jelentkező átlagos gimnáziumból származó, saját diákommal való munkám során szerzett tapasztalataimat is szeretném bemutatni. Ezek alapján állíthatom, hogy az IYPT nem csupán egy szűk „elit" kiváltsága, hanem akár egy országnyi diák számára jelenthet érdekes és hasznos módot sok fontos készség fejlesztésében és természetesen a fizikatanulásban.

Az IYPT-ről, röviden

Az IYPT az egyik legnépesebb és legfontosabb középiskolai fizikaverseny, melyet fizika világbajnokságnak („*Physics World Cup*") is neveznek. Az IYPT nem egyéni, hanem csapatverseny. Ez persze nem az egyetlen különlegessége ennek a versenynek! Évente kb. 30 ország mintegy 150 diákja méri össze tudását 1988 óta. A verseny angol nyelven zajlik, ami szintén hozzá tesz a verseny által nyújtott kihívásokhoz, de persze egyben a verseny értékéhez is. Éppen ezért a diákoknak – alkalmazkodva a XXI. század kihívásaihoz – nem csak jó fizikai ismereteikről, de jó nyelvi és kommunikációs készségeikről is számot kell tudni adni [22,23,24].

52. ábra: Az IYPT logója. Forrás: www.iypt.org

Mindezek mellett persze az IYPT igazi különlegessége az, hogy minden évben új, 17 nyíltvégű problémát kell alaposan megvizsgálni. A következő évi feladatokat, az az évi verseny után, a Nemzetközi Szervezőbizottság választja ki, s a lehető legegyszerűbb és legérthetőbb formában megfogalmazva hozza nyilvánosságra. Így a diákoknak akár egy egész évük van a problémákkal való munkára. Mivel a feladatoknak legtöbb esetben nincsenek ismert megoldásaik, a fizikatudás mellett a diákok kreativitása, pontossága és kitartása is fontos szerephez jut. Az év során folytatott munkájukat egy prezentáció formájában kell bemutatni, s eredményeiket egy ellenfél opponens csapattól egy vita formájában kell megvédeni. Mivel minden csapat eredménye egy-egy problémára más és más, ezért az opponens szerepe sem könnyű, nélkülözhetetlen az adott probléma fizikai hátterének magas fokú ismerete és jó kommunikáció készség.

Felkészülési folyamat otthontól a versenyig

Az IYPT feladatok megoldása természetesen sokban különbözik a hagyományos iskolai példamegoldástól. Ennek megfelelően sokkal több időbe is telik használható eredményekre jutni. Talán a leghelyesebb, ha a problémákra adott megoldásokat egy egyéves kutatásként írjuk le (53. ábra). Mivel ez esetben is az első lépések megtétele a legnehezebb, a Nemzetközi Szervezőbizottság egy mindenki számára elérhető, ún. „*Reference Kit*”-et [25] hoz nyilvánosságra. Ebben minden diák megfelelő szakirodalmat, hasznos cikkeket és weboldalakat találhat az első lépésekhez. Persze a tapasztalatunk az, hogy ezen segítség használatát is sok esetben meg kell tanítanunk diákjainknak.

53. ábra: Az éves felkészülési folyamat.

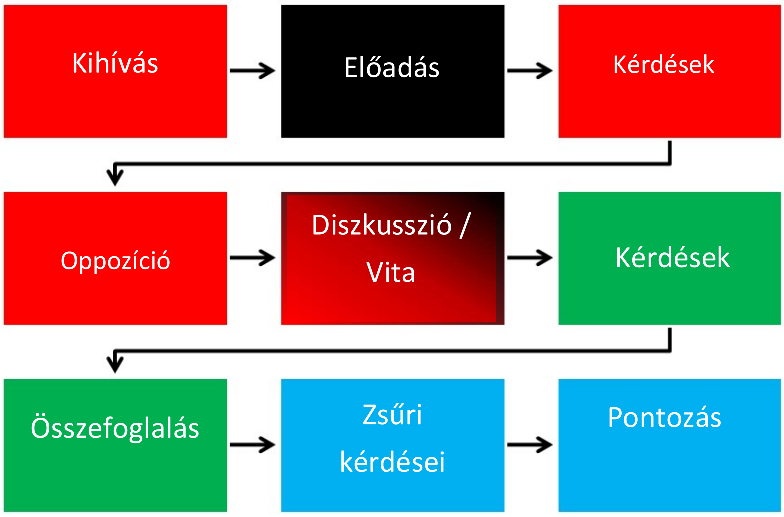
A tudományos szakirodalmakkal való munka sok esetben nem szerves része a középiskolai oktatásnak, így a fizikaoktatásnak sem. E téren szerencsére kézzelfogható eredményeink vannak a több éve versenyző, rutinos diákjaink esetében. Persze az elérhető szakirodalom – ha van az adott témában egyáltalán –, sok esetben nem elégséges az adott probléma megértéséhez. Ilyen esetekben van szükség egy fizikus vagy kellő elszántságú fizikatanár és a diák közös elméleti kutatómunkájára is: fel kell építeni egy megfelelő pontosságú, de középiskolai szinten is megfogalmazható modellt.

Mivel az IYPT gyakorlatilag egy fizikai kutatási verseny, az elméleti fizika mellett nagyon fontos szerep jut a kísérletezéseknek, méréseknek. A kísérleti és mérési eljárások, módszerek megválasztása azonban sokszor nem egyszerű feladat, sőt talán az egyik legnehezebb része a versenynek, s a tanári munka szempontjából is ez az egyik legfontosabb kihívás. Sajnos a legtöbb esetben az önálló kísérletezés és mérés nem kap megfelelő hangsúlyt az iskolákban. Ebből kifolyólag a diákok, néhány eleve nagyon ügyes diáktól eltekintve, rendkívül sokat fejlődhetnek e téren. Az otthoni első próbálkozásoktól az egyetemen megfelelő eszközökkel végzett komplex, szisztematikus és az elérhető legnagyobb pontosságú mérésekig sokat tanulnak a részvevők. Mindebben az ELTE TTK Fizika Intézetének munkatársai nagyon sokat segítenek diákjainknak.
A megfelelő eredményeket megfelelő módon kell prezentálni. Azt gondolnánk, hogy a mai diákoknak ez igazán nem jelenthet gondot. Tapasztalataink szerint azonban az átlag diák ezen a téren sem rendelkezik az iskolából magával hozott komoly tudással és rutinnal. A megfelelő prezentációk elkészítésében azonban rendkívül fontos szerepet játszik a csapat, mely többszöri közös csapatgyűléseken segít minden egyes tagjának, hogy annak előadása a lehető legjobb legyen. Így nem csak a csapatszellemet, de az előadások érthetőségét és a csapattagok általános fizikatudását is erősíthetjük.
Maga a verseny öt „fizikacsörtéből” (*angolul Physics Fight)* áll, melyekben 3-3 csapat vesz részt. Egy csörte során a csapatok mindhárom szerepet, az előadó, opponens és az összefoglaló szerepét cserélik egymás közt (1. táblázat).

1. táblázat: A fizikacsörték szerepeinek feladatai

Előadó – Reporter	**Opponens - Opponent**	**Összefoglaló - Reviewer**
- Bemutatja a saját kutatási eredményeit. - Az ún. diszkusszióban megvédi az eredményeit az opponenssel szemben.	- Áttekinti és röviden összefoglalja az előadást. - A diszkusszióban próbára teszi az előadó eredményeit és ismereteit.	- Teszteli az előadó és az opponens tudását. - Összefoglalja és értékeli az előadást és a vitában elhangzottakat.

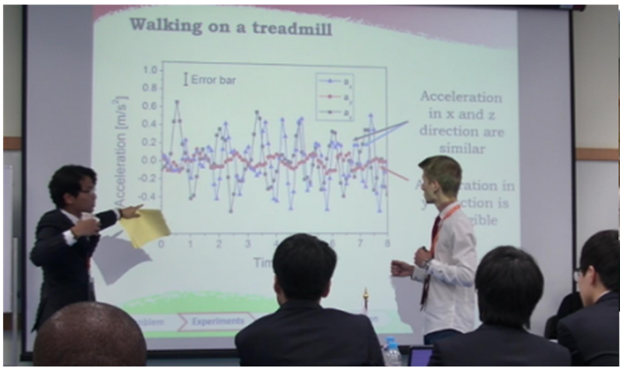
A fizikacsörték felépítése első látásra talán bonyolultnak tűnhet, de az 54. ábra segítségével könnyen megérthető. Az opponens egy adott feladatból kihívja az előadó csapatot. A verseny eredménye szempontjából az opponens csapat részéről jó taktikai érzékre és jó csapatmunkára van szükség a megfelelő kihívás kiválasztásakor. Mivel a jó „kihíváson" sok múlhat a csapat további versenyzése szempontjából, fontos, hogy a döntés a csapat által közösen szülessen meg. Ahhoz, hogy a csapat a versenyen a megfelelő döntéseket hozza, elengedhetetlen, hogy a csapattagok és a felkészítők is jól ismerjék egymást és bízzanak egymásban. Ezt persze nem a versenyen érhetjük el, hanem az egész év folyamán megtervezett, tudatos munkával érhetjük el.



54. ábra: A fizikacsörték felépítése

Ha az előadó megfelelő eredményekkel rendelkezik a kihívott problémából, elfogadja a kihívást, és 12 perces prezentáció formájában bemutatja eredményeit. Ezután az opponens az előadóhoz címzett kérdésekben és egy 10 perces vitában próbára teszi az előadó eredményeit és tudását (55. ábra). Az utolsó szereplő, az összefoglaló, szintén próbára teszi az előadó és az opponens ismereteit, s áttekintést ad az elhangzottakról, esetleg kiegészíti azokat saját meglátásaival, véleményével. Elsőre az opponens és az összefoglaló szerepe sem tűnik túl nehéznek. Azonban ezekben a szerepekben is nélkülözhetetlen a téma magas fokú ismerete, de a lényeglátás, a megfelelő fellépés, vitakészség és természetesen a jó csapatmunka, hiszen egy embernek rendkívül megterhelő mindezekre egyszerre koncentrálni.

A csörték végén a zsűri tagjai teszik fel kérdéseiket a szereplőknek, s végül pontozzák a versenyző diákokat (56. ábra).



55.ábra: Diszkusszió.

56. ábra: A zsűri pontjai.

A diákok közvetlen nyeresége

Az IYPT-re való felkészülés sok időt és energiát követel nemcsak a tanárok, de a diákok részéről is, ám emellett jelentős nyereségekkel is kecsegtet. Egyfelől nagyszerű lehetőséget nyújt olyan érdekes témák és jelenségek alaposabb vizsgálatára, melyekre normál középiskolai körülmények között általában nincs lehetőség. Másfelől diákjaink megtanulják, hogyan tervezzenek meg és hajtsanak végre komolyabb kísérleteket, ami egy igazán fontos készség a jövő mérnökei, fizikusai számára. Megtanulják, hogyan kell eredményeiket hol egyszerűbb, hol komolyabb számítógépes szoftverek segítségével kielemezni, értékelni, vagy éppen megfelelő szimulációkat írni. A nemzeti válogató – december közepe – után diákjaink párokban dolgoznak, ami fejleszti az együttműködésre való készségüket, amit később a csapatban való munka során is kamatoztathatnak. Mivel a témavezetők javarésze fizikus – amire külön figyelünk is, hogy minden diák legalább egy problémáján egy fizikussal dolgozhasson együtt –, így diákjaink napi betekintést nyerhetnek a fizikusok munkájába, ezzel is könnyítve a diákok későbbi pályaválasztását – s remélhetőleg növelve, az esetleg fizikusi vagy legalábbis fizikatanári pályát választók számát. A diákok számára mindezek mellett természetesen rendkívül imponáló, hogy az egyetemen olyan professzionális eszközökkel dolgozhatnak, amik egy átlag középiskolai diák számára elérhetetlenek. S végül, de egyáltalán nem utolsó sorban, nem feledkezhetünk meg magáról a nemzetközi versenyről, ahol a diákok a Föld addig számukra esetleg ismeretlen helyeit, kultúráit ismerhetik meg (57. ábra), megismerkedhetnek és kapcsolatokat alakíthatnak ki a sok országból érkezett, sok esetben a jövő kutatóit jelentő diákokkal [23,24].

57. ábra: A 2015-ös magyar csapat egy ősi thai templomnál.

A kiválasztási folyamat, didaktikai aspektusok

Fontos megemlíteni, hogy minden évben igyekszünk minden magyar középiskolás diákhoz eljuttatni a magyar válogatóverseny kiírását. Ehhez hagyományosan a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapot (KöMaL) használjuk, melyben minden év szeptemberében megjelenik a versenyfelhívás és rövid ízelítő a versenyről. A potenciálisan érdeklődő diákok eléréséhez célzottan posztert is küldünk számos gimnáziumba. Emellett dolgozunk a verseny minél szélesebb körű online hirdetésén is, hiszen manapság rengeteg diák elsősorban online „elérhető". A minél több diák megszólításához egyre jobban próbáljuk hangsúlyozni, hogy nem csak a legnevesebb gimnázium tanulóinak van keresni valója egy ilyen versenyben, hiszen a verseny hozadékai minden magyar diák számára nagyon hasznosak lehetnek. Ezt az üzenetet persze nem csak a diákok felé kell tudnunk közvetíteni, hanem a fizikatanárok felé is.

A jelen kor fizikatanára – mint a legtöbb más szak tanára is– erősen túlterhelt, extra feladatokra sokszor se ideje, se energiája. Éppen ezért mindenképp elismerésre méltó, ha egy fizikatanár időt és energiát szán diákjai első IYPT-s lépteinek támogatására. Természetesen ez – legtöbbször idegennyelvű – szakirodalom átolvasását, megértését és sok kísérletezését jelent. Emiatt is próbáljuk a felkészítést úgy szervezni, hogy a kollégák válláról annyi terhet vegyünk le, amennyit csak lehet, nem elvéve annak a lehetőségét, hogy a lelkes kollégák bármeddig és bármilyen mélységben részt vegyenek a felkészítési munkában.

A felkészítési folyamatot több körre osztottuk, melyekben lehetőség szerint a diákoknak mindig másfajta tudásukról kell számot adni illetve, ami talán még fontosabb, fejlődni. Hiszen minden jelentkező diák nem lehet ott a Magyarországot képviselő csapatban, de minden résztvevő diák tanulhat és fejlődhet, még akkor is, ha esetleg csak az első fordulóban tudna részt venni. Szándékunk szerint, minden fordulót úgy alakítunk, hogy az lehetőséget ad a fizikai ismeretek bővítése mellett valamely készség vagy képesség fejlesztésére, így juttatva minden résztvevőt nyereséghez.

Az első forduló: esszéírási feladat.

A jelentkező diákoknak adott év november végéig kell egy maximum nyolc oldalas, magyar nyelvű esszé formájában bemutatni egy általuk választott probléma vizsgálatában addig elért eredményeiket. A beérkező esszék minőségének széles spektruma alapján látszik, hogy a magyar diákok sajnos nincsenek hozzászokva az ilyen típusú feladatokhoz. A feladat – s egyben az IYPT – nehézségét az is mutatja, hogy az előzetesen a versenyre regisztrált diákok általában csak mintegy fele küld be dolgozatot. A dolgozat minőségétől függetlenül, a beküldő diákok már komoly teljesítményt nyújtottak, hiszen a dolgozatok elkészítéséhez is rengeteg területen kell megállniuk a helyüket, fejleszteni tudásukat.

Sok országban ezt az esszéírói kört – elsősorban a résztvevők magas száma miatt – kihagyják. A dolgozatok gondos átolvasása és értékelése a magyar szervezőktől is komoly munkát kíván, de reményeink szerint ez a munka megéri, tekintettel a diákok fejlődésének segítségére. A jelentkező diákok számának jelentős növekedése esetén sem szeretnénk lemondani erről a fordulóról, bízva számos lelkes kolléga segítségében. Segítségükkel a jelenleginél jóval nagyobb számú dolgozatot is megfelelően át tudunk majd olvasni, értékelni. Tapasztalatunk szerint az ebben a fordulóban nyújtott teljesítmény sok esetben a diák szinte teljesen önálló munkáját dicséri. Ha azonban ebben a fordulóban a fizikatanár tevékenyen segíti diákja munkáját, akkor még effektívebb volt a diák probléma vizsgálatával töltött ideje. A beküldött dolgozatok mindegyikét előre meghatározott, s diákok számára nyilvános szempontrendszer alapján értékelünk, s személyre szabott, részletes szöveges visszajelzésben bemutatjuk a dolgozat erősségeit és fejlesztendő területeit egyaránt.

Ebben a fordulóban a diákok által végzett munka által fejlesztett területek:

- Tudományos – főleg angolnyelvű – cikkek olvasása: Ez elsősorban természetesen az értő olvasás fejlődését segíti, hiszen sok esetben a nagyszámú és nagy terjedelmű cikkekben a diákoknak fel kell tudniuk fedezni a lényeget. A cikkekben meg kell találniuk azokat a pontokat, amelyek az ő speciális problémájuk megértése céljából a leghasznosabbak.

- Önálló kutatás: Természetesen nem váruk el profi kutatói eredményeket, hiszen a diákok általában sajnos egyáltalán nem rendelkeznek még csak hasonló tapasztalatokkal sem. Ez alól talán az egyetlen üdítő kivételt a KöMaL rendszeresen kísérletező diákjai jelentenek. Azonban tapasztalattól függetlenül, az igényesebb diákok munkájuk közben önkénytelenül is rákényszerülnek kutatásaik rendszerezett és precíz kivitelezésére, mely minden résztvevő diák számára hasznos tanulságot jelent.

- Kreativitás fejlesztése: Az irodalomból származó, elméleti és kísérleti információk persze sok esetben csak közel állnak, vagy csak részben kapcsolódnak a kitűzött problémához. Ilyen esetekben a diákoknak sokszor szellemes, újszerű ötletekkel kell előállniuk. Az ilyen fajta kihívásokkal való találkozás általában nagy sikerélményt jelent a diákoknak, s mellesleg sok örömöt a dolgozatot javító tanároknak. A jelenlegi oktatási rendszerről szóló vitákban sokszor hangzik el, hogy diákjainkból kivész a kreativitás. Talán éppen ezért is fontos az IYPT adta lehetőség, hiszen itt mindenképpen komoly fegyvertényező a problémák kreatív megközelítése.

- Tanár és diák együttműködése: Az előbb említett területek persze sokkal könnyebben és eredményesebben fejlődhetnek, ha mindebben megfelelő segítséget kaphatnak a diákok. Ahhoz azonban, hogy a fizikatanár hatékonyan tudjon segíteni diákjának, fel kell tudnia vállalni egy újfajta, egyfajta mentortanári szerepet. Ez, a hétköznapi munkában használt módszerektől és tanítási helyzetektől távol eső szerep elsősorban azt jelenti, hogy a fizikatanárnak fel kell tudni vállalni, hogy ő maga is, a diákkal szinte párhuzamosan halad a probléma feltérképezésében és megértésében. Ez akár egyfajta presztízsveszteségnek tűnhet, de tapasztalatom szerint a diákok nagyon élvezik és megtiszteltetésnek veszik, ha tanáruk velük együtt, közösen vág az „ismeretlenbe”, s együtt végzik a kutatómunkát. Ez a fajta munka mindenképpen hasznos lehet a diák későbbi pár és csapatmunkáiban, természetesen akár az IYPT keretein kívül is!

- Tudományos esszéírás: A beküldések előtt, a regisztrált diákok számára egy dolgozat sablont teszünk közzé. Ezzel egyfelől, a beküldött dolgozatok egységesítésével szeretnénk a javítók munkáját könnyíteni. Másfelől célunk a diákok munkájának megkönnyítése is, hiszen sokuk korábban még nem találkozott ezzel a műfajjal, főleg nem alkotó résztvevőként. Reményeink szerint ezzel is segíthetjük a diákok fejlődését. Sajnos több esetben előfordult már, de szerencsére talán évről-évre kisebb számban, hogy néhány beküldött dolgozat a közzétett dokumentum sablontól, annak mind formai mind logikai szerkezetétől jelentős eltérést mutatott. A minden egyes diáknak visszaküldött értékelésben természetesen az ilyenfajta hibákra is felhívjuk a figyelmet, ezzel is segítve a jövőbeni eredményes munkájukat.

A második forduló: a „Hungarian Young Physicists´ Tournament”.

Az esszéírók közül lehetőségeink szerinti legtöbb – kb. 20 – diákot behívunk az ELTE TTK-ra, ahol december közepén egy angolnyelvű szóbeli fordulóban mutathatják meg tudásukat. Éppen az angoltudás bemutatása miatt ezt a fordulót Hungarian Young Physicists´ Tournament-nek (röviden HYPT, magyarul Ifjú Fizikusok Magyarországi Versenye) neveztük el. Ekkor még elsősorban az IYPT prezentációs részét próbáljuk modellezni, s kérjük a diákoktól eredményeik 10 percben történő bemutatását. Az előadásokból a nyelvtudáson túl lemérhető többek között a diákok előadói képessége és logikus gondolkozásmódja. Ami talán ezeknél is fontosabb, kiderül, a diákok mennyire fogadták meg, használták fel az írásbeli munkájukra visszaküldött észrevételeket, javaslatokat. A fizikai tudás mérése elsősorban az ELTE TTK oktatóiból álló zsűri magyarnyelvű kérdéseire adott válasz alapján történik. A kérdésekre adott válaszok persze jól mutatják a diák talpraesettségét is, melyre a verseny további részeiben is nagy szükség lesz. Ebben a fordulóban választjuk ki ugyanis a magyar csapat 10 (korábbi években 8) tagját. Közülük nem mindenki képviselheti majd hazánkat az IYPT-n, de munkájával mindenképpen hozzátesz annak eredményességéhez. Azok a diákok, akik végül nem lesznek az IYPT-re utazó csapat tagjai, egy ausztriai felkészülési versenyen vehetnek részt. Így ők is belekóstolhatnak az IYPT világába, s tapasztalatokat gyűjtve a jövő évre már rutinosabban készülhetnek.

Ebben a fordulóban a diákok által végzett munka által fejlesztett területek:

- Kritikai észrevételek pozitív felhasználása: Ahogy az már az első fordulót leíró bekezdésből is kiderült, a dolgozatot beküldő diákok mindegyikének részletes értékelést küldünk ki. Ebben a lehető legkonstruktívabb módon próbáljuk megfogalmazni mind pozitív mind negatív észrevételinket. A dolgozat pozitív tulajdonságainak kiemelése természetesen legalább annyira fontos, mint az esetleges hibák, hiányosságok feltárása, bemutatása. Célunk mindenekelőtt a segítség, hogy a diák fejlődhessen, akárhol is áll tudása az adott pillanatban. Hogy ez a segítség mennyire volt hasznos, sok esetben egyből a második fordulóban megláthatjuk, hiszen az igényesebb, kooperációra hajlandó diákok észrevételeinket egyből beépítik az előadásaikba, esetleges hibáikat javítják, vagy mondandójuk szerkezetet fejlesztik.

- Prezentációkészítés: Ennél a pontnál megint csak azt gondolhatnánk, hogy diákjainknak ez a feladat nem igazán jelenthet gondot. A gyakorlat azonban azt mutatja, hogy néhány kivételtől eltekintve, a legtöbb diák igazán komoly prezentációkat korábban nem készített, így munkájuk ezen fázisában több alapvető hibát követnek el. Ez jelentheti azt, hogy nem elég logikus vagy követhető az előadás struktúráját, a prezentáció mennyiségének rossz felmérését, egyeletlen eloszlását stb. Már csak azzal, hogy a diákok a verseny okán egy ilyen prezentációkészítési szituációba kerülnek, sokat tanulhatnak. Természetesen a továbbjutó diákok sok közös és önálló munka keretében fejlesztik még ezt a fajta tudást, hogy a jövőben minél logikusabb, jól követhetőbb és érthetőbb előadás-prezentációkat készítsenek.

- Nyelvi és előadói készségek: Ez talán az egyik legáltalánosabb haszonnal kecsegtető terület, hiszen az itt szerzett nyereség az élet bármely területén segíthetik a diákokat. Sajnos az a tapasztalatunk, hogy az angolul igazán jól beszélő diákok inkább a kivételt jelentik, de szerencsére a diákok átlagos angoltudása mindenképpen kielégítő s talán az évek során javuló tendenciát mutat. Több esetben a diákok felolvassák az előadásuk szövegét, ami persze koránt sem optimális. De a „felolvasós” diák is már nyilvánvalóan sokat dolgozott angoltudása fejlesztésén. A diákok számára saját tapasztalatukon keresztül egyfelől egyértelműen átélhetővé válik az angol nyelvtudás fontossága, másfelől nagyszerű élményt és önbizalmat adhat, hogy 10 percen keresztül önállóan, angolul adhattak elő.

- Mélyebb fizikai ismeretek: Bár a beküldött dolgozatok olvasása közben természetesen kialakul egy általános kép a versenyző fizikatudásáról, de azt igazából leginkább talán a zsűri kérdéseire adott válaszok alapján mérhetjük le. Hosszas viták után végül úgy döntöttünk, hogy a zsűri kérdések magyarul hangozzanak el, így adva nagyobb teret a diákoknak fizikai tudásuk nyelvi korlátok nélküli bemutatására. A kérdésekre adott válaszok alapján kiderül, a diák mennyire látja összefüggéseiben az általa bemutatott jelenséget, illetve kiderül, mennyire tudja ismereteit rugalmasan, akár számára teljesen új kontextusban alkalmazni. Mivel a zsűri tagok ekkor találkoznak először a diák munkájával, így természetesen a legalapvetőbb kérdések is elhangozhatnak, s ezzel is szimulálják a későbbi, a verseny diszkussziójában elhangzó kérdéseket. Mindemellett a diákoknak nagyszerű érzés, hogy munkájukat az ELTE professzorainak és kutatóinak mutathatják be, s kérdéseikre helyes, meggyőző válaszokat adva igazán büszkék is lehetnek teljesítményükre. Ez természetesen tovább erősítheti a természettudományos, azon belül is remélhetőleg elsősorban a fizika iránti pozitív attitűdjüket.

A harmadik forduló: kezdődik a csapatmunka!

A harmadik forduló elsődlegesnek tűnő feladata, hogy kiválasszuk azt az öt diákot, akik Magyarországot képviselhetik az IYPT-n. A valóságban ennél azonban sokkal több célja és haszna van, ami elsősorban a fordulóra való felkészülés hozománya. A második forduló után már csak a legígéretesebb tíz diákkal dolgozunk, velük viszont rendkívül intenzíven. Ez a közel 4 hónapos időintervallum a diákok számára is eléggé megterhelő, hiszen már elég közel érzik magukat a célhoz, de még semmi sem biztos! Az erősen motivált diákokat erre az időszakra párokba osztjuk, hogy ez által is fejlődjön a pár- és csapatmunkában való jártasságuk, s hogy minden problémát két diák is jól ismerjen. A párok egymás feladatain közösen dolgoznak, s a felkészülés közbeni együttműködésük minőségét is figyelembe vesszük a végső kiválasztáskor. Ebben a szakaszban a diákok minden vizsgált probléma mellé kapnak egy segítő témavezetőt is. Néhány témavezető, elsősorban rutintól és leterheltségtől függően több problémával is foglalkozik. A munka ekkor már elsősorban az ELTE TTK Anyagfizikai Tanszékén, azon belül is főleg a - 2.130-as teremben kialakított - diáklaborunkban folyik. Szerencsére, bár talán nem véletlenül, az IYPT által nyújtott érdekes problémákhoz sok lelkes kolléga segítségét is megnyertük az évek folyamán, akik az egyetemen belülről egy-egy probléma erejéig nagyfokú szakmai segítséget nyújtanak diákjaink felkészítésében. A fizika terén nem csak elméleti, de kísérleti ismereteiket is bővíthetik a diákok. Ebben a szakaszban van ugyanis lehetőségük a diákoknak a témavezetőkkel nem csak közös elméleti munkára, hanem közös mérési feladatok elvégzésére is. Ebben a szakaszban van lehetőség az eredmények bemutatását is igazán gyakorolni, fejleszteni, mind a prezentációk, mind az előadásmódok terén.

Az IYPT-re utazó ötfős csapatot március végén választjuk ki. A kiválasztás bárki számára nyilvános, ami a gyakorlatban azt jelenti, hogy néhány lelkes szülő is részt vesz rajta. Minden résztvevő diák a párokban vizsgált feladatok közül egy, sorsolás útján a számára kiválasztott problémát mutat be. Az értékelést az összes témavezető (min. 5 fő) alkotta zsűri végzi. Az értékelésben a legfontosabb a bemutatott előadás minősége, a zsűri kérdéseire adott válasz. A témavezetők ezen kívül a korábbi felkészülési munka alapján azt is le tudják mérni, hogy az adott diák mennyire volt témavezetőjével és a párjával együttműködő. Csapatversenyről lévén szó, az együttműködési készség is nagyon fontos a további munkában és a versenyen egyaránt. Bár az együttműködési készség mérése meglehetősen szubjektívnek tűnhet, az eddigiekben mégis könnyen sikerült konszenzusra jutnunk.

Ebben a fordulóban a diákok által végzett munka által fejlesztett területek:

- Pár- és csapatmunka: A diákok a versenyre való felkészülés közben egy teljesen új közegbe kerülnek. Ilyen esetekben sokszor könnyebb egyszerre csak egy új diáktárssal megismerkedni, vele közösen dolgozni. Erre tökéletesen alkalmas a diákok pármunkája, melyben az általuk már korábban is vizsgált két-két problémát közösen vizsgálnak tovább. A diákok számára a megjelenő új kutatópartner sokszor friss lendületet és új látásmódot hoz a jelenségek vizsgálatához. A diáklaborunkban szerencsére annyi hely áll rendelkezésre, hogy ott egyszerre akár több pár is dolgozhat, így a csapat tagjai egyre jobban megismerik, segítik és motiválják egymást. Ezáltal a későbbi csapatépítés is sokkal egyszerűbb feladatot jelent a csapatvezetőknek.

- Laboratóriumi eszközökkel végzett mérések: A témavezetőknek ez persze külön odafigyelést jelent, még ha nem is kifejezettem nagy értékű eszközökről van is szó. Bár sok eszköz olyan hétköznapi mérőberendezés (mint például nagysebességű kamera), ami nem igényel külön szaktudást a diákok részéről, de vannak olyan eszközök (mint például hőkamera) melyek használata már speciális ismereteket is igényel. A diákok számára az ilyen eszközökkel való munka élményt, örömöt jelent, ami mindenképpen növeli a versenyen való részvételi motivációjukat, s későbbi tanulmányaikhoz is segítséget ad.

- Prezentációs, előadói és kommunikációs készségek: A prezentációk minél jobb felépítésében természetesen a témavezetők is segítenek, de a leginkább a problémával közösen foglalkozó diákok állítják össze a prezentációs fájlokat. Ezeket, a kiválasztás előtt az egész csapatnak bemutatják, és azok fejlesztésében végül az egész csapat kiveszi a részét. Ezen kívül próbáljuk a diákok előadói és kommunikációs készségeit célzottan, külön ezekre a területekre specializálódott tréningek keretében is erősíteni. Ezek a képzések a jó előadás elméleti bemutatásán kívül, játékos formában, a gyakorlatban is lehetőséget adnak arra, hogy a diákok rutint és magabiztosságot szerezzenek későbbi előadásaikhoz.

A kiválasztás után

Miután kiválasztottuk a végső ötfős csapatot, a többi diák részt vesz az osztrák felkészülési versenyen, az AYPT-n (Austrian Young Physicists' Tournament). Az AYPT hivatalosan az osztrák válogatóverseny, ahova osztrák diákok 3 (ill. korábban 3-5) fős csapatai jelentkezhetnek. Mivel azonban Ausztriában is viszonylag kevés csapat volt elég bátor a jelentkezéshez, az IYPT-n adott évben nem résztvevő diákokból álló külföldi csapatok is részt vehettek rajta. A 2017-es évtől változnak az AYPT szabályai, így a továbbiakban már egyáltalán nem biztos, hogy lesznek résztvevő külföldi csapatok is. Az AYPT-re az IYPT-re utazó magyar diákok nézőként elkísérik az itt versenyző társaikat. Ez számukra elvileg egy csapatépítő „kirándulás", ám jó látni, hogy itt is mennyire a teljes – 8-10 fős – csapat dolgozik azon, hogy az éppen versenyző diákok a lehető legtöbbet hozzák ki magukból. Ez a verseny természetesen jó alkalom a rutinnal még nem rendelkező, a versenyben első alkalommal résztvevő diákok számára is. Diákjaink itt a verseny felépítéséről és lefolyásáról jobb, teljesebb képet kaphatnak, hiszen az AYPT teljes egészében az IYPT mintáján lezajló verseny – az előadás mellett van opponálás, értékelés stb.. Ennek köszönhetően diákjaink így nem csak az IYPT-n találkoznak először az IYPT-nek megfelelő igazi versenyszituációval. Ezt a munkát itthon, a jelentkező diákok száma és iskolánkénti töredezettsége miatt egyelőre lehetetlen elvégezni. Ennek ellenére bízunk benne, hogy a nem túl távoli jövőben sikerül feltornásznunk a jelentkező diákok számát, s elérnünk, hogy egy iskolából több diák, csapatot alkotva jelentkezzen. Ebben az esetben a magyar kiválasztási verseny is jobban hasonlíthatna az eredeti IYPT-re. Az AYPT persze mindezek mellett egy nagyszerű díj és lehetőség azoknak a diákoknak, akik nem jutottak ki az az évi IYPT-re. Az itt résztvevő, főleg alsóbb éves diákok esetében azonban ez is ad olyan élményt, ami miatt szívesen újra jelentkeznek a következő évi IYPT-re.

Tapasztalatunk szerint bizonyos körülmények között sokkal hatékonyabban tudunk haladni a kiválasztott problémákra adott megoldásainkkal. Ez főleg azt jelenti, hogy közösen, a problémákról együtt gondolkozva sokkal jobb ötleteink születnek. Emiatt, anyagi lehetőségeinktől függően az IYPT-re való utazás előtt nagyjából egy hónappal egy hétvégi felkészülési „edzőtábort" tartunk, melyben a problémákon való közös gondolkodás mellett, a diákoknak csapatban megoldható feladatokkal kell foglalkozniuk, ezzel is segítve a versenyen a gördülékeny együttműködést.

Hagyományok nélkül nincs jövő

Az elmúlt években a magyar IYPT felkészülés során tett erőfeszítéseink természetesen nem előzmény nélkül valók. Ahogy már korábban is felmerült, Magyarország már 1989 óta sikeres résztvevője, sok évben éremszerzője, sőt nyertese volt az IYPT-nek [22,26]. Az 1989 és 2012 közötti csapatvezetők, Dr. Rajkovits Zsuzsanna, Skrapits Lajos, Dr. Illy Judit és Kenesei Péter nem csak felkészítették a diákokat, de kiépítették a legfontosabb kommunikációs csatornákat a diákokhoz és a fizikatanárokhoz, akiket ezáltal manapság is könnyebb megszólítanunk. Emellett 2000-ben ők szervezték meg Budapesten, az ELTE TTK-n az IYPT-t. Részben ennek is köszönhetően, s természetesen a sok éves munkájuk által alakulhatott ki az egyetem dolgozóival az a jó kapcsolat [24,26], amelynek gyümölcseit a mai napig élvezhetjük, a sok lelkes és segítőkész kolléga munkájának formájában.

A tapasztalatok összefoglalása és alkalmazása az osztályteremben

Az ifjú fizikusok nemzetközi versenye, azaz az iypt egy modern fizikaverseny. Talán éppen ez adja a versenyre való felkészülés, a hagyományos iskolai körülményektől jelentősen eltérő formáját és módszereit. Szintén ebből, a hagyományostól való különbözőségéből jöttek olyan eredmények a fizikatanítás terén, melyek nem csak a versenyfelkészítést jelentő tehetséggondozásban, de a mindennapok fizikatanításában is hasznosak.

Nem kifejezetten fizika vagy természettudomány tagozatos gimnáziumban tanító fizikatanárként talán az egyik legnagyobb örömöm az, amikor – a relatíve alacsony matematika- és fizikaóraszámok miatt – a hagyományos versenyeken nem feltétlenül kiemelkedő, de érdeklődő, lelkes és persze tehetséges diákjaimmal közösen dolgoztunk egy- egy probléma jobb megértésén. Tesszük ezt a diákjaim túlterheltsége ellenére, az iskolai tanítás után, sokszor órákon át. Bár sokan nehezen motiválhatónak tartják a mai diákokat, nekem szerencsém volt a sok-sok nyolcadik és kilencedik órában, sőt sok esetben, tanítási szünetekben is diákjaimmal közösen dolgozni az IYPT feladatain.

Az eddigi, és valószínűleg a jövő versenyzői is sok esetben a „learning by doing” azaz magyarul talán a „gyakorlat általi tanulás” típusú diákok közül kerülnek ki. Nekik korábban viszonylag

kevés lehetőségük volt szép versenyeredményeket elérni. Szerencsére egyre több olyan verseny van, ahol ők is megmutathatják tehetségüket. A magyar oktatási rendszer, és a legtöbb tanulmányi verseny továbbra is elsősorban elméleti ismereteket vár el a diákoktól. Így a magyar diákoknak sokszor sajnos szokatlan ez a rengeteg kísérletet is igénylő verseny. Látva az IYPT versenyző diákokra gyakorolt rendkívül pozitív hatását – fizikatudás és más készségek terén egyaránt –, szerettem volna tapasztalataimat a normál iskolai keretek között is kamatoztatni.
Az iskolámban nem egyből IYPT problémákkal kezdtem az ilyen típusú fizikatanítást és tehetséggondozást. Az IYPT-re való egyik legjobb felkészülés a KöMaL kísérleti fizikai feladatainak feldolgozása, megoldása. Szerencsére rengeteg érdekes és hasznos feladat áll rendelkezésre, melyek az interneten pillanatok alatt elérhetőek, és az alsóbb osztályokban, megfelelő tervezés után, izgalmas egész éves programot lehet szakkör keretében végrehajtani. A diákjaim jó tapasztalatai alapján, páran szívesen vettek részt a nehezebb és sokkal több időt igénylő IYPT-n. Persze a diákok egy jelentős része nem igazán szeret versenyen részt venni, ám az iskolai keretek között befektetett munka nem maradt pozitív hozadékok nélkül számukra sem.

Az IYPT a kísérlet központú, egyre komolyabb fizikatanuláson kívül, a már korábban említett egyéb készségek és képességek fejlesztésére is alkalmas, akár a normál fizikaórákon is. Egyfelől, mert magán a versenyen nem csak a legtehetségesebb kis fizikusok lehetnek eredményesek, hanem a tehetséges, szorgalmas és kitartó, érdeklődő diákok is. Másfelől a kreativitás, prezentációs és előadói készségek fejlesztése nem csak az egyetemre való felkészülésben, de a normál osztályteremben is jól alkalmazható, felhasználva az IYPT-s tapasztalatokat. Ehhez nem kell mást tenni, mint néhány igazán érdekesnek tűnő, nem túl bonyolult IYPT problémát kicsit leegyszerűsíteni, szűkíteni illetve egy bizonyos részterületre, például egy-egy mérési feladatra konkretizálni. Alapórai diákjaimat 3 fős csoportokba szervezve, a felkészülésre megfelelő időt adva (nagyjából egy hónap), az év megfelelő szakaszában – amikor a diákok a passzív befogadói és magolási folyamatok miatt nyitottabbak a másfajta elfoglaltságra –, minden csoportra néhány óra időt segítségként szánva, érdekes alapórai projektmunkát készítettem elő.
A megfelelő fizikai háttér felderítésében természetesen kell némi segítséget nyújtani a legtöbb diáknak. Az elvárásokat a megfelelő – nem túl, magas – szintre helyezve, a diákok hamar önálló kutakodásba fogtak, s a megfelelő egyszerűbb kísérleteket elvégezve – még ha konkrét méréseket az adott esetben nem is csinálnak –, eredményeiket egy maximum 10 perces előadás formájában mutatták be, anyanyelven vagy az oktatás nyelvén, németül. Mivel a csoportokban egyaránt

lehetnek extrovertált és introvertált diákok, ezért az előadáson belüli feladatmegosztást célszerű volt a diákokra bízni, azzal a kikötéssel, hogy legalább 1 percet minden diáknak beszélnie kell. Az egyszerű, de a diákokhoz jól alkalmazkodó szabályokat betartva és betartatva, a diákjaim által nagyon szeretett, érdekes és az egész éves munkában üdítő hatású tanítási-tanulási módot kaptunk. Alacsonyabb évfolyamokon hasznos és célszerű a már említett KöMaL feladatokkal véghezvinni az említett projektet.

Az elmúl két év projektjeiben IYPT versenyről származó problémái voltak a még 2014-ből származó *„Magnetic brakes",* 2015-ből a *„Thick lens"* és a *„Magnus Glider"* című feladatok. 2016-ból a *„Super Ball"*, és 2017 évi feladatok közül a *„Ballon airhorn"* és a tojástörés megakadályozását célul kitűző *„Invent Yourself"* című feladatokkal foglalkoztak egyes diákcsoportok. Mint látszik, a feladatokban kitűzött jelenségeket viszonylag könnyű volt megvalósítani, ami már önmagában hordozza a sikerélmény lehetőségét! A jelenségek kvalitatív magyarázata sem túl bonyolult, így az Interneten történő kis keresgélés után, a diákok el is magyarázhatták társaiknak a bemutatott kísérletek okait is. Amennyiben az Interneten nem találtak magyarázatot, természetesen tőlem kaptak segítséget a továbblépésben.

A KöMal feladtok közül a idénről a 2016 októberi M.362. számú, papírcsíkok lehajlását vizsgáló feladatot, a 2016 decemberi M. 364. számú, műanyag palackból vízkifolyás sebességét vizsgáló feladatot dolgozták ki diákjaim. Korábbról a 2015. decemberi M. 355. számú, olajfolt átmérőjét vizsgáló feladatot, valamint a 2016. áprilisi M. 359. számú szódás patron szén-dioxidjának sűrűséget vizsgáló feladatot dolgozták ki és mutatták be diákjaim. Ezeknél a feladatoknál az IYPT feladatokhoz képest könnyebb kvantitatív méréseket végezni, így ezeket a feladatokat elsősorban a bátrabb „kísérletezőknek" ajánlottam, akik nem elégedtek meg a jelenség puszta reprodukálásával.

Az elmúlt két évben mintegy 90 diákom vett részt a KöMaL vagy IYPT feladat köré szerveződő projektben. Közülük páran direkt meg is jegyezték, hogy most először volt igazán sikerélményük a fizikaórán, mert amúgy a számolós feladatok nem igazán mennek nekik. Szerencsére azonban közülük többen nagyon alapos megfigyelőnek, jó kísérletezőnek bizonyultak, így a sikerélményüknek köszönhetően további fizikaórákon már több kedvvel vehetnek részt. Legyen szó IYPT vagy KöMaL feladatokról, a diákok lelkesen végezték feladatukat: mértek, felkészültek, előadtak és kérdeztek egymástól! Emellett tapasztalataim alapján állíthatom, hogy a diákok által ily módon nyert ismeretek a fizikával hosszabb távon nem tervező diákoknak is hasznosak lehetnek az élet egyéb területein, s mindemellett pozitívan befolyásolják a fizika iránti attitűdjüket. Célom, hogy a jövőben minden általam tanított csoportban alkalmazzam ezt a kicsit rendhagyóbb fizikatanítási módot. Tervezem ezt a diákok látható örömére, és a kísérletezőbb kedvű tehetséges diákok felfedezésére.

Összefoglalás – nemzetközi tapasztalatok haszna a hétköznapokban

Kutatásaim alapján elmondhatom, hogy az IYPT sok hasznos hozadéka közül az egyik legfontosabb, hogy bővíti azon tehetséges és lelkes diákoknak a körét, akik szabadidejükben fizikával foglalkoznak. Közülük sokan vannak, akik bár a hagyományos feladatmegoldó versenyeken talán nem lennének kiemelkedőek, de fizika iránti szeretetük mégis annyi erőt ad nekik, hogy egész évben időt és energiát fektetnek be ismereteik bővítésére. Természetesen az amúgy hagyományos versenyeken is kiemelkedő teljesítményt mutató diákok számára is nagyon hasznos lehet a fizika egy kicsit más, a kutatói szemlélethez talán valamelyest közelebb álló megközelítése.

Emellett állíthatom, hogy az IYPT másik legfontosabb hozadéka az a – kísérleteken, csapatmunkán, és önálló előadáson alapuló – fizikatanítási szemlélet, amit projektmunkaszerűen akár az alapórai fizikaoktatásban is sikerrel alkalmazhatunk. Ez persze nem feltétlenül jelenti azt, hogy minden diákból fizikust vagy mérnököt nevelhetünk, de biztosan bővíthetjük diákjaink fizikai ismereteit, segíthetünk a tudomány működésének jobb megértésében, a XXI. században fontos készségeket fejleszthetünk, s mindenképpen növelhetjük diákjaink fizika iránti pozitív attitűdjét.

A doktori értekezés összegzése

Doktori munkám során azt vizsgáltam, hogyan lehet a fizikai kutatómunkában, az egyetemi oktatásban vagy nemzetközi fizikaversenyen már jól ismert eljárásokat és módszereket a középiskolai tantermi fizikaórákhoz vagy tehetséggondozó fizikatanításhoz finomítani, azokat az iskolai körülményekhez alakítva alkalmazni. Az ehhez vezető út elsősorban a megfelelő témaválasztáson alapuló fizikai megismerési folyamat bemutatása és lehetőség szerinti személyes átélése volt. A diákok természetes tudásszomjához való alkalmazkodás lehetőséget ad a megfelelő témaválasztáshoz, s így érve el a diákok a szokottnál kicsit nagyobb érdeklődését és figyelmét.

Figyelembe véve a diákok érdeklődését és előismereteit, munkám középpontjába a kísérleteken alapuló megfigyeléseket és méréseket állítottam, melyeket a lehetőség szerinti legegyszerűbb fizikai modell felállításához használtunk – akár a középiskolában, akár az országos szinten válogatott tehetséges diákok körében.

Dolgozatom első fejezetében bemutattam, hogy bár a dimenzióanalízis a gyakorlatban alapvetően pont a nehezen vagy csak drágán kivitelezhető kísérletek esetében igazán hasznos, a középiskolai munkában, kísérletekkel is összekötve minden diák számára hatékony fizikai modellépítési és megismerési folyamatot kínál.

Az első fejezetben megfogalmazott gondolathoz szorosan kapcsolódik a középiskolában alkalmazott hasonlósági modellezést bemutató fejezet. Bemutattam, hogy az érdeklődő, a jövő mérnökeit jelentő diákok számára, gyakorlati módszereken keresztül, a középiskolai szintet meghaladó matematikai és fizikai ismeretek nélkül is egyszerű belépőt kínálhatunk a dimenziótlan számokkal leírható hasonlósági modellezés világába.

A harmadik fejezetben a fizika iránt kifejezetten érdeklődő diákokat próbáltam megszólítani. A feketetest-sugárzás alaposabb vizsgálata nem csupán egy szintetizáló összefoglalása több – klasszikus – fizikai területnek, de matematikai eszközigénye miatt hasznos a fizika területén továbbtanuló középiskolás diákoknak, vagy már az egyetemen tanuló hallgatóknak.

A harmadik fejezet eredményeinek egy lehetséges hasznos alkalmazást is jelenthet a negyedik fejezetben tárgyalt tantermi munkafolyamat, mely egyszerű légköri folyamatok egyre finomodó modellezését mutatja be. Természetesen itt is a tudományos megismerési folyamat minél egyszerűbb és diák közelibb bemutatása volt a cél.

Az ötödik fejezet mindkét részében bemutattam, hogy milyen, a köznapi iskolai módszerektől eltérő módon sikerült hőtani illetve optikai kérdésekkel foglakozni tehetséges középiskolás diákokkal. A modern eszközök használatán túl a diákok által elvégzett modellépítés és rendszerezett méréseik jelenthetik munkánk igazi eredményét, amik az érdekes fizikai tartalmon túl, kicsit egyszerűsítve jól használhatók akár a középiskolák tantermeiben is.
Az utolsó fejezetben megpróbáltam bemutatni, hogy a tehetséggondozás egy már hagyományosnak mondható formáját, az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyére való felkészítési munkát hogyan alakítjuk kollégáimmal, hogy az a jelen kor diákjaihoz és a jelen kor kihívásaihoz minél jobban alkalmazkodjon. E fejezetből kiderül, hogy eredményeinket nem csak a konkrét versenyfelkészítésben használhatjuk, hanem azok a „hétköznapi" tantermi munka színesebbé, érdekesebbé és bizonyos értelemben hasznosabbá tételében is segítségünkre lehetnek.

Az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye, s természetesen egyszerűen az iskolai diákjaimmal való „hétköznapi" munka is folyamatosan újabb érdekes témákat, problémákat hoznak. Ahhoz, hogy továbbra is hasznos és fejlődő fizikatanár lehessek, meg kell hallanom, észre kell vennem ezeket a témákat és lehetőségeket. Így reményeim szerint a doktori programban elkezdett munkám nem ér véget e dolgozat megírásával.

Summary of dissertation

During my PhD I studied how the procedures and methods of physical research - that are already well-known at university education or at international physics competition - can be refined to physics classes in the high school classroom or in talent management classes, how they can be applied at school conditions. The road leading to this was primarily a presentation and personal experience of the cognitive processes in physics based on the chosen topics. The adjustment to student’s natural need of knowledge gives opportunity for the appropriate choice of subjects, thus reaching a little more interest and attention of the students.

Taking the students' interest and knowledge into account, I focus on observation-based experiments and measurements that have been used to set up the simplest physical model as possible - in high school or among selected, gifted students at national level.

The first chapter of my thesis shows that although the practical use of the dimensional analysis can be seen rather in difficult or expensive experiments, if combined with experiments, it can offer effective physical and cognitive model building processes for all secondary school students.

The idea formulated in the first chapter is closely related to Chapter 2 presenting similarity modeling used at secondary school. I show that for interested students, the engineers of the future we can offer a simple entry into the world of similarity modeling with dimensionless numbers, through practical methods, without the need of any mathematical or physical knowledge above the high school level.

In the third chapter, I tried to address the students specifically interested in physics. The more thorough examination of the blackbody radiation is not only a synthetizing summary of more classical physical fields but – because of its need for mathematical tools – it is necessary for secondary school students who are planning to study physics at the university or are already studying physics at universities.

The classroom process presented in Chapter 4 can be a useful application of the results of Chapter 3. This demonstrates the continuously refined modeling of simple processes in the

atmosphere. The aim is of course the presentation of the scientific cognitive process in a simplest and the most student-centered way.

In Chapter 5 I demonstrate how it was possible to answer thermo dynamical and optical questions with talented secondary school students through methods that are different from everyday school methods. Besides the use of modern tools, the model building and organized measurements of the students can bring the real results of our work, which can be – a bit simplified – useful in secondary school classrooms, not only because of their interesting physical content.

In the last chapter I tried to show how I and my colleagues prepare students for the International Young Physicists Tournament – an already traditional talent support program – in order to adapt to the students and challenges of this age. It is demonstrated in this chapter that we can not only use our results in the preparation for a competition but we can also help us by making the „everyday" classroom work more colorful, interesting and in some meanings more useful.

The International Young Physicists Tournament and naturally the simple, everyday work with my students at school both bring continuously new, interesting topics and problems. In order to stay a useful and developing physics teacher, I have to perceive and notice these topics and opportunities. Therefore my work started in the PhD program will hopefully not end with this dissertation.

Irodalomjegyzék

1.Szirtes Ádám: Dimenzióanalízis és alkalmazott modellelmélet, Typotex kiadó, Budapest, 2006

2. G. I. Barenblatt: Similarity, self-similarity, and Intermediate Asymptotics Consultants Bureau, New York, 1979

3. Thomas A. McMahon, John Tyler Bonner: Form und Leben, Spektrum der Wissenschaft mbH Co., Heidelberg, 1985

4. dr. Halász Tibor, dr. Jurisits József, dr.Szűcs József: Fizika 11-12, Mozaik kiadó, Szeged, 2004

5. Gulyás János, Honyek Gyula, Markovits Tibor, Szalóki Dezső, Tomcsányi Péter, Varga Antal: Fizika 11., Műszaki kiadó, Budapest, 2007

6. Hömöstrei Mihály: Dimenzióanalízis és modellek, in: Fizikatanítás tartalmasan és érdekesen, Szerkesztők: Juhász András, Tél Tamás, Kiadja az ELTE Fizika Doktori Iskola, 281.oldal, 2009

7. Farkas Zsuzsanna, Molnár Miklós: Fizika 10, Maxim Kiadó, Szeged, 2009

8. Patkós András: Entrópia: kulcs az univerzum megértéséhez?, Természet Világa 139, 434.oldal, 2008

9. Simonyi Károly: A fizika kultúrtörténete, Akadémia Kiadó, Budapest, 1998

10. Hömöstrei Mihály: Klasszikusan a modern fizikában: Hőmérsékleti sugárzás, Stefan-Boltzmann-törvény in Természettudomány tanítása korszerűen és vonzóan: Előadáskivonatok, ELTE Természetudományi Oktatásmódszertani Centrum. 2011, Budapest 295-300.o.

11.Internet:http://www.leifiphysik.de/ubergreifend/regenerative-energieversorgung/ausblick/strahlungleistung-auf-die-erde

12. Dr. Bardo Diehl, Prof. Dr. Roger Erb: Physik Oberstufe Gesamtband. Cornelsen Verlag, Berlin, 2008

13. Internet: http://www.icess.ucsb.edu/modis/EMIS/html/seawater.html

14. Internet: http://terpconnect.umd.edu/~sliang/papers/Jin2006.emissivity.pdf

15. Internet: http://www.kowoma.de/gps/zusatzerklaerungen/atmosphaere.htm

16. Juhász A., Tasnádi P: *Érdekes anyagok anyagi érdekességek.* Akadémiai Kiadó, Budapest, 1992.

17. Internet: https://en.wikipedia.org/wiki/Holography

18. Internet: W. Beaty – Drawing holograms by hand (http://amasci.com/amateur/hand1.html)

19. Internet: https://en.wikipedia.org/wiki/Rainbow_hologram

20. Internet: W. Beaty – Are they REALLY holograms? (http://amasci.com/amateur/holo3.html)

21. Internet: A mechanically generated hologram? William T. Plummer and Leo R. Gardner (1 November 1992 / Vol. 31, No. 31 / APPLIED OPTICS)

22. Internet: https://en.wikipedia.org/wiki/International_Young_Physicists%27_Tournament

23. G. Tibell: Student's skills developed by participation in international physics competitions, GIREP/MPTL Conference: Physics Curriculum Design, Development and Validation, Nicosia, Cyprus, 2008.

24. Internet: Rajkovits Zsuzsanna: Nemzetközi fizikaversenyek - tehetséggondozás. Budapest, Hungary, 2010.
https://fizika.elte.hu/uploads/ajanlatok/4c8f7d43f2599/ortvay_rajkovits_tehetseggondozas.pdf

25. Internet: http://kit.ilyam.org/

26. Rajkovits Zsuzsanna: New Types of Physics Competitions. Physics Competitions. 1. 24-32. Journal of the World Federation of Physics Competitions. Hollandia, 1999

Publikációs lista

A tézisek és a dolgozat alapjául szolgáló publikációk:

1) Hömöstrei M.: Dimenzióanalízis és modellek, in: Fizikatanítás – tartalmasan és érdekesen – Konferencia kiadvány, ELTE Fizika Doktori Iskola, szerk. Juhász A.,Tél T.:, ELTE TTK Budapest 2009 p.281-286

2) Hömöstrei M.: Similarity and Dimensional Analysis in High School, Physics Competitions Vol 13, No 1 2011 p.20-28

3) Hömöstrei M.: Klasszikusan a modern fizikában, in: Természettudomány tanítása – korszerűen és vonzóan , Konferencia kiadvány, ELTE Fizika Doktori Iskola, , szerk. Juhász A.,Tél T.:, ELTE TTK, Budapest 2011, p.295-300

4) Hömöstrei M.: Feketetest sugárzás és alkalmazásai – Fizikai Szemle 2014/7-8. p. 262-267

5) Pham Thi L. [1] , Beregi Á.[1] , Laukó A.[1] , Béda Á.1 , Nagy P.[1] , Ispanovity P. D., Jenei P., Hömöstrei M.: Ifjú fizikusok nemzetközi versenye magyar szemmel – Fizikai Szemle 2014/12 p. 430-435

6) D´Intino E. Á.[1] , Phanm Thi L.[1] , Hömöstrei M.: Karcolt hologram – Fizikai Szemle 2015/3 p.101-108

7) M. Hömöstrei, Á. Beregi [1]: Benefits of IYPT in physics education, in: Teaching Physics Innovately New Learning Environments and Methods in Physics Education, Konferencia kiadvány, szerk: Király A. Tél T., Budapest 2015, p. 311-316

8) D´Intino E. Á.[1] , Phanm Thi L.[1] , Hömöstrei M.: Design and create your own hologram. in: Proceedings of the 20th International Conference on Multimedia in Physics Teaching and Learning, Konferencia kiadvány, szerk.: Lars-Jochen Thoms and Raimund Girwidz, München, 2015, p.143-150

Egyéb, a dolgozathoz kapcsolódó publikációk:

9) Hömöstrei M.: Gondolatok a fizika tanítás hazai és németországi gyakorlatáról, személyes tapasztalatok alapján, in: A fizika, matematika és művészet találkozása az oktatásban, kutatásban, Konferencia kiadvány, ELTE Fizika Doktori Iskola, szerk.: Juhász A., Tél Tamás, Budapest 2013, p. 305-310

[1]: Mindannyian diákok.

Köszönetnyilvánítás

Elsősorban szeretnék köszönetet mondani Rácz Zoltán témavezetőmnek, aki a rengeteg átadott fizikai tudás mellett, építő, pozitív, türelmes és kiemelkedően emberséges hozzáállásával minden helyzetben segíteni tudott, hogy munkámban fejlődhessek. Sokéves segítségét nagy megtiszteltetésnek veszem!

Köszönöm a Fizika Tanítása Doktori Iskola minden tanárának lelkes munkáját, s legfőképp Juhász András és Tél Tamás tanár uraknak, hogy ez a program egyáltalán megvalósulhatott és sok kollégám mellett nekem is lehetőséget adott a szakmai fejlődés ezen érdekes és izgalmas formájára.

Rengeteg köszönettel tartozom továbbá a Német Nemzetiségi Gimnázium lelkes, érdeklődő és szorgalmas diákjainak, akik munkája nélkül ez a dolgozat nem jöhetett volna létre.

Köszönöm a hallei Georg-Cantor-Gymnasium diákjainak segítségét, és köszönöm Wolfgang Pannicke, a hallei diákok csillagászat tanárának, hogy segített megtalálni a megfelelő léptéket a gyerekekkel való munkában.

Külön köszönettel tartozom Rajkovits Zsuzsanna tanárnőnek, aki bízott bennem annyira, hogy felajánlotta a lehetőséget, hogy az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyét jobban megismerhessem, s ennek következtében kivételes diákokkal és nagyszerű kollégákkal dolgozhassak együtt. A munka nehéz és kihívásokkal teli pillanataiban nyújtott támogatása nélkülözhetetlen volt a versennyel kapcsolatos eredmények elérésében is.

Hálával tartozom a magyar IYPT csapat tagjainak, akikkel a számtalan közös munkával töltött óra során rengeteget tanulhattam, s akikkel közösen fedezhettük fel a fizika megismerés világát.

Köszönettel tartozom továbbá kollégáimnak és az iskolám vezetőinek, akik mindenben támogattak az iskolai munka mellett sokszor nagy megterhelést jelentő, a doktori munkához tartozó egyéb feladatokban.

Köszönöm Jenei Péternek és Ispánovity Péternek azt a rengeteg szakmai és emberi segítséget és inspirációt, ami sokszor új erővel és lelkesedéssel töltött fel az elmúlt évek gyakran megterhelő munkája során.

Nem utolsó sorban köszönöm családomnak a sok éven át mutatott türelmet és a támogatást.

ADATLAP

a doktori értekezés nyilvánosságra hozatalához*

I. A doktori értekezés adatai

A szerző neve: Hömöstrei Mihály ………………………………………………………………..

MTMT-azonosító:… 10050436………………………………………………………………

A doktori értekezés címe és alcíme: Modellek a fizikaoktatásban…………………………………

DOI-azonosító46:… 10.15476/ELTE.2017.036……………………………………………………..

A doktori iskola neve:…Fizika Doktori Iskola…………………………………………………

A doktori iskolán belüli doktori program neve:…Fizika Tanítása……………………………..

A témavezető neve és tudományos fokozata: Dr.Rácz Zoltán kutató professzor……………….

A témavezető munkahelye: MTA-ELTE…………………………………………………………..

II. Nyilatkozatok

1. A doktori értekezés szerzőjeként
a) hozzájárulok, hogy a doktori fokozat megszerzését követően a doktori értekezésem és a tézisek nyilvánosságra kerüljenek az ELTE Digitális Intézményi Tudástárban. Felhatalmazom a Természettudományi kar Dékáni Hivatal Doktori, Habilitációs és Nemzetközi Ügyek Csoportjának ügyintézőjét, hogy az értekezést és a téziseket feltöltse az ELTE Digitális Intézményi Tudástárba, és ennek során kitöltse a feltöltéshez szükséges nyilatkozatokat.
b) kérem, hogy a mellékelt kérelemben részletezett szabadalmi, illetőleg oltalmi bejelentés közzétételéig a doktori értekezést ne bocsássák nyilvánosságra az Egyetemi Könyvtárban és az ELTE Digitális Intézményi Tudástárban;
c) kérem, hogy a nemzetbiztonsági okból minősített adatot tartalmazó doktori értekezést a minősítés (*dátum*)-ig tartó időtartama alatt ne bocsássák nyilvánosságra az Egyetemi Könyvtárban és az ELTE Digitális Intézményi Tudástárban;
d) kérem, hogy a mű kiadására vonatkozó mellékelt kiadó szerződésre tekintettel a doktori értekezést a könyv megjelenéséig ne bocsássák nyilvánosságra az Egyetemi Könyvtárban, és az ELTE Digitális Intézményi Tudástárban csak a könyv bibliográfiai adatait tegyék közzé. Ha a könyv a fokozatszerzést követőn egy évig nem jelenik meg, hozzájárulok, hogy a doktori értekezésem és a tézisek nyilvánosságra kerüljenek az Egyetemi Könyvtárban és az ELTE Digitális Intézményi Tudástárban.
2. A doktori értekezés szerzőjeként kijelentem, hogy
a) az ELTE Digitális Intézményi Tudástárba feltöltendő doktori értekezés és a tézisek saját eredeti, önálló szellemi munkám és legjobb tudomásom szerint nem sértem vele senki szerzői jogait;
b) a doktori értekezés és a tézisek nyomtatott változatai és az elektronikus adathordozón benyújtott tartalmak (szöveg és ábrák) mindenben megegyeznek.
3. A doktori értekezés szerzőjeként hozzájárulok a doktori értekezés és a tézisek szövegének plágiumkereső adatbázisba helyezéséhez és plágiumellenőrző vizsgálatok lefuttatásához.

Kelt: …2017.02.21……………………

Hömöstrei Mihály
……………………………………
a doktori értekezés szerzőjének aláírása

**ELTE SZMSZ SZMR 12. sz. melléklet*