# Tantárgyak határán: fizikai magyarázatok, földrajzi és környezettudományi ismeretek a középiskolában

**Doktori értekezés**

**Gróf Andrea**

**Témavezető:**
**Dr. Tasnádi Péter egyetemi tanár**

**Fizika Doktori Iskola**
**Vezető: Dr. Tél Tamás**

**Fizika Tanítása Doktori Program**
**Vezető: Dr. Tél Tamás**

**Eötvös Loránd Tudományegyetem**
**Természettudományi Kar**

**2018**

# TARTALOM

# Bevezetés

> ... sokan általánosságban elismerik ugyan tudományos tanításának szükségességét, de sokallják az időt, melyet a fiatalság reáfordít. Arra hivatkoznak, hogy a XIX. század életere hevesebben lüktet, mint a középkoré, hogy ma nemcsak testünk, hanem szellemünk is gyorsabban mozog bármely irányban, s a kor követelményeként hirdetik azt a tételöket, hogy erre az életre, amely oly gyorsan és nyomatékosan leckéztet, gyorsabban is kell elkészülnünk.
>
> (*Eötvös Loránd*)

Az idézet Eötvös Lorándnak *Az egyetem feladatáról* című írásából való [1]. Azért szeretem, mert más megvilágításba helyezi azt a folyamatos igyekezetet, hogy alkalmazkodjunk felgyorsult korunk eddig sosem volt kihívásaihoz. Amikor én jártam gimnáziumba, lépten-nyomon azt hallottuk, ezek a gyerekek már nem olyanok, mint régen, ezeknek a gyerekeknek már videó kell, és az tűnt a haladás netovábbjának, ha videolejátszó kerül minden osztályterembe. Ugyanilyen mosolyt fakasztó lesz száz év múlva azt olvasni, hogyan sopánkodtunk felgyorsult világunk kihívásain, és próbáltunk alkalmazkodni a facebook-generációhoz mi, akik a XXI. század elején éltünk.

Kortünetként szokás azonosítani a motiválatlanságot is. Tapasztalataim szerint nem az érdeklődés hiányzik, inkább az a baj, hogy túl gyors ütemben kell a tanultakat befogadni. Ennek pedig nem felgyorsult világunk az okozója, hanem az egyre növekvő tananyag tanítására fordított idő erőteljes visszanyesése. A középiskolásokat az elején még érdekli és vonzza a fizika. Iskolánk tanulói például a nulladik, nyelvi előkészítő év során nem tanulnak fizikát, ezalatt várakozással tekintenek a következő, kilencedik évben elkezdődő tantárgyra. A kilencedik év végére lelohad a lelkesedés, addigra reménytelenül feldúsul a meg nem emésztett ismeretanyag.

Ha a gyerekek a problémát firtató kérdésre azt felelik, túl elméleti a tárgy, nem biztos, hogy maguk jutottak erre a következtetésre. A társadalom önfelmentő, divatos válasza a tantárgyat és annak oktatását hibáztatni, ha nem adja meg magát a korkövetelményként beállított felszínességnek. Márpedig elmélyedés nélkül nem várható eredmény, amire pedig rászánjuk az időt, azzal általában fel lehet kelteni az érdeklődést, legyen szó akár szemléltető- vagy mérőkísérletről, akár részletekbe menő magyarázatról vagy egy hosszú levezetésről.

## Célkitűzések

Fizikatanári tevékenységem során mindig törekedtem, hogy tanítványaimban felkeltsem és fenntartsam az elmélyedés és alapos megértés igényét. A mélyebb megértéshez hozzá tartozik a más tantárgyak óráin tanult, de a fizikához kapcsolódó műveltségtartalmak tudatosítása és beillesztése a fizika tantárgy ismeretanyagába.

Jelenleg a középiskolai oktatásban a légkör és a tengerek mechanikai és hőtani folyamatai döntően a földrajz tantárgy keretébe tartoznak. A földrajz tantárgy oktatása azonban saját belső logikáját követi, nem a fizikáét. Bár a földrajzi jelenségek hátterében komoly fizika van, a természetföldrajzot a diákok a kilencedik évben tanulják, ugyanakkor, amikor a fizika oktatása is elkezdődik. A fizikai háttérismeretek tehát hiányoznak, számos fizikai fogalommal és összefüggéssel a diák földrajzórán találkozik először. A tapasztalat szerint a földrajz keretében a jelenségek fizikai háttere nem kap elég hangsúlyt, többnyire nem is fogalmazódik meg pontosan. Ha fizikaórán rákérdezünk, a tanulók visszamondják a földrajzból tanultakat, sokszor még a magyarázatra is emlékeznek, de néhány ellenőrző kérdés után gyorsan kiderül, hogy valójában nem értik. A két tantárgy közötti összhang megteremtése mindkét tárgyat segítené. Doktori munkámban ezért a földrajz tantárgy egyes fizikai vonatkozásait jártam körül, és annak a lehetőségeit kutattam, hogyan segítheti a fizikaóra a földrajzból tanult ismeretek elmélyítését.

## A kutatás módszerei

### KIINDULÓPONT: TANTERVEK ÉS TANKÖNYVEK ELEMZÉSE

Hogy lássam, milyen kontextusban és magyarázattal szerepelnek fizikai jelenségek a földrajz tanításában, és meghatározzam azokat a pontokat, ahol megértési nehézségek adódhatnak, alaposan tanulmányoztam a földrajz kerettantervet [2] (megtalálható a CD-mellékletben), hat különböző kiadó forgalomban levő kilencedikes földrajztankönyveit, valamint három földrajz érettségire felkészítő kiadványt. Számos olyan területet azonosítottam, ahol a háttérben levő fizikai törvényeket és folyamatokat felületesen vagy sehogyan sem tárgyalják. A tanulók hiányos fizikai előismereteit és a középiskolai földrajzkönyvek tárgyalását összevetve megállapítottam, hogy a magyarázatok gyakran túl tömörek, vagyis fizikai tanulmányokkal a hátam mögött én ugyan felismerem a leírtak értelmét, de szinte kizártnak tartom, hogy egy kilencedikes diák azt olvassa ki az egy mondatnyi (esetleg bekezdésnyi) magyarázatból, amit kellene. A fogalmak sokszor nem világosak, és előfordul, hogy hibás fizikai szemléletre épülnek.

A földrajzban felvetődő fizikai problémák tanulmányozását szükségessé teszi a legújabb (2012-es) *Nemzeti Alaptanterv* (NAT) fizika fejezetének [3] új közműveltségi tartalmakkal való gazdagodása is. Az új elemek jelentős része fűződik olyan jelenségekhez, amelyek hagyományosan és ma is megtalálhatók a földrajz tantárgy ismeretanyagában. Ilyenek például a különféle időjárási elemekkel illetve a társadalom és a környezet viszonyából adódó globális kihívásokkal kapcsolatos tartalmak.

A fizikai háttérismereteket megelőző földrajztanítással vont párhuzam továbbá azért is tanulságokkal szolgálhat, mert a központilag kiadott „A” változatú fizika kerettanterv [4] témakörei sem az ismeretek hagyományos egymásra épülésének sorrendjében követik egymást, hanem − a gyakorlatiasság szellemében − életünk különféle területei köré csoportosítva. Sőt, a tanterv az egyes témaköröket sem az alapfogalmakkal és alaptörvényekkel kezdi, hanem „mindenki számára fontos témákkal, gyakorlati tapasztalatokkal, praktikus, hasznos ismeretekkel", hogy bemutassa, a fizika ismerete gyakorlati előnyökkel jár.

## A KRITIKUS PONTOK FELDERÍTÉSE: KÉRDŐÍVES FELMÉRÉS

A földrajz-kerettanterv és a forgalomban levő középiskolai földrajztankönyvek tanulmányozása után kiválasztottam néhányat azok közül a területek közül, ahol megértési nehézségek veszélyét láttam. Észrevételeim tesztelésére feleletválasztós kérdőívet állítottam össze, melyet iskolánk összesen 215 kilencedikes és tizedikes tanulója töltött ki. A tantervi szabályozások épp akkoriban zajló szigorodása folytán a felmérésben résztvevők között voltak, akik természetföldrajzi ismereteiket teljes egészében a fizika-tanulmányok megkezdése előtt szerezték, míg mások ugyanabban a tanévben tanulták a természetföldrajzot és a fizikatanítás első évének anyagát képező mechanikát. A felmérés eredményeiben e két csoport között nem volt kimutatható különbség.

A kérdéseket és a felkínált hamis válaszokat a tankönyvek által megengedett vagy akár − a fizikai háttérismeretekkel nem rendelkező olvasó számára − sugallt félreértelmezésekre, valamint szaktanári tapasztalataimra alapozva fogalmaztam meg. Teljességre ugyan nem törekedhettem, de a kérdések között számos témakört szerepeltettem az időszámítástól a Föld alakján át a légkör és a tengerek mozgásainak fizikájáig. Az egyes kérdések motivációját és a kérdésekre kapott tanulói válaszokat a megfelelő fejezetekben elemzem.

A dolgozatban részletenként ismertetendő, 215 tanulóval végzett felmérés (teljes szövege a CD-mellékletben) főként a földrajz tantárgy fizikai hátterének mechanikai vonatkozására alapult. Munkámban felhasználtam ugyanakkor egy korábban, 42 tanulóval végzett felmérésemet is, amely bizonyos hőtani vonatkozásokat célozott meg.

## HATÁRTERÜLETEK TANÓRAI FELDOLGOZÁSA

A tankönyvek elemzéséből és a kérdőív tanulságaiból levont következtetések alapján javaslatokat dolgoztam ki néhány, a fizika és a földrajz határára eső témakör kvantitatív tárgyalásához. Elsősorban a tanórákba beépíthető földrajzi alkalmazásokra törekedtem. Tekintve, hogy a pestszentlőrinci Karinthy Frigyes Gimnázium tanáraként jellemzően jó képességű, tanulni akaró és a matematikától sem megriadó diákokkal dolgozom, az ő képzésüket tartottam szem előtt.

Mivel – különösen a mindennapos testnevelés bevezetése óta – a tanórák szinte mindennap belenyúlnak a délutánba, kevesen járnak szakkörökre. Ezért kerültem, hogy bármilyen új elem feldolgozását kizárólag szakkörre javasoljam, és magam is minden elkészített tanítási anyagomat tanórán próbáltam ki.

## A dolgozat szerkezete

A fejezetek a tézisek mentén végighaladva követik egymást. A fejezetek címe után az S betűvel is jelzett számozás utal a fejezetet megalapozó saját publikációkra.

### AZ 1. FEJEZET

Dolgozatom első fejezetében kutatómunkámnak a földrajz tantárgy hátterében levő fizikai jelenségek megértését gátló tényezők részletes feltérképezésére irányuló részét ismertetem, néhány konkrét földrajzkönyvi példa segítségével támasztva alá azt az általános felismerést, hogy hiányzik a földrajzi jelenségek hátterében levő pontos fizikai fogalmak és összefüggések ismerete, és a megértést nehezíti a kvantitatív megfontolások kerülése.

Az időszámítás alapját képező periodikus jelenségek példáján továbbá bemutatom a tanulói felmérés feldolgozását, amely a következő fejezetekben is folytatódik.

### A 2−8. FEJEZETEK

A következő fejezetek tartalma az általam kidolgozott, elsősorban tanórákba, de szakköri foglalkozásokba is illő tanítási anyagok tárgyalása.

A tananyagok tárgyalása előtt minden esetben röviden rámutatok a részletesen vizsgált jelenségkörök földrajzkönyvi tárgyalása nyomán a fizika szempontjából felvetődő problémákra. A színes téglalapokban illusztrációul szolgáló kiragadott, de tanulságos földrajzkönyvi idézetek olvashatók. (Vannak köztük a fizika szempontjából helyes, de túl tömör, illetve kifogásolható magyarázatok egyaránt.) Az téglalapokat megelőző szövegrészekben az idézetekre (1),(2),(3), … számokkal utalok. A színek az egyes tankönyveknek felelnek meg, ezek listáját az irodalomjegyzék tartalmazza. A földrajzkönyvi idézetekkel elsődleges célom nem a földrajztanítási gyakorlat kritikája, hanem annak bemutatása, hogy a két tudomány határterületére eső és gyakran a mindennapi életben is közbeszéd tárgyát képező jelenségek megértése és megértetése területén sok a tennivaló. Fizikatanárként azt kívánom megmutatni, hogy a fizika szemléletével, a mennyiségi közelítések alkalmazásával, a szinte történeti hagyományként generációról generációra öröklődő félreértések, tévhitek kiküszöbölhetőek.

A kritikus pontokat, a tárgyalandó határterületi alkalmazásokat a szaktanári tapasztalatok és a tankönyvelemzések mellett a 2−4. fejezetekben a feleletválasztós kérdőív kapcsolódó kérdéseire és a kérdésekre kapott válaszokra alapozva választottam ki.

## Kapcsolódási pontok

A légkör és a tengerek fizikai folyamatait napjainkban intenzív tudományos érdeklődés övezi. A doktori munkámban feldolgozott, földrajzhoz kötődő fizikai jelenségek modern kifejezéssel szólva a környezetfizika tárgykörébe tartoznak. A környezeti rendszerek vizsgálata és elméleti leírása többnyire máig is kutatott területekre vezet (klímaváltozás, hurrikánok, cunamik, északi fény, stb.), gyakran azonban egyes teljességükben nagyon absztrakt elméleteknek (gyorsuló koordinátarendszerek, sugárzási törvények, stb.) az adott tanulói csoporthoz illesztett egyszerűsített tárgyalását kell megtalálni.

Az ELTE fizikatanári doktori iskolájából fokozatot szerzők közül számosan érintették eddig is (amint várhatóan fogják majd a továbbiakban mások is) a környezetrfizika igen aktuális témakörét. *Baranyai Klára* a tengerekben megfigyelhető hőterjedési folyamatokra alkotott a középiskolai oktatásban alkalmazható kísérleti modellt [5], *Döményné Ságodi Ibolya* a légköri fényjelenségek mellett többek között radarképek felhasználásaival készített diákjaival egyszerű időjárási prognózist [6], legutóbb pedig *Hömöstrei Mihály* a Föld fokozatosan összetettebbé váló klímamodelljeinek sorozatát mutatta be [7].

A földrajzban tanultak magyarázatában megkerülhetetlen a Coriolis-erő. A fogalom elméleti fizikai bevezetése és leírása teljesen világos és tiszta, a gyorsuló rendszerek teljes leírása azonban a fogalmi absztrakciók és a felhasznált matematika miatt nem lehetséges a középiskolában. Középiskolai szinten az általam ismert legteljesebb változatokat [8] és [9] tartalmazza. Emellett a különböző életkori sajátosságokkal és előismeretekkel rendelkező, különböző heti óraszámú tanulócsoportok számára sokféle egyszerűsített magyarázat is született és bizonyára születik a későbbiekben is. Dolgozatomban én is leírok egy eljárást, amelyet a Coriolis erő bevezetésére alkalmaztam és kipróbáltam. Ezen alapul második tézisem. Mivel a Coriolis-jelenség tanítására *Szeidemann Ákos* 2014-ben megvédett disszertációja is bemutatott kísérleti és numerikus szimulációs módszereket [10], fontosnak érzem, hogy saját megközelítésem új, a tanításban korábban alkalmazottaktól eltérő vonásait kiemeljem. Szeidemann Ákos azt állította, hogy az általa kidolgozott mérőkísérlet segítségével – amely az eltérülésnek a távolságfüggését, illetve a forgás szögsebességével és a mozgás sebességével való kapcsolatát vizsgálja – *„az eltérítő hatás számszerűen tanítható, mégpedig a Coriolis-erő fogalmának bevezetése nélkül”* [és az így szerzett] *„tudás elegendő számos földrajzban használt jelenség – mint például a ciklonok, a passzát-szél, az óceáni áramlások – megértésében”.* A Coriolis-erő bevezetését hangsúlyozottan kerülő, igen kreatív módszer valójában annak a magyarázatnak a számszerűsített változata, ahogyan a földrajztankönyvek az Északi-sarkról induló test speciális esetének példájával maguk is magyarázzák az eltérülést. Tanítási tapasztalataim és felméréseim azonban megmutatták, hogy a fenti egyszerűsített magyarázat alapján sok tanuló gondolja úgy, hogy a Coriolis-erő csak észak–déli irányban (is) mozgó testekre hat. Saját munkámban ezért olyan megközelítést kerestem, amely a kilencedik év végén már meglévő matematikai ismereteken túlmutató eszközök nélkül, de kvantitatív módon vezeti be a tehetetlenségi erőket és általános esetben, a földfelszín bármely pontjában működik.

## Az eredmények hasznosítása

Kutató tevékenységem teljes egészében a környezetfizika oktatási területére esik. A fenntartható fejlődésnek, az emberiség energiafelhasználásának és a klímaváltozásnak a kérdései a társadalmi érdeklődés homlokterébe kerültek, és erre a közoktatásnak is reagálnia kell (mint ahogyan a felsőoktatásban már környezetfizika-tankönyvek is léteznek, például [11]). Hiszem, hogy a környezetfizikai tartalmakat be kell építeni a középiskolás anyagba, ha diákjainkat a jövővel kapcsolatos felelős döntések meghozására képes állampolgárokká akarjuk nevelni. Remélem, hogy dolgozatommal ehhez hozzá tudtam járulni.

A bemutatott kvantitatív megfontolások alkalmasak lehetnek a leendő földrajz szakos tanárok látókörének bővítésére is. Segíthetnek megszilárdítani az elméleti alapokat és kialakítani a szakszerű megfogalmazások igényét. Csakis dicséret illeti ugyanis azt a földrajzos kollégát, akiben a földrajzkönyvben leírtak alapján kifogástalan logikával következtetve az a kérdés merült fel, vajon miért is nem tapasztal árapályt a levesestányérjában. Pontosabb fogalomrendszer és fizikai háttérismeretek birtokában ezt a kérdést meg tudta volna válaszolni.

# 1.

# A földrajz tantárgy hátterében levő fizikai jelenségek megértését gátló tényezők [S1], [S3], [S4], [S6], [S7]

> A tudományos ismeretek popularizációja ugyanolyan hatással van a társadalom gondolkodására, mint ahogyan a gyakorlati alkalmazásai átformálják a hétköznapi életet. A tudományt olyannyira tisztelet övezi, hogy a legabszurdabb vélekedések is közkeletűvé válnak, amennyiben tudományosnak hangzó nyelvezettel fogalmazzák meg őket.
>
> (*James Clerk Maxwell*)

## 1.1 Földrajzkönyvi példák

Az alábbiakban néhány földrajzkönyvi idézet segítségével mutatom be, hogy a földrajzi jelenségek fizikai hátterének tárgyalásában keverednek a kvalitatív szinten helyes, valamint a szemléletileg hibás megállapítások (amelyeket mennyiségi megközelítés híján még nehezebb megkülönböztetni egymástól). Ez azért veszélyes, mert a fizikaoktatást tantervi okokból elkerülhetetlen módon megelőző földrajzóra meghatározó módon befolyásolja a tanulói elképzeléseket. Feltétlenül szükséges tehát − egyfajta spirális felépítést követve − fizikaórán visszatérni a földrajzban tanultakhoz. A bemutatott példák az alábbi négy problémakörbe sorolhatók be:

- Fogalmak és törvények pontatlan értelmezése
- Fogalmak összemosása, dimenziók összetévesztése
- Nagyságrendi tévedések
- Függvénykapcsolatok következetlen kezelése

### FOGALMAK ÉS TÖRVÉNYEK PONTATLAN ÉRTELMEZÉSE

Az égitestek mozgásának tárgyalása jól példázza, hogy az erő fogalmának, valamint az erő és a mozgás közötti kapcsolatnak a kezelése hibás szemléletet tükröz. Az alábbiak rendre egyensúlyi helyzetnek tekintik, hogy a keringő bolygó nem zuhan rá a Napra. A gravitációs erőt ellensúlyozó másik erő egyszer a lendület (1), másszor az energia (2) − amit Newton bizonyosan nem állított.

Talányos a (3) táblázat, amely szerint vannak törvények és vannak „megnyilvánulásaik”. Általánosságban megfigyelhető a kvantitatív megfontolások kerülése is. E táblázathoz hasonlóan az első két Kepler-törvényt a földrajzkönyvek általában kimondják, a harmadikat viszont legtöbbször nem, legfeljebb lábjegyzetben vagy képaláírásban szerepel. Ehelyett csak annyit állapítanak meg, hogy összefüggés áll fenn a távolság és a keringési idő között, és hogy nagyobb távolságban nagyobb a keringési idő.

A Nap maga felé vonzza a bolygókat, saját lendületük pedig eltávolítaná őket. A két hatás kiegyenlíti egymást. Minél közelebb esik a bolygó a Naphoz, annál gyorsabban kell mozognia, hogy fennmaradhasson az egyensúly (Kepler 2. törvénye). (1)

A bolygómozgások okát, belső összefüggéseit ... Newton az általános tömegvonzás (gravitáció) törvényével magyarázta, amelynek legfontosabb megállapításai az alábbiak:

- A Világmindenség égitestjei vonzzák egymást, és ez függ a tömegüktől és a közöttük levő távolságtól.
- Az égitestek mozgását meghatározó – s a tömegvonzást ellensúlyozó – másik erő a bolygók és holdak mozgási energiája. (2)
- Az égitestek közötti tömegvonzás kölcsönös.

Newton szerint a bolygópályákat a Nap és a bolygók közötti gravitációs kölcsönhatás és a tehetetlenség határozza meg. A bolygó ugyanakkora erővel vonzza a Napot, mint a Nap a bolygót, s hogy mégis a bolygó kering a Nap körül, az azért van, mert a Nap tömege nagyobb, mint a bolygóé.

| **A bolygók mozgástörvényei** | **Megnyilvánulásuk a bolygó mozgásában** |
|---|---|
| 1. A bolygók ellipszis alakú pályán keringenek, amelynek egyik gyújtópontjában a Nap áll. | A bolygók lehetnek napközelben és naptávolban. |
| 2. A Napot és a bolygót összekötő vezérsugár egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol. | A bolygók keringési sebessége napközelben nagyobb, mint naptávolban. |
| 3. A bolygók keringési ideje és a naptól való távolságuk közötti összefüggést határozza meg. | Minél távolabb van a bolygó a Naptól, annál hosszabb a keringési ideje. (3) |

[a bolygóknak] ... távolságukkal fordított arányban van keringési idejük. (4)

A kvantitatív megfontolások háttérbe szorulása nemcsak a törvény ki nem mondását jelenti, de számolás híján nem lepleződnek le az olyan súlyos hibák sem, mint a fenti (4) kijelentés, hogy a bolygóknak a „távolságukkal fordított arányban van a keringési idejük”.

A fogalmak pontatlan kezelésének példája az érettségi követelményrendszer legújabb változatában megjelenő „törpebolygó” is. Tudjuk, hogy a Nemzetközi Csillagászati Unió 2006-os döntése értelmében bolygónak már csak azokat a testeket tekintik, amelyek

- közvetlenül a Nap körül keringenek;
- elegendően nagy tömegűek ahhoz, hogy gömb alakot vegyenek fel;
- az idők során pályájuk közeléből kisöpörték a kisebb keringő testeket.

Törpebolygónak nevezték el az első két követelményt igen, de a harmadikat nem teljesítő objektumokat. A földrajzkönyvek alábbi (1),(2),(3) szavaiból éppen az nem derül ki, miért nem tekintik már bolygónak a Pluto-t. (Az már csak apróság, hogy amióta a Pluto nem bolygó, a helyesírása is megváltozott, hiszen nem vonatkozik már rá a magyar kiejtés szerinti írás szabálya.)

A legkülső bolygó a rendkívül elnyújtott pályán keringő Plútó, amelyet sem a Föld, sem a Jupiter típusú bolygókhoz nem sorolhatunk, hiszen mérete, tulajdonságai alapján az első típushoz, sűrűsége, keringési pályája alapján pedig a második típushoz tartozna. (1)

**Törpebolygó:** Méretében átmenetet képez a nagybolygó és a kisbolygó között. Tömege elegendően nagy a közel gömb alak kialakulásához. (2)

E két csoportba tagolt rendszerbe csupán a Plútó, a Naprendszer legkülső bolygója nem sorolható be egyértelműen. Méretei, tulajdonságai a belső, Naptávolsága viszont a külső bolygókhoz teszi hasonlatossá. A Nemzetközi Csillagászati Unió 2006-os határozata alapján a Plútó már nem tartozik a Naprendszer nagybolygói közé, mert nem felel meg a bolygók új definíciójának. (A bolygó egy csillag körül egyedi pályán keringő égitest, amelyet gravitációja gömbölyűvé vagy közel gömbölyűvé formált.) (3)

A Pluto-ról szólt a 2014. októberi emelt szintű földrajz érettségi egyik feladata is, mely azt kérte a vizsgázótól, hogy fogalmazzon meg három okot, amiért „a Plútót kivették a bolygók csoportjából”. Válaszként szintén nem a fogalom valódi értelmét várták el. A javítási útmutató alapján az alábbi felsorolás hat pontjából kellett bármely(!) hármat említeni:

– Naptól való távolsága alapján a Jupiter-típusú bolygók között található, ehhez képest kicsi az átmérője.
– Naptól való távolsága alapján a Jupiter-típusú bolygók között található, ehhez képest kicsi a tömege.
– Naptól való távolsága alapján a Jupiter-típusú bolygók között található, ehhez képest nagy a sűrűsége.
– Naptól való távolsága alapján a Jupiter-típusú bolygók között található, ehhez képest kőzetbolygó.
– Kőzetbolygó, ehhez képest nagyon nagy távolságra kering a Naptól.
– Eltérő a keringési pályasíkja.

Az alábbi (1) idézet fogalmi tévedése pedig súlyosabb egy definíció nem értésénél: az abszolút zérus hőmérsékletet „az eddig elért” legalacsonyabb hőmérsékletként értelmezi.

## FOGALMAK ÖSSZEMOSÁSA, DIMENZIÓK ÖSSZETÉVESZTÉSE

Gyakorlatilag szinonimaként kezelik például a hő és a hőmérséklet fogalmát. Ami fokozatosan csökken (2) az nem a hő, hanem egy állapotjelzőnek, a hőmérsékletnek értéke. Bár a „hőösszeg” (3),(4),(5) a kifejezés definíciója szerint valójában hőmérsékletek összegét jelenti, ez csak elnevezés, nem kellene valóban hőmennyiségnek tekinteni.

A Nap felszínén 6100 K hőmérséklet uralkodik. (A Kelvin fokban történő hőmérséklet-beosztás az eddig elért legkisebb hőmérsékletet, az abszolút nullapontot [–273°C] tekinti kiindulási pontnak. ①

Amit mi a Föld felszínétől számítva hőmérséklet-növekedésnek értelmezünk, valójában pontosan fordított folyamat: a Föld belsejéből érkező hő fokozatos csökkenése bolygónk felszíne felé közeledve! ②

A tenyészidőszak legfontosabb jellemzője a hőösszeg (melegmennyiség), amelyet úgy számolunk ki, hogy a tenyészidőszak napjainak napi középhőmérsékletét összeadjuk. ③

A növénytermesztés, az egyes növényfajták területi elterjedésének meghatározó feltétele az a meghatározott hőmennyiség, amelyre tenyésztésükhöz szükség van. Ennek értékét °C-okban megadott hőösszeggel fejezik ki ④

Minden növénynek meghatározott hőmennyiségre van szüksége ... A mezőgazdasági termelésre alkalmas fagymentes időszak (tenyészidő) napi középhőmérsékleteit összeadva megkapjuk azt a hőösszeget (melegmennyiséget), amit kultúrnövényeink ... hasznosítani tudnak. ⑤

Az alábbiak is mutatják, hogy gyakran előfordul mennyiségek dimenziójának hibás megadása, dimenzionálisan különböző mennyiségek összemosása is (1),(2),(3),(4),(5). Amíg egyetlen egyenletet sem írnak fel, nem is derül fény a hibára. Az energia például egyszer az árammal tűnik azonosnak (6), másszor más mennyiségekkel:

A műholdak másik típusának keringési sebessége megegyezik a Föld forgásának sebességével. ①

[ A tengely körüli forgás] sebessége 1600 km/h. ②

[A tőzeg] fűtőértéke 6–8000 kJ. ③

[A napállandó] értéke 1368 W/m² másodpercenké ④

A Nap összes sugárzásmennyiségének azonban csak 2200 milliomod része ... másodpercenként 1354 watt melegmennyiség érkezik. ⑤

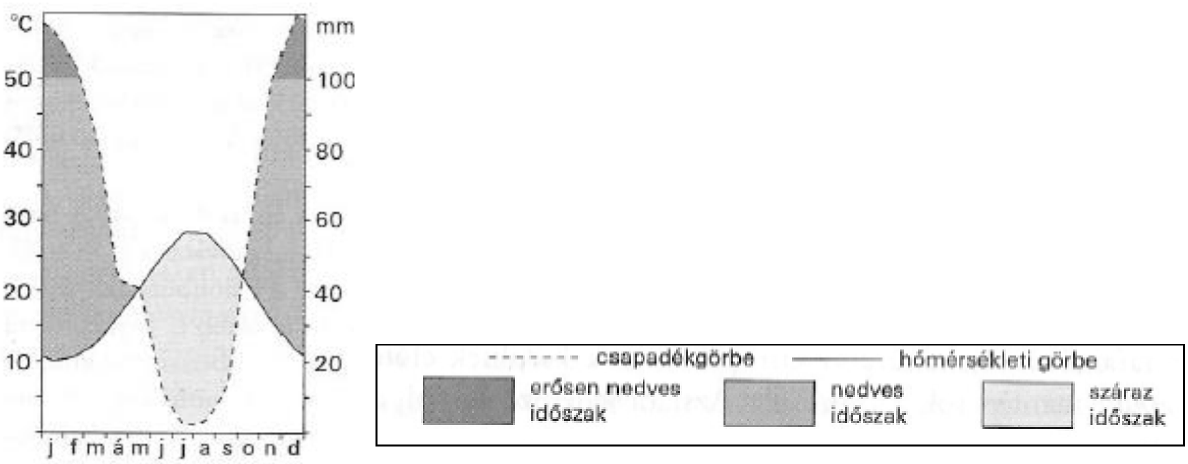
A napelem segítségével a napsugárzás energiáját elektromos energiává alakítják. Az előállított (és váltóárammá alakított) áramot rendszerint közvetlen helyben felhasználják, illetve tárolják akkumulátorokban, és a többletáramot a központi elektromos hálózatba táplálják. ⑥

Minél nagyobb egy folyó sebessége és minél több vizet szállít, annál nagyobb az energiája és munkavégző képessége.
A nagy lejtésű területeken a folyó sebessége és munkavégzése nagyobb, mint amennyi a hordalékszállításhoz kell. Így pusztító munkát végez, amely során a magával sodort kőzettörmelékkel "V" alakban egyre mélyíti a völgyét. ⑦

Jelöljük M betűvel a folyó munkavégző képességét, H betűvel az elszállítandó hordalék mennyiségét, azaz az elvégzendő munkát! Írd fel a >, <, = jelek felhasználásával az egyes folyószakaszokra jellemző egyenletet!
Válasz: Bevágódó (felső) szakaszjelleg: M > H
Feltöltő (alsó) szakaszjelleg: M < H
Oldalazó (közép) szakaszjelleg: M = H ⑧

A „folyó energiája” (7) még érthető, például egységnyi folyószakasz vizének mozgási energiájára gondolunk. Az „energiája és munkavégző képessége” (a következő mondatban már munkavégzése) arra enged következtetni, hogy a „munkavégző képesség” (amellyel általában az energia fogalmát igyekeznek szemléletessé tenni) itt valami mást jelent, nem világos, hogy mit. Gondolhatnánk persze, hogy a munkavégző képességet vagy munkavégzést nem fizikai mennyiségként kell értelmeznünk, csak valahogyan szemléletesen, de ennek ellentmond a fenti (8) feladat, amely szerint mégiscsak fizikai mennyiség, mégpedig az „elszállítandó hordalék mennyiségével” azonos dimenziójú.

Dimenzionálisan különböző mennyiségek összehasonlítása az érettségi feladataiban is megjelenik. A 2011. májusi emelt szintű érettségi 7d) feladatához tartozik például az 1.1 ábra, ahol a nedves időszaknak megfelelő satírozott tartományt a csapadékgörbe és a hőmérsékleti görbe közösen jelöli ki. A két skála is fel van tüntetve, így a metszéspontban leolvasható, hogy 20 ºC = 40 mm.




**1.1 ábra. Érettségi feladat ábrája.**

## NAGYSÁGRENDI TÉVEDÉSEK

Az alábbiakhoz hasonló nagyságrendi tévedések egyszerű nyomdahiba révén is előfordulhatnak, akár fizikakönyvben is. Csakhogy mennyiségi tárgyalás híján nagyobb a félrevezetés veszélye: az olvasó könnyen elsiklik felette, vagy éppen megjegyzi a téves számértéket.

A Tejútrendszer csillagainak száma százmilliárdokban mérhető, megtévesztő a „milliói” (1). A Nap tömege 330 000-szerese a Földének (2), a napsugárzás intenzitása viszont csak ezrede az itt kétféle megfogalmazásban is szereplő (3),(4) értéknek. (Az egész Földre a Nap sugárzó teljesítményének egy kétezermilliomod része jut, az ennek megfelelő intenzitás 1368 $J/m^2/s$.) A geotermikus energia esetében pedig a „korlátlan bőség” (5) félrevezető: táplálja a társadalomban meglévő hamis illúziókat.

A Tejútrendszer ún. spirális galaxis, amelyet csillagok milliói alkotnak. ①

[A Nap tömege] 330-szorosa a Föld tömegének. ②

[A napállandó] értéke 1368 kJ/m²/s ③

Miközben a hidrogén héliummá alakul át, jelentős mennyiségű energia szabadul fel, amelynek azonban csupán kétmilliomod része jut el a Föld felszínére. ④

A geotermikus energia korlátlan bőségben áll a rendelkezésünkre és környezetkímélő. Olaszországban 1904. óta állítanak elő villamos áramot Larderello környékén a mélyből feláramló gőzzel.
...
Hazánkban sok meleg vízű fürdő (...) bizonyítja, hogy gazdagok vagyunk termálvizekben, de lakótelepek (...) fűtésére is hasznosítjuk a Föld mélyének energiáit. ⑤

FÜGGVÉNYKAPCSOLATOK KÖVETKEZETLEN KEZELÉSE

A geotermikus gradiens kapcsán például a gradiens fogalmát egyébként nem ismerő tanuló számára nem válik világossá, hogy a kifejezés jelentése egységnyi távolságra (mélységre) vonatkozó hőmérsékletemelkedés (1),(2). Ezért is szerepel sok helyen a „geotermikus gradiens növekedése” (3). A fogalom tisztázatlansága folytán ráadásul több helyütt a geotermikus gradiens reciprokát nevezik gradiensnek (4),(5), mégis kijelentik, hogy a geotermikus gradiens az Alföldön az átlagosnál nagyobb. Mivel számolni nem kell vele, a tanulónak fel sem tűnik.

A Föld közepe felé haladva fokozatosan, de nem egyenletesen nő a hőmérséklet; a földkéregben 100 méterenként átlagosan 5°C-kal. Ezt a növekedési értéket geotermikus gradiensnek nevezzük. ①

A hőmérsékletemelkedés (a geotermikus gradiens) földi átlagértéke a földkéregben 100 méterenként 3°C. A Föld ma is változó aktív területein (például tűzhányók környékén) a hőmérséklet sokkal gyorsabban nő, a Föld idős vidékein viszont sokkal lassabban. ②

Földünk ma is változó aktív területein a geotermikus gradiens jóval gyorsabban nő, a Föld idős vidékein viszont sokkal lassabban. ③

Egészítsd ki a geotermikus gradiensre vonatkozó adatsort!
... Magyarországon 20 m/1°C,
Földünkön átlagos értéke ... m/1°C, ... ④

Dél-Afrika közel 4000 méter mélyen levő bányáiban 40°C körüli hőmérsékletben dolgoznak a bányászok. Ugyanebben a mélységben a magyar Alföld alatt már 240–320°C lenne a hőmérséklet.
Mire következtetsz az adatokból a geotermikus gradiens értékével kapcsolatban?
**Válasz:** Az Alföldön nagyobb a geotermikus gradiens növekedésének értéke, mert vékonyabb a földkéreg.
(A Föld egyes területein jelentős eltérés figyelhető meg a geotermikus gradiens értékében.)
Számold ki a fenti adatok alapján, mennyi a geotermikus gradiens értéke Dél-Afrikában, illetve az Alföldön!
**Válasz:** Dél-Afrikában 100 m/1°C, az Alföldön 100 m/6–8°C. ⑤

## 1.2 Az időszámítás egységei a földrajzkönyvekben

Az eddig ismertetett példák közül számos kötődik a gravitáció jelenségköréhez, mellyel a fizikatanítás hagyományosan kielégítő részletességgel foglalkozik. A gravitáció és bolygómozgás esetében tehát amit a diák az égitestek mozgásával kapcsolatban nem értett meg a csillagászati földrajzban, azt remélhetően megérti majd akkor, amikor ezzel a jelenségkörrel fizikaórán is találkozik. Az égitestek mozgásával kapcsolatos kérdések túlnyomó része esetében tehát megtörténik az a visszatérés a földrajzban tanultakhoz, amely más jelenségek esetében is hasznos lenne.

Kivételt képez a periódusidőkhöz kötődő időszámítási egységek problémája: fizikaórán hajlamosak vagyunk mindenki számára nyilvánvalónak tekinteni ezeket a fogalmakat. A földrajzkönyvek ugyan tárgyalják őket, de a többen, például az alábbi (1),(2),(3),(4),(5) még azt sem említik, hogy a 24-órás nap a delelésekre alapul. Más könyvek említik ugyan, de mégis kijelentik, hogy a forgás ideje egy nap (6),(7). Két könyvemben még a középnap fogalmára is kitérnek (8),(9), de egyik könyv sem hívja fel a figyelmet arra, hogy a tengelyforgás periódusa nem azonos a két delelés közt eltelt idővel.

E tengely körül a Föld 24 óra alatt tesz meg egy teljes fordulatot. (1)

A teljes megfordulás ideje egy nap, azaz 24 óra. (2)

A Föld 360°-os kerületének forgásideje 24 ór (3)

Bolygónk 1 nap, vagyis 24 óra alatt fordul meg a tengelye körül. (4)

Földünk nyugatról kelet felé 24 óra alatt tesz meg egy teljes fordulatot ... (5)

Egy nap az az időtartam, amennyi idő alatt a Föld megfordul saját tengelye körül.
... A nap a Nap két egymást követő delelése között eltelt idő. A gyakorlatban ... éjféltől éjfélig számítjuk ...
Földünk 24 óra alatt 360°-ot fordul tengelye körül. (6)

A forgás ideje egy nap, kerekítve 24 óra. [... ]
A nap két egymást követő delelése között eltelt idő a nap, kb. 24 óra.
Középnapidő = 24 óra. (7)

Kepler második törvényéből tudjuk azonban, hogy a Föld a Naphoz közelebb gyorsabban, a Naptól távolabb lassabban halad pályáján. Emiatt a Nap – látszólagos – járása sem pontos, azaz nem mindig pontosan 24 óránként delel. E valódi napidő pontatlansága miatt vezették be az elméleti, képzelt középnapot, amelynek hossza mindig 24 óra (középnapidő vagy röviden középidő). (8)

A mindennapi élet során így egy egyenletes sebességgel mozgó képzeletbeli égitest, a fiktív egyenlítői középnap által mutatott úgynevezett középidőt használjuk időszámításunk alapjául. E középnap két egymást követő alsó delelése között eltelt időt középnapnak nevezzük. (9)

A holdhónap és a Hold keringési ideje közötti különbséget ugyanakkor jól érthető módon megmutatják a tankönyvek, például az alábbi (1). Hasonló magyarázatra lenne szükség a keringési idő és a nap hosszának különbözősége esetében is.

A látszó alakok holdfázisokra oszthatók, amelyek 29,5 naponként ismétlődnek. Ez hosszabb idő, mint ami ahhoz szükséges, hogy a Hold egyszer megkerülje bolygóját ellipszis alakú pályáján. Ennek az az oka, hogy a Föld is kering a Nap körül, és elmozdul a Holdhoz képest. Ezért a Holdnak még 2,2 napra van szüksége ahhoz, hogy a Földről nézve ismét ugyanolyan formájúnak látsszon. (1)

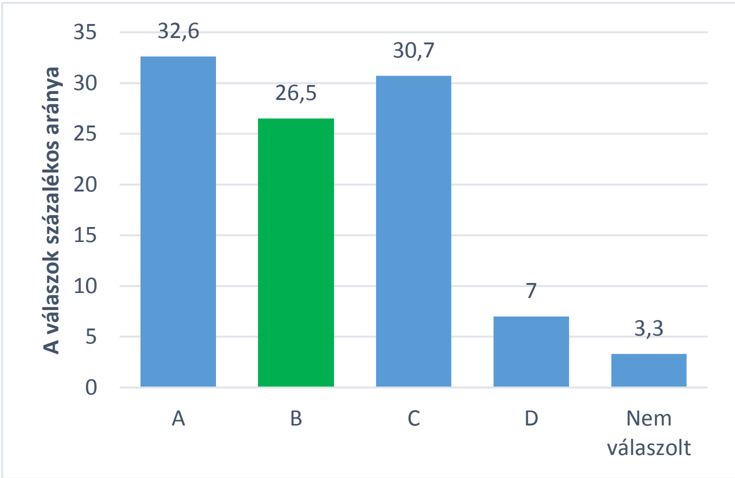
A tankönyvekben említik a tavaszpontot, és megjelenik a szoláris és a tropikus év is, de ha már a nap fogalma sem világos, ezeket a fogalmakat még nehezebb megérteni.

## 1.3 A tanulói felmérés bemutatása az időszámítás problémájának példáján

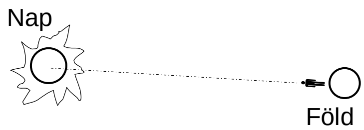
Mivel az időszámítás kérdését fizikaórán nem szoktuk részletesen taglalni, a feleletválasztós felmérésemben arra is kerestem a választ, hogy vajon ezt helyesen tesszük-e. A 13 + 1 kérdés közül az alábbi kettő (az első és az utolsó) foglalkozott a nap hosszával. Az eredmények azt mutatják, hogy a tanulók jelentős része nincs tisztában az időszámításunk egységei és az égitestek mozgásai közötti alapvető összefüggésekkel sem.

**1. kérdés:** Az alábbi táblázat sorai közül melyik helyes?

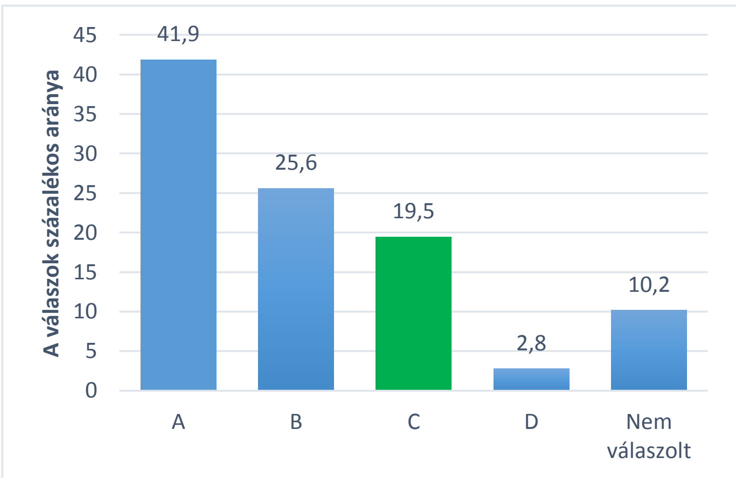
| | **A Föld tengelye körüli egy körülfordulás ideje** | **A nap két egymás utáni delelése közti átlagos idő** |
|---|---|---|
| A. | 24 óra | 24 óra |
| B. | kevesebb, mint 24 óra | 24 óra |
| C. | több, mint 24 óra | 24 óra |
| D. | 24 óra | több, mit 24 óra |




**14. kérdés:** Az ábrán látható kissé eltúlzott méretű megfigyelő áll a Földön és a saját árnyékát nézi. Az árnyék eddig zsugorodott, épp most kezd nőni. Mire ezt legközelebb megint megfigyelheti, a Föld




A. pontosan egy fordulatot tesz meg a tengelye körül.
B. kicsit kevesebb, mint egy fordulatot tesz meg a tengelye körül.
C. kicsit több, mint egy fordulatot tesz meg a tengelye körül.
D. pontosan két fordulatot tesz meg a tengelye körül.




A két gyakorlatilag azonos kérdéssel eredetileg más célom is volt, ezért is ismertetem őket kiemelve itt, az első fejezetben. Ezzel a kérdéspárral terveztem ugyanis kiszűrni a válaszolók közül a következetleneket. Ily módon a résztvevő 215 tanulóból 121-et kellett volna kalandornak minősítenem. A gyerekek azonban láthatóan komolyan vették a feladatot, és (igen kevés kivétellel) igyekeztek legjobb tudásuk szerint válaszolni. Nem volt okom azt feltételezni, hogy ekkora számban lennének közöttük, akik gondolkodás nélkül, találomra karikáznak be válaszokat. Így inkább arra kellett következtetnem, hogy ez az egyszerű geometriai kérdés nehezebb volt, mint vártam: sokan feltehetően meg sem próbálták végiggondolni, csak az időszámításról memoriterként megtanult leckéből próbálták felidézni a válaszhoz szükséges információt.

## 1.4 Következtetések

A feleletválasztós kérdéssorok minden kérdése komoly megértésbeli hiányosságokat derített fel. Az eredmények alapján megállapítottam, hogy megértési nehézségeket elsősorban a pontos fogalmak hiánya, illetve a fizikai törvények értő ismeretének hiánya okozhat, ennek hátterében pedig igen sok esetben fedezhető fel a mennyiségi megfontolások háttérbe szorulása. Kvantitatív tárgyalás híján nehezen lepleződhet le a hibás fizikai szemlélet, a tanuló könnyen hiheti, hogy megértette a jelenséget, hiszen elolvasta és megjegyezte a tudományos nyelvezettel megfogalmazott magyarázatot.

A fizikaoktatásra hárul tehát a feladat, hogy felkeltse a tudományos magyarázat igényét, és meg is adja a magyarázatot. A fogalmak és törvények ismeretében érdemes a fizikaórán utólag visszatérni a földrajzból hallottakra, eloszlatni a tévedéseket és elmélyíteni az ismereteket. Különösen fontos, hogy a környezetfizikai tartalmakkal kibővített fizika-tanterv új témakörei esetében ne a földrajzóráról ismert felületes magyarázat hangozzék el még egyszer. A mélyebb megértés érdekében nélkülözhetetlen a kvantitatív megfontolások és számolásos feladatok beépítése az oktatásba olyan témákból is, amelyeket hagyományosan csak kvalitatív módon tárgyalnak főként a földrajz-, de néhol a fizikatankönyvek is.

Ez a felismerés határozta meg további kutatómunkám irányvonalát. Megkezdtem a földrajzkönyvek által homályosan hagyott jelenségek lehetséges kvantitatív tárgyalásának kidolgozását. Azt kutattam, hogyan lehet a fizikai lényeg megőrzése mellett úgy leegyszerűsíteni a jelenséget, hogy a középiskolai matematikai eszköztárral is kezelhetővé váljon, illetve hogyan lehet a tárgyalást olyan kis lépésekre lebontani, amelyek mindegyike köthető a már meglévő fizikai ismeretekhez, és ezáltal nem kíván túlzott mértékű absztrakciót. Eddig túlnyomórészt mechanikai, valamint néhány hőtani vonatkozással foglalkoztam.

A feladat azonban igen nagy, az érintett témakörökben is akad még tennivaló, és bőven maradnak még a mechanikának és a hőtannak is a földrajzi jelenségek szempontjából feldolgozandó további témakörei. Hasonló problémák fedezhetők fel továbbá számos, e dolgozatban egyáltalán nem érintett témakör kapcsán is: ilyenek például a hullámokkal, a mágnességgel, illetve a radioaktivitással kapcsolatos megértési nehézségek.

# 2.

# Kiegészítő tananyag a tehetetlenségi erők bevezetésére és alkalmazására földrajzhoz kapcsolódó feladatokban [S6]

„Minden másképpen van.”
*Karinthy Frigyes*

## 2.1 Problémafelvetés: tantárgyak konfliktusa

Sok megértési nehézség forrása, hogy a földrajz és a fizika oktatása különböző módon kezeli a vonatkoztatási rendszerek és tehetetlenségi erők kérdését. A tehetetlenségi erőkhöz való viszonyulás tekintetében a tantárgyak között nincs nemhogy együttműködés, de még következetesség sem.

Bár a fizikaoktatásban a mozgások leírásakor kiemelt hangsúlyt kap a vonatkoztatási rendszer fogalma, és tanítjuk, hogy mi az inerciarendszer, ellenpélda csak említés szintjén szerepel. Legjobb esetben arra mutatunk példát a fizikaórán, hogyan egyszerűsítheti le egy feladat megoldását, ha áttérünk az egyik inerciarendszerről a másikra. A földrajzban ugyanakkor fel sem merül a vonatkoztatási rendszer megválasztásának kérdése: a légkör és a tengerek mozgásainak tárgyalásakor a földrajzkönyvek magától értetődő természetességgel használják a forgó Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszert, anélkül, hogy felhívnák a figyelmet a nemtehetetlenségi rendszer alkalmazására. Magyarázataikban hivatkoznak a centrifugális erőre és a Coriolis-erőre, és e fogalmak a földrajzérettségi követelményrendszerében is szerepelnek, míg a fizikaórán elő sem kerülnek.

A földrajzkönyvek ráadásul nemcsak a Föld forgásával kapcsolatban hivatkoznak tehetetlenségi erőkre, hanem olyankor is, amikor elegendő lenne a tehetetlenség kilencedikesek által is ismert törvényére hivatkozni. Az alábbi (1),(2) esetben például nem egyszerűbb a folyók viselkedését együttforgó vonatkoztatási rendszerből leírni a kanyarulatokban. (Nem világos továbbá, mit jelent, hogy „az egyszer kitérített víz” egy erőnek „egyre inkább engedelmeskedik”.)

| | |
|---|---|
| A centrifugális erő hatására a leggyorsabban haladó víztömeg vonala, a sodorvonal a kanyarulatokban a meder egyik oldaláról a másikra vált át. (1) | Mérsékelt lejtésű területen ... már a meder legkisebb egyenetlensége is kitéríti a folyót az egyenes útból. Az egyszer kitérített víz tehetetlensége miatt egyre inkább a centrifugális erőnek engedelmeskedik. A folyó lengő mozgással, kanyarulatokat ... leírva halad tovább. A centrifugális erő hatására a leggyorsabban haladó víztömeg vonala, a sodorvonal a kanyarulatokban a meder egyik oldaláról a másikra vált át. (2) |

Ha tudatosan nem is fogalmazódik meg bennük, a diákok érzik a két tantárgy között a mozgások leírása terén meglévő konfliktust, a konfliktus természete azonban általában rejtve marad előttük.

Mivel a természetföldrajzot kilencedikben tanulják, a fizikai háttértudás még hiányzik, vagy legalábbis nem támaszkodhat még elegendő tapasztalatra. Így a konfliktus akkor is fennáll, ha a földrajzból tanult magyarázat helytálló. Amennyiben nem válik világossá, hogy a különbség a vonatkoztatási rendszer megválasztásában rejlik, a tanulóknak esélyük sincs a földrajzórán tanultak megértésére.

## 2.2 A Coriolis-erő a földrajzkönyvekben

A Föld forgása miatti centrifugális erőre a földrajzkönyvek ismert tényként hivatkoznak, kvalitatív módon sem kísérelik meg megmagyarázni, hogy a forgó Földön miért lép fel ilyen erő. A Coriolis-erő esetében ugyanakkor a megvizsgált tankönyvek közül kettő magyarázza is a jelenséget, míg a legtöbb könyv csak annyit mond, hogy a föld forgása miatt van, továbbá közli, hogy a mozgás irányához képest az északi féltekén jobbra, a délin balra hat. (Pontosabban úgy fogalmaznak, hogy északi féltekén jobbra, a délin balra téríti ki „eredeti irányukból” a légtömegek mozgását.)

A földrajzi szélességtől való függést megfogalmazzák a tankönyvek, de nem az erővel vagy gyorsulással, hanem „az eltéréssel” kapcsolatban. (Az „eltérés” mibenléte nem fogalmazódik meg: feltehetően távolságot vagy szöget jelent.) A sebesség nagyságától való függést egyik könyv sem említi.

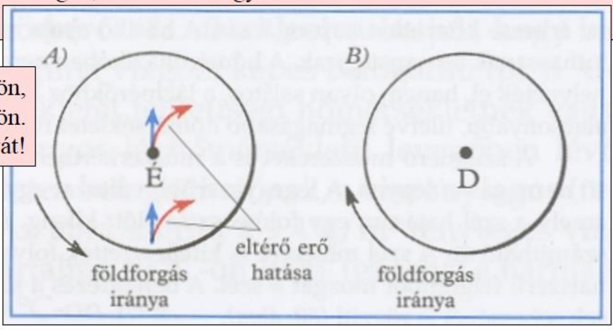
Az általam áttekintett könyvek közül csak az alábbi (1) mondja ki, hogy a Coriolis-erő minden mozgó testre hat, a magyarázatok pedig (ahol vannak egyáltalán) kizárólag észak-déli irányban mozgó testekre vonatkoznak (2). A (2) idézetben szereplő, hosszúsági kör mentén elindított ágyúgolyó „a tehetetlenségi erő miatt” tartja meg eredeti irányát. Nehéz összeegyeztetni azzal, amire fizikaóráról már emlékeznek a gyerekek: az eredeti irány megtartását tehetetlenségnek szokták hívni, és az erő hiányára szoktak hivatkozni. Azt is nehéz elképzelni, hogy úgy tartja meg az irányát, hogy fordul.

> KISLEXIKON
> Coriolis erő: ... Minden olyan testre hat, amely forgó rendszerben mozog. Hatására az Egyenlítő felé mozduló testek (víz, légtömegek) nyugat felé, a sarkok irányába mozdulók pedig kelet felé eltérülnek. A Coriolis-erő okozza az állandó szelek eltérülését, a ciklonok és az anticiklonok örvénylő mozgását, a tengeráramlások irányának módosulását. ①

> A tehetetlenségi erő miatt az ágyúgolyó megtartja eredeti irányát úgy, hogy együtt mozdul a forgó Földdel. ... már nem északra, a kezdő hosszúsági kör mentén, hanem ÉK felé (az északi félgömbön jobb kéz felé) tart. Ugyanez vonatkozik a mozgó légtömegekre (pl szélre) is. Valójában a mozgó testek tehetetlenségüknél fogva megtatják eredeti irányukat, csak a forgó Földről látszanak úgy, hogy megváltozik mozgásuk iránya. ... az eltérés az Egyenlítőtől a sarkok irányába nő. ②

Az alábbi (szintén csak észak-déli irányban mozgó testre vonatkozó) ábrával is kísért magyarázat már követhetőbb egy kilencedikes számára, mert az általa is ismert tehetetlenségre hivatkozik. Nem szerencsés megfogalmazás azonban „a kerületi sebesség megőrzése”, hiszen (ha egy diák egyáltalán tudja már mi a kerületi sebesség) nem feltétlenül világos számára, hogy nem a kerületi sebessége marad állandó, hanem úgy értendő, hogy a test megőrzi azt a sebességet, amekkora az induláskori kerületi sebessége volt.

CORIOLIS-ERŐ (keretes magyarázat) ... A Föld tengely körüli forgását a mindenütt azonos szögsebességgel és a forgástengelytől távolodva, vagyis alacsonyabb földrajzi szélességek felé haladva növekvő kerületi sebességgel jellemezhetjük. Vegyünk először példaként egy, az Egyenlítő térségéből az északi féltekén északnak induló légtömeget (79. A ábra). Légtömegünk a magasabb kerületi sebességű helyről halad a kisebb kerületi sebességű hely felé. A forgó rendszerhez képest mozgást végző légtömeg útja során – tehetetlensége révén – megőrzi kiindulási pontja kerületi sebességét. Így – mintegy „megelőzve" a Földet – eredeti irányához képest jobb kéz felé tér el. Ha egy légtömeg az északi féltekén magasabb szélességek felől halad az Egyenlítő irányába, akkor nagyobb kerületi sebességű pontok fölé ér. Tehetetlensége révén megőrzi kiindulási pontja kisebb kerületi sebességét, a forgó Földhöz képest „lemarad", ami ismét a jobb kéz irányába való eltérést jelent.
A Coriolis-erő nagysága nem azonos minden szélességen, hanem az Egyenlítőtől a sarkok felé fokozatosan növekszik.




79. A) Coriolis-erő hatása az északi félgömbön,
B) Coriolis-erő hatása a déli félgömbön.
Rajzoljuk be a mozgás irányát!

A kerületi sebesség nagyságának változása ráadásul csak a Coriolis-gyorsulás feléért felelős. A magyarázat akkor lenne teljes, ha arról is szólna, hogy tehetetlensége révén a légtömeg az induláskori kerületi sebességre merőleges irányú sebességkomponensét is megőrzi, ez pedig az elforduló Földön már nem észak-déli irányba mutat. E hiányosságot csak a kvantitatív tárgyalás fedi fel (az 5. fejezetben magam is bemutatom ennek egy lehetséges módját), hiszen ennek hiányában úgy tűnik, magyarázatot kaptunk az eltérülésre.

Nemcsak a földrajzkönyvek magyarázatai, de sokszor a kvalitatív szinten megmaradó fizika segédanyagok, például [12], [13] sem foglalkoznak az általános esettel: szintén csak észak-déli irányú mozgásokon mutatják be a jelenséget. Szeidemann Ákos [10] módszere kvantitatív ugyan, de ő is csak az észak-déli irányú mozgással foglalkozik.

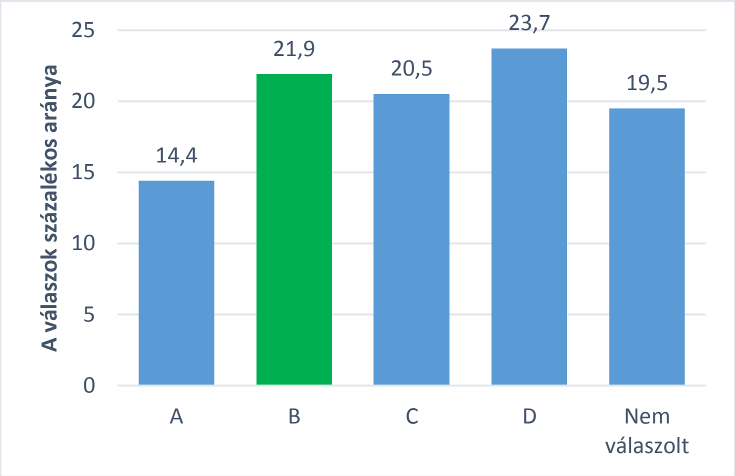
## 2.3 Coriolis-erő a tanulói felmérésben

Az általam végzett feleletválasztós felmérés több kérdése foglakozott olyan jelenségekkel, amelyek magyarázatakor a földrajzkönyvek hagyományosan tehetetlenségi erőkre hivatkoznak. A centrifugális erőhöz köthető kérdéseket és a kapott válaszokat a 4. fejezetben ismertetem. Ebben a fejezetben csak a Coriolis-erő természetével kapcsolatos kérdéseket mutatom be, a 3.fejezetben pedig a Coriolis erő és a szélirány kapcsolatának megértését vizsgáló kérdésekre térek rá.

A felmérés egyik kérdése arra vonatkozott, mit gondolnak a tanulók a Coriolis-erő és a földrajzi szélesség, illetve a Coriolis-erő és a mozgó test sebessége közötti összefüggésről. A válaszok eloszlása csaknem egyenletes, és a nem válaszolók igen nagy száma is jelzi, hogy sokaknak semmiféle kvantitatív elképzelése nincs az eltérítő erővel kapcsolatban.

**10. kérdés:** Melyik állítás igaz az eltérítő (Coriolis) erővel kapcsolatban?

A. Csak akkor hat, ha a test észak-déli irányban (is) mozog, nagysága a sebességgel és a földrajzi szélességgel növekszik.
B. Kelet-nyugati irányban mozgó testekre is hat, nagysága a sebességgel és a földrajzi szélességgel növekszik.
C. Csak akkor hat, ha a test észak-déli irányban (is) mozog, nagysága a sebességgel nő, a földrajzi szélességgel csökken.
D. Kelet-nyugati irányban mozgó testekre is hat, nagysága ilyenkor a sebességgel nem változik, a földrajzi szélességgel nő.




Az igazsághoz tartozik, hogy a Coriolis-erővel kapcsolatos félreértések nem mind a földrajzóráról származnak. Föld forgása miatt fellépő jelenségek a filmforgatókönyv-írók fantáziáját is megragadják, és ez a fizikaoktatásban sem hagyható figyelmen kívül. (A gyerekek is szívesen veszik a pár másodperces filmbejátszásokat.) Ahogyan környezetfizikai szempontból minden téren, a Föld forgásával kapcsolatban is a katasztrófafilmek kínálják a legtöbb csemegézni valót. A *Holnapután* című filmben például mialatt tévébemondó ismerteti a katasztrófa közeledtére utaló aggasztó jeleket, elmondva, hogy trópusi hurrikánra emlékeztető hatalmas vihar alakult ki Kanadában, a háta mögött levő képen az óra járásának irányában örvénylő felhőrendszer látható. A képet figyelmesen megszemlélve a földrajzból tanultak alapján a középiskolások is megmondják, hogy rossz, hiszen egy Kanada fölötti hurrikán – ha egyáltalán létezhetne – biztosan az ellenkező irányban örvénylene, mert az északi féltekén van.

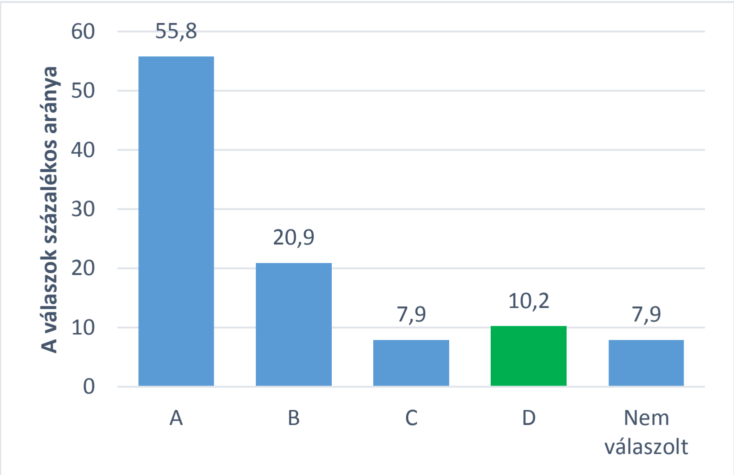
Nehezebb a rossz tudomány leleplezése azokban az esetekben, amelyek a lefolyó legendájára épülnek. Ilyen például a *Szupercella* (Escape Plan) című film, ahol a szuperbiztonságos börtön fogvatartottjai nem tudják, a világnak mely táján vannak. A főhős (*Sylvester Stallone*) megfigyeli a WC-ben örvénylő víz mozgását, ebből állapítja meg, hogy valahol az északi féltekén.

A *Simpson család* című népszerű rajzfilmsorozat *Bart kontra Ausztrália* című epizódjában pedig a nem éppen észkombájn Bart Simpson nem akarja elfogadni, hogy északon mindig az óramutatóval ellentétesen örvénylik a lefolyó, mire húga, a szuperokos Lisa figyelmezteti, legjobb, ha egyszerűen kipróbálja. Vagyis Lisa megfogalmazza, hogy elméletünk helyességének próbája a kísérlet! A szerzőknek azonban olyannyira kétségük sincs a kísérlet eredményét illetően, hogy ők maguk sem ellenőrzik, mi pedig azt láthatjuk, hogy a kísérletet elvégezve a lefolyók következetesen különböző irányban örvénylenek a két féltekén.

A Coriolis-erőhöz kapcsolódó másik kérdésemmel annak próbáltam tehát utánajárni, vajon a tanulók is elhiszik-e ezt a lefolyók viselkedésével kapcsolatos közkeletű tévedést.

**9. kérdés:** Iván Moszkvában, illetve Pedro Buenos Airesben egyaránt megtölti vízzel a konyhai mosogatót, majd kihúzza a dugót. A víz örvénylő mozgással távozik a lefolyón.

A. Ivánnál az óra járásával ellentétesen, Pedrónál pedig azzal megegyező irányban forog a víz.
B. Pedrónál az óra járásával ellentétesen, Ivánnál pedig azzal megegyező irányban forog a víz.
C. Mindkettőjük az óra szerint azonos értelmű forgást figyel meg.
D. A fentiek bármelyike előfordulhat.




Az eredmény mutatja, hogy a tévedést a mi tanulóink is magukévá tették. Túlnyomórészt megbízhatóan emlékeznek földrajzóráról arra, hogy melyik féltekén merre forognak az alacsony nyomású (tehát befelé áramlással járó) légköri képződmények, a tanultakat pedig – kvantitatív megfontolások híján – kétségek nélkül alkalmazzák bármire, ami forog. A lefolyó legendája ezért is szedi könnyen áldozatait.

## 2.4 Osztálytermi demonstráció

A lefolyó legendáját látszik alátámasztani számos, az interneten fellelhető amatőr videofelvétel is, amelyeken (pl. Ecuadorban) hiszékeny turistáknak „bemutatják”, hogyan változik meg a víz örvénylésének iránya a lefolyóban, ha a kísérletet pár méterrel arrébb, az Egyenlítő túloldalán végzik el [14], 2.1 ábra. A turisták álmélkodva adnak hitelt a „demonstrációnak”, noha az átverés szembetűnő: látható, ahogyan az edény feltöltésekor a kívánt értelmű perdülettel látják el a vizet.


**2.1 ábra. Képkockák a turistaszédítő videóból** [14]

Tanulságos a videó megtekintése után az osztályteremben is elvégezni ezt a demonstrációt: Egy tanuló rajzol a padlóra egy tetszés szerinti vonalat, amelyet elnevezünk Egyenlítőnek, és ugyancsak tetszés szerint megválasztja, hogy melyik legyen az északi oldal. Ezután egy másik tanuló feladata, hogy legyen a demonstrátor, aki a kívánt eredményt produkálja. (A többieket fel sem kell kérni a hiszékeny turisták szerepére, maguktól is eljátsszák.) A mi edényünk a filmben láthatónál kisebb volt, így vödör helyett kancsóból öntöttük bele a vizet. Egy némi gyakorlást igénylő alternatív módszerről *Christoph. Drösser* népszerű könyvében olvashatunk: [15].

Hogy a földrajzórákon történt-e említés a lefolyókról, és ha igen, mi hangzott el, nem tudom. Mindenesetre elég a filmekre és tévésorozatokra gondolni ahhoz, hogy lássuk, a földrajzóra egyedül nem veheti fel a harcot a gyerekekre rázúduló „komolytalan tudománnyal”.

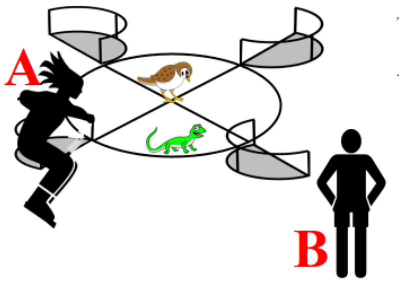
## 2.5 Kiegészítő tananyag a tehetetlenségi erők tanításához

Mivel az általam végzett felmérésnek a tehetetlenségi erőkkel kapcsolatos valamennyi kérdésére adott válaszok megerősítették, hogy a tanulók valójában nem értik a tehetetlenségi erőkre alapuló magyarázatokat, kiegészítő tananyagot állítottam össze, amely a kilencedik év végén már meglévő matematikai ismereteken túlmutató eszközök nélkül, de kvantitatív módon vezeti be a tehetetlenségi erőket, és feladatokat tartalmaz a tanultaknak a forgó Földön való alkalmazására.

A forgó vonatkoztatási rendszerek bemutatásának bevett eszköze a körhinta példája. Az interneten is számos oktatófilmet találhatunk, amelyekben körhintán ülők labdákat gurítanak vagy dobnak egymásnak. Az általam kidolgozott kiegészítő tananyag is a körhinta klasszikus példáján mutatja be a mozgások leírását forgó vonatkoztatási rendszerben. Míg azonban a középiskolás szintű források általában megmaradnak a konceptuális megközelítés szintjén, az általam kidolgozott tárgyalás mennyiségi megközelítést alkalmaz, gondosan ügyelve arra, hogy csak a középiskolás matematikai eszköztárhoz folyamodjon. Nemcsak a differenciálszámítást kerültem, de még a vektoriális szorzat használatát is. A fokozatosan bővülő ismeretanyag elsajátítását segítő feladatokban rendre megjelennek a földrajzból ismert mozgások.

A kiegészítő tananyag teljes egészében megtalálható a CD-mellékletben. Itt csak a tartalmi felépítését és a felmerülő didaktikai megfontolásokat ismertetem. A számolások is kevésbé részletesek, mint a tanulók számára készített anyagban.

A játszótéri példában két gyermek játssza a két megfigyelő szerepét: a körhintán utazó A megfigyelő a forgó körhintához rögzített vonatkoztatási rendszerből vizsgálja az eseményeket, míg a körhinta mellett álló B megfigyelő vonatkoztatási rendszere inerciarendszer. Jelen van még két további szereplő: a körhinta peremén szaladó fürge gyík, illetve a hinta közepéről elijesztett, sugárirányban elrepülő veréb (2.2 ábra). Miközben megbeszéljük, hogyan magyarázza a két megfigyelő a tapasztalt jelenségeket, minden előforduló mennyiség számértékét meghatározzuk annak érdekében, hogy a különböző vonatkoztatási rendszerekben észlelt erőket, illetve gyorsulásokat egymással össze lehessen hasonlítani.




**2.2 ábra A négy szereplő**

## A CENTRIFUGÁLIS ERŐ BEVEZETÉSE

Legyen a körhinta sugara 1,5 méter, és tegyük fel, hogy 3 másodperc alatt fordul körbe. Először azt vizsgáljuk, mekkora A sebessége, illetve gyorsulása B szerint, majd meghatározzuk, hogy mekkora és milyen irányú vízszintes irányú erő hat B szerint A-ra, ha A tömege 20 kg.
Mivel B rendszere inerciarendszer, ez a feladat egyszerű, ismert rutinfeladat, mindenki oldott meg ilyent a körmozgás tárgyalásakor. Megkapjuk, hogy B szerint A sebessége $v$ = 3,14 m/s, és az A-ra ható eredő erő $m\omega^2 r$ = 132 N.

Fontos a tanulókkal megértetni, hogy ezt a befelé irányuló nyomóerőt a körhinta ülése fejti ki, vagyis valóságos test által kifejtett, valóságos erőről van szó, amely nem függhet attól, milyen vonatkoztatási rendszerben írjuk le a mozgást. A-nak a vonatkoztatási rendszerében is ugyanekkora erőt fejt tehát ki az ülés, érzi is, hogy nyomja az oldalát. Az ő hintához rögzített rendszerében azonban ő maga egy helyben ül, nem gyorsul, a rá ható erők eredője tehát 0 kell, hogy legyen. Ezért azt kell feltételeznie, hogy jelen van egy másik $m\omega^2 r$ nagyságú, de kifelé irányuló erő is, amely őt nekinyomja az ülés oldalának.

Így bevezethető a centrifugális erő, melynek példáján a továbbhaladás előtt fontos hangsúlyozni, mit jelent a tehetetlenségi erő fogalma.

## Alkalmazások a forgó Földön

Az alábbiakban néhány végigszámolt példát veszek sorra, amelyekben az $\Omega = 7.292 \cdot 10^{-5}$/s szögsebességgel forgó Földre alkalmazhatjuk a tanultakat. (A segédanyag ennél jóval több példát, feladatot és magyarázatot tartalmaz.) Feladatok segítségével illusztrálható például, hogy a szabadesés gyorsulása / nehézségi gyorsulás a Föld középpontja felé mutató gravitációs gyorsulásnak és a Föld forgástengelyétől elfelé mutató centrifugális gyorsulásnak az eredője. Ha csak megemlítjük, hogy a szabadesés gyorsulása nem azonos a gravitációs gyorsulással, a gyerekek a tanár szóhasználati preferenciájának tekintik a különbségtételt.

**Feladat:** A Föld egyenlítői sugara $R_E = 6378$ km, tömege $5.974 \cdot 10^{24}$ kg.

(a) Számítsuk ki és hasonlítsuk össze a gravitációs gyorsulás és a centrifugális gyorsulás egyenlítői értékét.
(b) Mekkora $g_E$ gyorsulással gyorsul lefelé az Egyenlítőn szabadon eső test (nehézségi gyorsulás)?

**Megoldás:**

$$a_g = \gamma \frac{M}{R_E^2} = 6{,}672 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}974 \cdot 10^{24}}{(6{,}378 \cdot 10^6)^2} = 9{,}80 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$a_{cf} = \Omega^2 R_E = (7{,}29 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 6{,}38 \cdot 10^6 = 0{,}03 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

ez a gravitációs gyorsulás nagyságának kb. 3 ezreléke.

$$g_E = 9{,}80 - 0{,}03 = 9{,}77 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

A tanulók általában érdekesnek találják, hogy $g$ értéke befolyásolja a sporteredményeket. (Erről a Természet Világában részletesen olvashatunk: [16]) Ezért kiszámítjuk azt is, hogy ha egy távolugró a sarkon 8,00 métereset tud ugrani, akkor (feltételezve, hogy mindkét helyen ugyanazzal a kezdősebességgel, ugyanakkora szögben rugaszkodik el) ugrásának hossza az Egyenlítőn 8,04 méter lesz. Ezután rátérünk a köztes földrajzi szélességekre.

**Feladat:** Budapest az északi $\varphi = 47{,}5°$ földrajzi szélességen fekszik. (Számoljunk a Föld átlagos $R$ = 6370 km-es sugarával.)

(a) Mekkora $r$ sugarú körön fordul körbe Budapest a Föld tengelye körül?
(b) Mekkora és milyen irányú Budapesten a centrifugális gyorsulás?
(c) Mekkora a Föld középpontja felé mutató gravitációs gyorsulás?
(d) Mekkora $g$ (nehézségi) gyorsulással gyorsul lefelé Budapesten a szabadon eső test?

**Megoldás:**

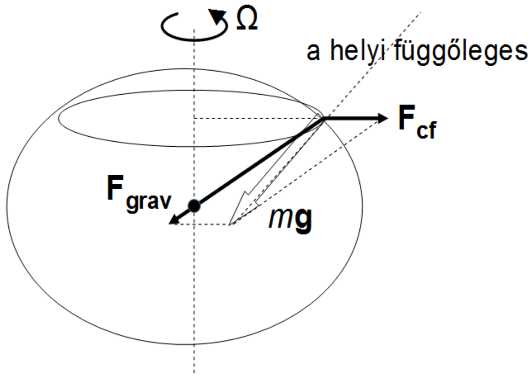
$$\text{(a)}\quad r = R \cdot \cos\varphi = 6{,}37 \cdot 10^6 \cdot \cos 47{,}5° = 4{,}30 \cdot 10^6\,\mathrm{m}.$$

$$\text{(b)}\quad a_{cf} = \Omega^2 r = (7{,}29 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 4{,}30 \cdot 10^6 = 0{,}023 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Iránya a Föld tengelyétől elfelé, vagyis ferdén felfelé, a függőlegestől 47,5°-kal délre mutat.

$$\text{(c)}\quad a_g = \gamma \frac{M}{R^2} = 6{,}672 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}974 \cdot 10^{24}}{(6{,}370 \cdot 10^6)^2} = 9{,}823 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

$$\text{(d)}\ \ g=\sqrt{(9{,}823\cdot\cos 47{,}5°-0{,}023)^2+(9{,}823\cdot\sin 47{,}5°)^2}=9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$




**2.3 ábra. A nehézségi gyorsulás iránya**

Mivel a mechanika tanításakor matematikából még nem áll rendelkezésre a koszinusztétel, a két gyorsulás vektori eredőjének nagyságát derékszögű komponensekre bontással kaptuk meg. Iránya a Föld középpontjának irányától valamelyest délre mutat (2.3 ábra). Fontos tudatosítanunk, hogy ez az irány adja meg, mit jelent a „lefelé”, a Föld lapultsága pedig olyan mértékű, hogy a felszín erre az irányra legyen merőleges.

## A CORIOLIS-ERŐ BEVEZETÉSE

### Érintőirányban mozgó test esete

Ezután a gyík mozgását írjuk le mindkét vonatkoztatási rendszerben. Legyen a gyík tömege 20 g, és szaladjon $u$ = 0,50 m/s sebességgel a körhinta peremén a körhinta forgásirányában.

Akárcsak az előbb, mindkét vonatkoztatási rendszerben ugyanakkorának kell lennie a körhinta által kifejtett erőnek. B esetében ez maga az eredő erő:

$$F_{\text{eredő}}=F_{\text{hinta}}=ma=m\frac{(v+u)^2}{r}=0{,}0200\cdot\frac{3{,}64^2}{1{,}50}=0{,}177\,\mathrm{N}$$

A forgó A megfigyelő számára azonban a gyík körmozgásának kerületi sebessége csak 0,50 m/s, ennek megfelelően pedig az eredő erő is csak

$$ma=m\frac{u^2}{r}=0{,}0200\frac{0{,}5^2}{1{,}5}=0.003\,\mathrm{N}\,.$$

A körhinta által kifejtett befelé mutató 0,177 N nagyságú erőhöz tehát kifelé irányuló erőket kell adnunk, hogy a 0,003 N nagyságú eredő erőt megkapjuk. Egy ilyen kifelé irányuló erővel már találkoztunk: a gyíkra is hat az $m\omega^2 r$ nagyságú centrifugális erő. Ennek számértéke azonban csak 0,132 N, amely nem elég, kell lennie még egy, $-0{,}003+0{,}077-0{,}132=0{,}042$ N nagyságú kifelé ható erőnek is.

A hiányzó erőt megadó fizikai törvényszerűség felderítése érdekében vizsgáljuk a kiszámított erőket algebrailag is. A négyzetre emelést elvégezve

$$F_{\text{hinta}} = m\frac{(v+u)^2}{r} = \frac{mv^2}{r} + \frac{2mvu}{r} + \frac{mu^2}{r}$$

Az utolsó tag felel meg az A megfigyelő szerinti eredő erőnek. Ha ezt az utolsó tagot kifejezzük az egyenlőségből:

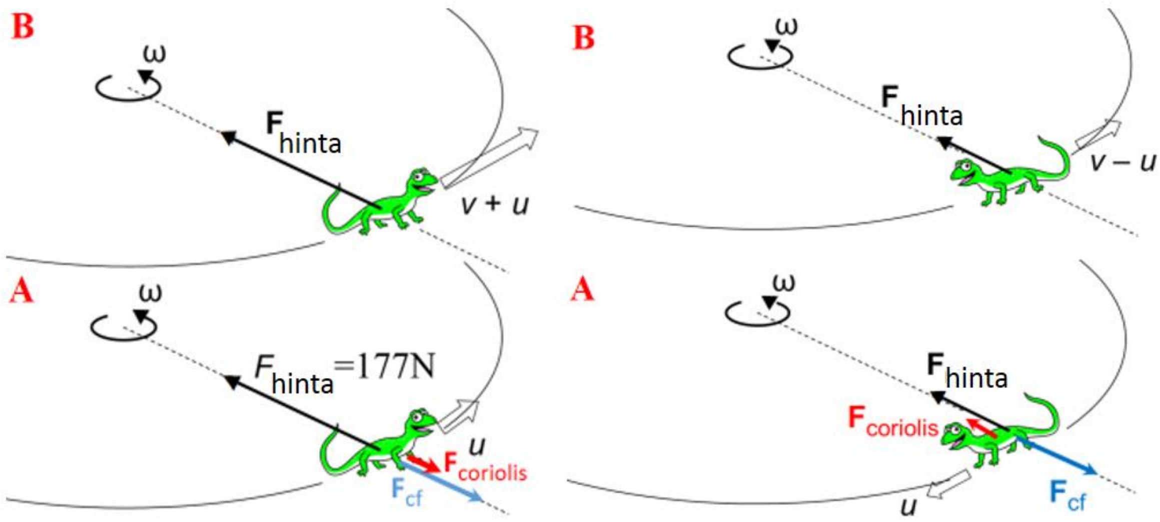
$$\frac{mu^2}{r} = F_{\text{hinta}} - \frac{mv^2}{r} - \frac{2mvu}{r},$$

láthatjuk, hogy az eredő erő három tagból tevődik össze: az első tag a körhinta által kifejtett befelé irányuló valódi erő, a második a kifelé irányuló centrifugális erő, a harmadik pedig a hiányzó erő, amely ezúttal ugyancsak kifelé hat.

Megkaptuk, hogy az érintőirányban $u$ sebességgel mozgó testre $2mvu/r = mu\cdot 2\omega$ nagyságú erő hat, numerikus adatainkat behelyettesítve pedig látjuk, hogy értéke valóban 0,42 N.

Ezzel bevezettük a Coriolis-erőt is, de fontos kiemelni, hogy egyelőre csak érintőirányban mozgó testek esetében.

A 2.4 ábra összefoglalja a gyíkra ható erőket a két vonatkoztatási rendszerben. Ha a gyík a körhinta forgásával ellentétes irányban szalad, a Coriolis-erő iránya is ellentétes.

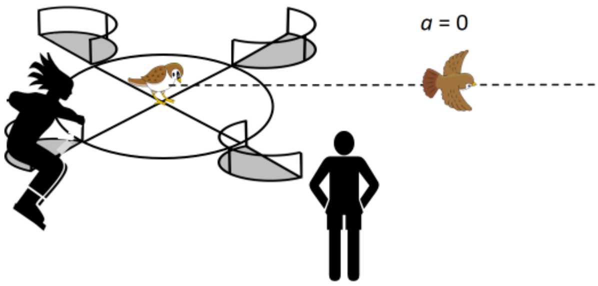



**2.4 ábra. A tangenciális irányban mozgó testre ható erők.**
**Balra: ha a forgás irányában mozog, jobbra: ha a forgás irányával ellentétesen mozog.**

Ez utóbbi mozgásnak az órán megbeszéltük azt a speciális esetét is, amikor B mozgását figyeljük meg A szempontjából..

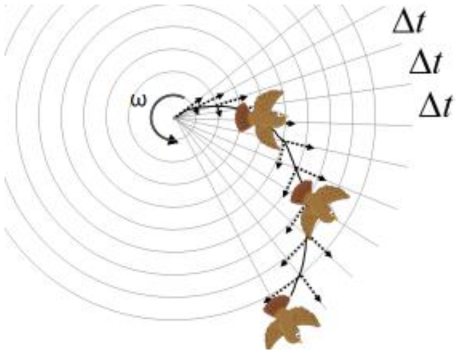
## Sugárirányban mozgó test esete

Eddig csak érintőirányban mozgó testeket és rájuk ható sugárirányú erőket vizsgáltunk. Tekintsük most a középpontból repülve menekülő veréb mozgását. B megfigyelőnk számára egyszerű sugárirányú egyenes vonalú egyenletes mozgásról van szó (2.5 ábra).




**2.5 ábra. A veréb mozgása a B megfigyelő vonatkoztatási rendszerében.**

Az A megfigyelő szempontjából ugyanakkor a mozgás igen bonyolult. A sugárirányú gyorsulás az ő rendszerében is nulla ugyan, de mivel az érintőirányú sebesség a távolsággal arányosan növekszik, érintőirányban nem nulla a gyorsulás, ezúttal kell, hogy legyen tehát egy érintőirányban ható erő. A 2.6 ábrán látható a konstans radiális sebesség és az egyre növekvő tangenciális sebesség $\Delta t$ időközönként.




**2.6 ábra. A veréb mozgása az A megfigyelő vonatkoztatási rendszerében.**

Ha a veréb $v$ sebességgel menekül a körhintáról, akkor $\Delta t$ idő alatt a középponttól való távolság $\Delta r = v\Delta t$-vel növekszik. Ha a $\Delta t$ intervallum rövid, akkor a gyorsulás egyenletesnek tekinthető, a szögelfordulás növekedése $\omega\Delta t$, ami a sugárirányra merőlegesen $\omega\Delta t\cdot\Delta r$ ívhossznyi elmozdulásnak felel meg. Ebből

$$\frac{1}{2}a(\Delta t)^2 = \omega\Delta t\cdot\Delta r$$

$$a = \frac{\Delta r}{\Delta t}\cdot 2\omega = v\cdot 2\omega$$

Eredményünk szerint $v$ sebességű sugárirányú mozgás esetén ugyanakkora nagyságú oldalirányú erő lép fel, mint $v$ sebességű érintőirányú mozgás esetén. Ezzel a Coriolis-erő tárgyalása már teljes, hiszen levonhatjuk a következtetést, hogy a forgástengelyre merőleges síkban való bármilyen irányú mozgásra az $a = v\cdot 2\omega$ összefüggés alkalmazható.

**<u>Alkalmazások a forgó Földön</u>**

Hogy a forgó Földön fellépő Coriolis-erőre a körhinta példájából kapott eredményt alkalmazhassuk, legegyszerűbb esetként azt vizsgáljuk meg, hogy mi történik, ha egy test az Egyenlítőn az Egyenlítő síkjában mozog. Egy bevezető feladatban feltesszük, hogy az Egyenlítő valamely pontján a szél $u$ = 20 m/s sebességgel nyugat felé fúj. A Coriolis-gyorsulás számértékére ekkor $2\Omega u = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{ms}^{-2}$ adódik, és a gyorsulás függőlegesen lefelé irányul. Fontos felhívni a figyelmet arra, hogy a gyorsulás sugárirányú, ezért csalás a videofelvételeken látott “demonstráció”.

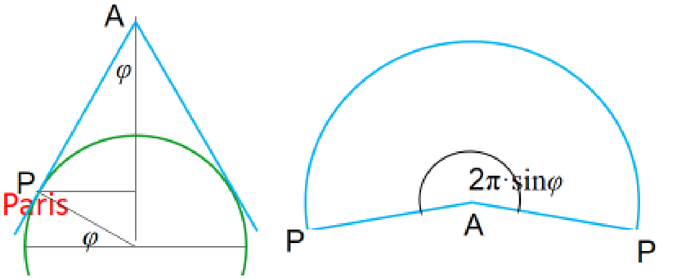
Más földrajzi szélességeken a Coriolis-erőnek van vízszintes komponense is, így a helyzet bonyolultabb a játszótéri példánknál. Míg a körhinta példájában a mozgások a forgástengelyre merőleges síkban történtek, a légkör és a tengerek mozgásainak vizsgálatakor nem praktikus a forgástengelyre merőleges, illetve azzal párhuzamos összetevőkre való felbontás, hiszen e mozgások jellemzően a felszínnel párhuzamos irányokban, vagyis a helyi függőlegesre merőlegesen zajlanak.

A középiskolás fizikakönyvek általában ismertetik a Foucault-féle ingakísérletet, és elmondják, hogy a Föld forgása ezáltal nyert közvetlen kísérleti igazolást, de nem mindig térnek ki arra, hogy az inga körbefordulásának ideje hosszabb egy napnál, és függ a földrajzi szélességtől. Ahol említenek számértéket, ott sem adnak magyarázatot arra, hogy miért éppen annyi az inga körbefordulásának szögsebessége. Egyetemi szintű tankönyvekben találhatunk magyarázatokat, amelyek például görbült felületek mentén mozgatott vektorokra alapulnak (például [17], [18]). A Fizikai Szemlében is olvashattunk már mind a vektortranszportról ([19]), mind pedig egy alternatív, forgómozgások összetételén alapuló megközelítésről ([20]). Középiskolás szinten el szeretnénk kerülni, hogy a szögsebességet vektormennyiségként kelljen kezelnünk, ami túlzott mértékű absztrakciót jelentene. *Hraskó Péter* [18] kitér arra is, hogy a vektortranszport kúppalásttal is szemléltethető. Az itt következő tárgyalás ennek a szemléltetésnek a középiskolások számára emészthető feldolgozása.

A diákok tapasztalatból tudják, hogy a kúppalást síkba kiteríthető, hiszen mindannyian készítettek kisiskolás korukban varázslósapkát. Mivel Foucault kísérletét Párizsban végezte, tekintsük azt a kúpfelületet, amely a földgolyóra varázslósapka-szerűen ráillesztve azt éppen a párizsi $\varphi$ = É48,8° szélességi kör mentén érinti. Egy nap során, mialatt a Föld $2\pi$ szöggel körbefordul, Párizs körbejárja a kúppalástot, amely (lokálisan) mindig a helyi vízszintes síkban van. Ha a kúpfelületet síkban kiterítjük, a kapott körcikk középponti szöge $2\pi \cdot \sin\varphi$, így Párizs a vízszintes síkban $2\pi \cdot \sin\varphi$ szöggel fordul el egy nap alatt (2.7 ábra). A Foucault-inga körbefordulásának szögsebességét úgy kapjuk, hogy ezt a szögelfordulást osztjuk 1 nappal. A helyi szögsebesség tehát a földforgás szögsebességnek és a földrajzi szélesség szinuszának a szorzata. Értéke Párizsban

$$\omega = \Omega \cdot \sin\varphi = 7{,}29 \cdot 10^{-5} \cdot \sin 48{,}8° = 5{,}49 \cdot 10^{-5}\ /\mathrm{s},$$

ami óránként 11,3° elfordulásnak felel meg. Mindig tanulságos a szélsőséges esetek vizsgálata: A sarkoknál 15° lenne, az Egyenlítőn pedig nulla.




**2.7 ábra. A helyi vízszintes síkban történő elfordulás szögének szemléltetése**

**Feladatpárok**

A kiegészítő anyag számos feladata annak megvilágítását célozza, hogy a mennyiségek nagyságrendi viszonyai döntik el, hogy a vizsgált jelenség leírásakor figyelembe kell-e venni a Föld forgását vagy nem. Az algebra is kevés, fontosak a számértékek is, hiszen a számértékek ismeretében derül fény arra, hogy a Föld forgását mikor szükséges figyelembe venni az adott jelenség tárgyalásakor, s mikor lehet elhanyagolni. A lefolyó rejtélyét is akkor tudjuk leleplezni, ha kiszámoljuk. Ilyen, algebrailag azonos, de különböző következtetésre vezető feladatpárt alkothatunk a következő két feladatból:

**Feladat:** Egy szem morzsa Budapesten a konyhai mosogatóban pillanatnyilag éppen 10 cm/s sebességgel, 2 cm sugarú pályán köröz a lefolyó körül. Számítsuk ki a körmozgás gyorsulását, és vizsgáljuk meg, e gyorsulásnak mekkora részét okozhatja a Föld forgása miatt fellépő Coriolis-erő.

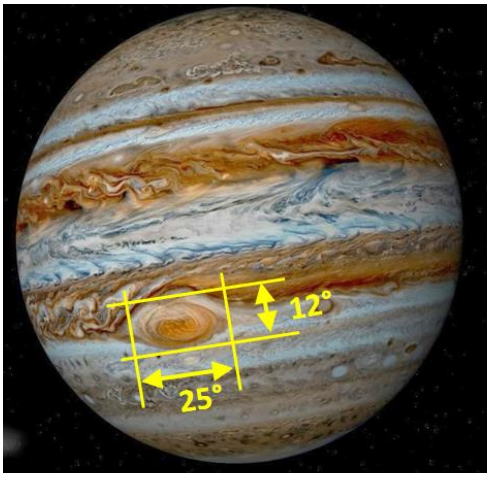
**Megoldás:**

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{0{,}1^2}{0{,}02} = 0{,}5\,\mathrm{m/s}^2 .$$

$$a_C = 2v\Omega \sin\varphi = 2\cdot 0{,}1\cdot(7{,}3\cdot 10^{-5})\sin 47{,}5° = 1\cdot 10^{-5}\,\mathrm{m/s}^2 .$$

A számszerű eredmények alapján meggyőző, hogy az effektus (bár létezik) igen kicsiny, a forgás megjelenéséért döntően más tényezők felelősek, például a mosogató geometriája, illetve hogy a víznek akarva-akaratlanul milyen kezdeti perdületet adtunk.

**Feladat:** Ismételjük meg ugyanezt a számítást a Jupiter nagy vörös foltjának esetében: A Jupiter igen gyorsan, 9,8 óra alatt fordul körbe a tengelye körül, sugara pedig körülbelül 72 000 km. A nagy vörös folt tulajdonképpen hatalmas, 25°×12° szögméretű forgóvihar, amely a Jupiter déli 22° szélességénél található (2.8 ábra). Benne a szélsebesség 100 m/s nagyságrendű.




**2.8 ábra. A Jupiter nagy vörös foltja** www.celestiamotherlode.net/catalog/jupiter.ph

**Megoldás:** A Jupiter felszínén 1 fok szögméret $2R\pi/360 = 1{,}2\cdot10^6$ méternyi távolságnak felel meg, a vörös folt körülbelül 9° méretű sugarából kiszámolt centripetális gyorsulás értéke $9\cdot10^{-4}$ ms$^{-2}$. A Jupiter forgásából adódó Coriolis-gyorsulás ugyanakkor $1\cdot10^{-4}$ ms$^{-2}$.

Míg a lefolyó esetében több nagyságrend volt az eltérés, ezúttal a Coriolis-gyorsulás összemérhető értékű az eredő gyorsulással, megállapíthatjuk tehát, hogy a vörös folt kialakulásában és fennmaradásában meghatározó szerepet játszik a Jupiter forgása.

A következő két hajítási feladat szintén szembeállítható egymással:

**Feladat:** Egy golfbajnok 300 méterre tudja elütni a labdát 45°-os szögben. Hány centiméter eltérülés lép fel a Coriolis-erő miatt oldalirányban egy skóciai (É55°) golfpályán? (Tekintsünk el a légellenállástól is, kezeljük egyszerű hajítási feladatként.)

**Megoldás:** A hajítási feladatokban megszokott módon a 300 méteres távolságból 54 m/s kezdősebesség és 8,7 s repülési idő adódik. Ezekből a vízszintes eltérülés

$$d = a_\mathrm{C}\frac{t^2}{2} = (2\cdot\Omega\sin\varphi\cdot v_0\cos\alpha)\frac{t^2}{2} = 7{,}3\cdot10^{-5}\cdot\sin 55°\cdot 54\cos 45°\cdot 8{,}7^2 = 17\,\mathrm{cm}.$$

Az egyéb zavaró hatásokhoz (pl. szél) képest ennyi eltérülés valószínűleg elhanyagolható. Tekintsük ugyanezt a problémát, de a golflabda helyett tüzérségi lövedékkel.

**Feladat:** Egy gránátvető torkolatsebessége 700 m/s. É50° földrajzi szélességen keleti irányban kilő egy lövedéket 45° emelkedési szögben.

(a) Milyen messze csapódik a földbe a lövedék? (Tekintsünk el a légellenállástól most is, kezeljük egyszerű hajítási feladatként.)
(b) A célzáskor figyelembe kell-e venni a Coriolis-erőt? Azaz ha nem veszik figyelembe, hány méterrel fogják elhibázni a célpontot?

**Megoldás:** Mivel a függőleges és a keleti irányú mozgás sokkal gyorsabb, az egyszerűség kedvéért csak az észak–dél irányú Coriolis-erővel foglalkozunk.
A becsapódás távolságára 50 km adódik. A dél felé irányuló Coriolis-gyorsulás a kelet felé irányuló sebességgel arányos:

$$a_\mathrm{C} = 2\cdot\Omega\sin\varphi\cdot v_0\cos\alpha$$

Egyenletes gyorsulást feltételezve a déli irányú eltérés

$$d = \frac{1}{2}a_\mathrm{C}t^2 = \frac{1}{2}\cdot(2\cdot\Omega\sin\varphi\cdot v_0\cos\alpha)\cdot\left(\frac{2v_0\sin\alpha}{g}\right)^2 =$$

$$= \frac{4\Omega\sin\varphi}{g^2}\cdot v_0^3\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha =$$

$$= \frac{4\cdot 7.3\cdot10^{-5}\sin 50°}{9.8^2}\cdot 700^3\cdot\sin^2 45°\cdot\cos 45° = 280\,\mathrm{m}$$

Ez már jelentős eltérülés. A két fenti számítás alapján a tanulók megfigyelhetik, hogy a becsapódás távolsága a sebesség négyzetével, az eltérülés viszont a köbével növekszik, vagyis az itt szereplő nagyságrendek esetében például 10-szer akkora sebesség esetén a távolság 100-szoros, az eltérülés pedig 1000-szeres.

Szemléletformálási szempontból tanulságos arra is kitérni, mi történik, amikor a Coriolis-erő az egyetlen számításba veendő erő, amely egy testre hat. Ehhez képzeljünk el a forgó Földön egy tökéletesen sima jégpályát, amely tökéletesen vízszintes, vagyis mindenhol a nehézségi gyorsulás irányára merőleges. Ezen a jégpályán $v$ sebességgel elindítunk és magára hagyunk egy jégkorongot. Hogyan fog mozogni a magára hagyott korong?

Már a legelső fizikaórák során mindenki megtanulta, hogy (Newton első törvényének megfelelően) a magára hagyott test mozgása egyenes vonalú egyenletes. Arról is volt szó, hogy ez a törvény tünteti ki az inerciarendszert. Az inerciarendszerekhez azonban annyira hozzászoktak a tanulók, hogy (hiába vannak tudatában annak, hogy vonatkoztatási rendszerünk ezúttal nem inerciarendszer), erről megfeledkezve azonnal rávágják: egyenes vonalú egyenletes mozgással fog haladni.

A forgó földön minden másképpen van, a tehetetlenségi mozgás sem egyenes vonalú. Ha feltételezzük, hogy a mozgás során a jégkorong elmozdulása a Föld sugarához képest elhanyagolható, akkor a korongra állandó nagyságú, a mozgás irányára merőleges erő hat. Ennyi segítség már elég ahhoz, hogy a tanulók is kimondják: ilyen erő hatására a korong körmozgást végez. Az északi féltekén az óra járásának irányában, a délin az ellenkező irányban köröz.

**Feladat:** (a) Ha budapesti jégpályánk 30 méter széles, mekkora sebességet kell adnunk a korongnak, hogy a kör éppen elférjen benne?
(b) Mekkora lenne a kör sugara 1 m/s sebesség esetén?

**Megoldás:**

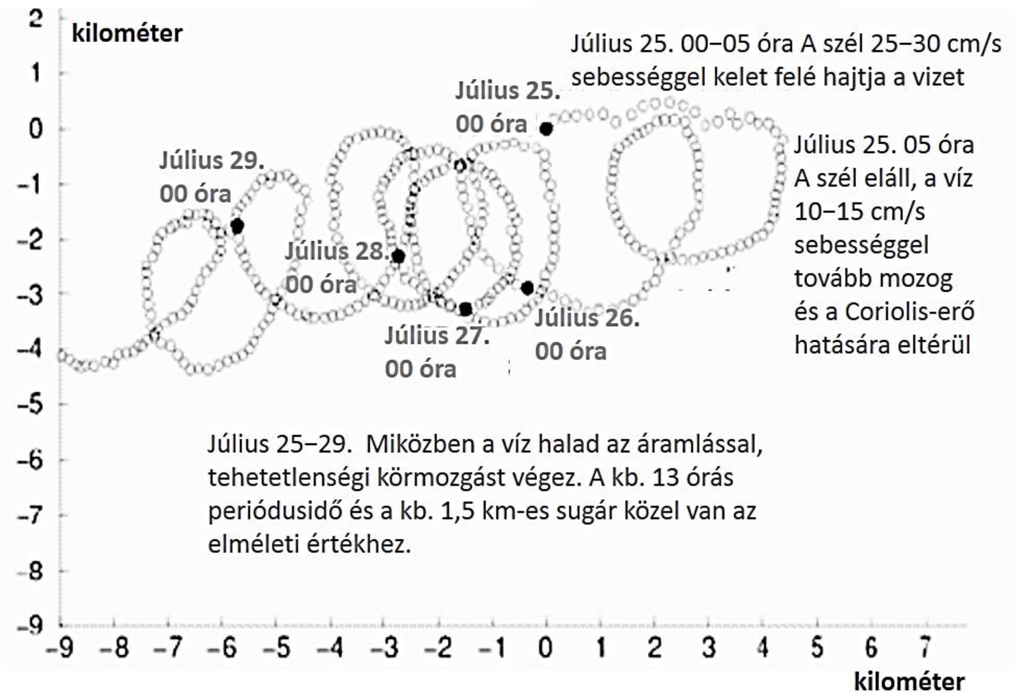
$$a_{\mathrm{cp}} = \frac{v^2}{r} = 2\Omega \sin\varphi \cdot v$$

$$v = 2\Omega \sin\varphi \cdot r = 2 \cdot 7.3 \cdot 10^{-5} \cdot \sin 47{,}5° \cdot 15 = 0{,}61 \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}}.$$

$$r = \frac{v}{2\Omega \sin\varphi} = \frac{1}{2 \cdot 7{,}3 \cdot 10^{-5} \cdot \sin 47{,}5} = 9{,}3\,\mathrm{km}$$

(A sugár a földrajzi szélességgel csökken: 10° szélességen 39 km, 80°-nál már csak 7,0 km.) A gyerekek érdekesnek találják, hogy bár ekkora jégpályánk nincs, a természet megvalósítja az ilyen mozgásokat. Ha szél mozgásba hozza az óceán vizét, majd eláll, a meglökött víz tovább mozog. A mozgás jeleket adó úszó bójákkal nyomon követhető. A 2.9 ábrán a Balti-tengeren, Stockholmtól délkeletre (É57°) levő sodródó bója mozgása látható [21], [22], [23]). A bója nem egy helyben köröz, hanem közben sodródik, hiszen ez a mozgás hozzáadódik a tengervíz más meglevő mozgásaihoz.

Érdemes megjegyezni, hogy amennyiben a kör sugara nagy, a körözö bója még akkor is elsodródik, ha a tengervíz más mozgásai elhanyagolhatóak. Kis rávezetéssel a gyerekek rájönnek, hogy mivel a Coriolis-erő nő a földrajzi szélességgel, a bója nem tökéletes körpályát ír le: a sarkok felőli oldalon élesebben kanyarodik, ezért mindkét féltekén nyugat felé történő sodródás jön létre.




**2.9 ábra Tehetetlenségi körmozgást végző bója [22]**

## 2.6 Tanítási tapasztalatok

Az a csoport, akiknek a segédanyagot készítettem és akikkel a tanításban sikerrel alkalmaztam, jó képességű, matematikát szerető és emelt óraszámban tanuló osztály egyik fele volt. Eredeti terveim szerint az év utolsó 8 tanóráját szerettem volna ezzel az anyaggal tölteni, de az osztály más irányú elfoglaltsága miatt végül csak 6 órára volt módom, így egyes részeket ki kellett hagynom. A segédanyagot az utolsó előtti óra végén fénymásolatban kiosztottam a tanulóknak (előbb nem, hiszen ugyanazon feladatoknak a megoldása szerepelt benne kidolgozva, amelyek jelentős részét órán és házi feladatok formájában előzőleg láttak). Az utolsó óra egy részén felmértem a tanultak elsajátítását.

A tanulókkal íratott felmérő tanúsága szerint az anyag segítette a földrajzból korábban (nagyrészt a fizikai tanulmányokat megelőzően) tanultak összefüggésekbe helyezését és megértését. A tanulók tudatosabban viszonyultak a különböző vonatkoztatási rendszerekhez, jobban látták, hogy a leírás a vonatkoztatási rendszertől függ, de nem függhetnek a vonatkoztatási rendszertől a levont következtetések (vagyis hogy milyen jelenség játszódik le, mit figyelhetünk meg). A földrajzhoz kapcsolódó gyakorlati példák tehát mindkét tantárgy megértését segítik.

A földrajzból tanultak értelmezése és a fizikai ismeretek közé illesztése mellett a fizika tanterv törzsanyagában szereplő dinamikai ismeretek széles skálájára építő kiegészítés arra is alkalmas, hogy az év végi összefoglalás közben némi újat is nyújtsunk tanítványainknak. A fizikai háttértudás és feladatmegoldó rutin birtokában tehát érdemes visszatérni a földrajzi jelenségekhez.

# 3.

# Nyomástérképek értelmezése, a szél irányának és sebességének meghatározása [S3], [S6], [S7]

Azt hallottam, vannak, akik nem szeretik a térképeket.
Nehezen tudom elhinni.
(*Robert Louis Stevenson*)

## 3.1 Problémafelvetés: az ismeretek hiányoznak, az intuíció csal

A tanulók helyesen tudják földrajzból, hogy a levegő mozgását légnyomáskülönbségek idézik elő, és a légnyomás eloszlása szabja meg a levegőáramlásokat. Mivel azonban kevés hétköznapi tapasztalatra hagyatkozhatunk, a forgó Földön sok minden másképpen van, mint várnánk. Az áramló közegek viselkedésével, vagyis a széllel és a tengeráramlásokkal kapcsolatban a középiskolai földrajzkönyvek is gyakran hibás fizikai szemléletet tükröznek. Ahol helyesek a magyarázatok, ott is sokszor túl tömörek, a kilencedikben még hiányzó fizikai háttérismeretek nélkül nehezen követhetők. Így a szélnek és a tengeráramlásoknak a tárgyalása is megértési problémákat okoz.

Nemcsak mechanikai ismeretek hiányoznak: mivel a gázok hőtani folyamatai, állapotjelzőik közötti összefüggések fizikából csak tizedikben, a természetföldrajzi tanulmányok után kerülnek sorra, a földrajzból tanultak ebben a témakörben is jelentősen befolyásolják, hogy a tanulók gondolkodásában milyen fogalmak alakulnak ki.

A tengeráramlásokkal részletesebben egyelőre nem foglalkoztam. A földrajzkönyvekben található, a légnyomással és a széllel kapcsolatos ismeretek és magyarázatok vizsgálata nyomán annak módját kutattam, hogyan lehet később, a fizikatanítás során orvosolni a felderített megértési hiányosságokat.

## 3.2 Légnyomás és szél a földrajzkönyvekben

### 3.2.1 Légnyomásfogalom és a nyomáskülönbségek kialakulása

Amikor a légnyomás földrajzból sorra kerül, a fizikaórán még nem szerepelt a nyomás fogalma. A $p = F/A$ nyomásdefiníciót az egyensúlyban levő légköri levegőre alkalmazva megállapítható ugyan, hogy a légnyomás az egységnyi vízszintes felület feletti levegőoszlop súlyával egyenlő, a földrajzkönyvek azonban nem ezt az utat követik: Az alábbi (1),(2),(3),(4),(5),(6),(7) idézetek mutatják, hogy a légnyomás földrajzkönyvi tárgyalásakor jellemzően definícióként szerepel a vízszintes felszín egy négyzetcentiméterére nehezedő légoszlop súlya. Noha ez a súly fogalmához kötött nyomásdefiníció nem hibás (eltekintve a „nyomóerő” értelemben használt „nyomás” szótól: (6)), két okból is helytelen képzeteket kelt.

A légkör gázait bolygónk tömegvonzása tartja a Föld közelében. A légkör tömege a nehézségi erő hatására nyomást gyakorol a földfelszínre. A levegőoszlopnak a vízszintes felszín 1 $cm^2$-ére gyakorolt nyomóereje a légnyomás. ①

A levegőburok, amely körülveszi a Földünket, a nehézségi erő (gravitáció) hatására nyomást gyakorol a felszínre és az ott található testekre. A légnyomás az egy területegységre nehezedő levegőoszlop súlya, mértékegysége a hPa (hektopaszkál). ②

Légnyomás: a légkör tömegének a nehézségi erő hatására a felszín területegységére gyakorolt nyomása. ⑥

A Földet körülvevő levegőburoknak tömege, így nyomása is van, tehát a levegő a felszínre nehezedik. ⑧

A vízszintes felszín 1 $cm^2$-ére nehezedő légoszlop súlya a légnyomás. ③

A légnyomás a nyugalomban lévő levegő egységnyi felületre eső súlya. (I) ④

Nevezd meg a jellemzők alapján a fogalmat!
A levegőoszlopnak a vízszintes felszín 1 $cm^2$-ére gyakorolt nyomóereje.
Válasz: légnyomás ⑤

A Földünket körülvevő levegőburoknak is van súlya. A levegő tömegének a Föld felszínére, illetve minden irányban ható nyomása a légnyomás. ⑦

Ezek egyike, hogy bár egy bolygó gravitációs tere által fogva tartott gázburok bonyolultabb, mint egy tartályba bezárt gáz, a tanulók mégis az előbbivel találkoznak először. Így sokan hiszik, hogy a nyomás a gáz súlya miatt van, tehát súlytalanság esetén (például egy keringő űrhajó vagy zuhanó lift levegőjében) nulla a nyomás. Ezt 42 tizenegyedikes tanítványom megkérdezésével volt alkalmam tesztelni. Arra a kérdésre, igaz-e, hogy a zuhanó lift levegője nem fejt ki nyomást a lift falára, a 19 emelt szintű tanuló közül csak 4, a 23 középszintű közül viszont 12 felelt igennel.

A másik probléma abból ered, hogy mivel nyomásról még nem tanultak a diákok, a nyomás irányfüggetlenségét sem tanulták, a földrajzkönyvek pedig (7) kivételével nem említik. Arról azonban már fizikából is volt szó, hogy a súly az az erő, amellyel a test a vízszintes alátámasztást nyomja. Így a definícióban megjelenő vízszintes felület és „ránehezedés” (8) valamiféle irányfüggésre enged következtetni, sok tanulóval azt sejtetve, hogy az 1 $cm^2$-re ható erő csak a vízszintes felszínen annyi, amennyi.

A nyomáskülönbségekért sokszor az eltérő felmelegedésből adódó vízszintes hőmérsékletkülönbség felelős. A földrajzkönyvekben is így kezdődik a szél tárgyalása. A felmelegedő levegő hőtani folyamatait azonban általában nem vizsgálják, legtöbbször az alábbi (1),(2),(3) módon egyszerűen kijelentik, hogy a nagyobb hőmérséklet kisebb nyomással jár, pedig a felmelegedésből nem következik automatikusan a tágulás, és a tágulással járó sűrűségcsökkenésből sem következik automatikusan a nyomáscsökkenés.

A légnyomás a hőmérséklettől is függ. Ha a hőmérséklet magasabb, akkor a légnyomás értéke kisebb, ha viszont lehűl a levegő, akkor a légnyomás is nő. ①

A levegő felmelegedésekor kitágul, térfogata megnő, így a nyomása csökken. Lehűléskor viszont pont ellenkezőleg, megnő a légnyomá③

A magasabb hőmérsékletű levegő légnyomása alacsonyabb, az alacsony hőmérsékletű levegőé magasabb. (I) ②

A szabad légtérben a hőmérséklet és a légnyomás fordított arányban áll egymással. A felmelegedő levegő kitágul, egységnyi térfogatban kevesebb levegőrészecske lesz, így az adott térség légnyomása csökken. ④

A hőmérséklet és a légnyomás fordított arányban áll egymással. A felmelegedő levegő kitágul, térfogata megnő, és a kevésbé felmelegedett légtömeget kiszorítja környékéről. Így az adott térség légnyomása csökken. ⑤

A levegőrészecskékre utaló fenti (4) magyarázat arra enged következtetni, hogy a nyomást a sűrűséggel azonosítják. A földrajzkönyvek (4),(5) megfogalmazása továbbá ráerősít arra a közkeletű tanulói pongyolaságra, hogy hajlamosak minden növekvő függvényt egyenes arányosságnak és minden csökkenőt fordított arányosságnak nevezni.

### 3.2.2 A szél iránya

Ahogyan az alábbi (1),(2),(3),(4),(5),(6) idézetekben látható, az eltérő felmelegedésből adódó nyomáskülönbségek tárgyalása után a tankönyvek megállapítják, hogy a levegő mindig a magasabb légnyomású hely felől az alacsonyabb légnyomású hely felé áramlik, a légmozgások kiegyenlítik a nyomáskülönbségeket (7).

A levegő az egyes területek felett eltérő mértékben melegszik fel, és ezért nyomáskülönbség alakul ki. A légnyomáskülönbség megszüntetésére, kiegyenlítésére légmozgás indul meg. A levegő mindig a magas nyomású hely felől áramlik az alacsonyabb légnyomású területek felé. Ennek az áramlásnak a Föld felszínével párhuzamosan mozgó ágát nevezzük szélnek. (1)

A légnyomáskülönbségek a levegő mozgását eredményezik. A levegő mindig a magasabb légnyomású hely felől az alacsonyabb légnyomású hely felé áramlik. A felszínnel párhuzamos levegőmozgás a szél. (2)

A légnyomáskülönbségeket a légmozgások egyenlítik ki. (I) (7)

A légnyomáskülönbség kiegyenlítésére légáramlás, légkörzés indul meg, amelyben a levegő a magas nyomású helyről az alacsonyabb nyomású hely felé áramlik. E mozgásrendszernek a Föld felszínével párhuzamosan futó ágát nevezzük szélnek. (3)

A légnyomáskülönbség kiegyenlítésére légáramlás indul meg. Ebben a levegő a magas nyomású helyről az alacsonyabb nyomású hely felé áramlik. E mozgásrendszernek talajközeli, a Föld felszínével párhuzamosan futó ága a szél. (4)

A levegő a magasabb nyomású hely felől az alacsonyabb légnyomású hely felé áramlik ... ez a levegőáramlás a felszín közelében a szél. (5)

A levegő a magasabb nyomású helyről az alacsonyabb nyomású hely felé áramlik, s légáramlás, légkörzés indul meg. (6)

Később ezt a kijelentést általában pontosítják azzal, hogy a szél iránya ettől az iránytól az eltérítő erő hatására valamelyest eltér. Az alábbi (1),(2),(3),(4),(5),(6) magyarázatok szerint van tehát a légtömegek mozgásának egy „eredeti iránya", mely alatt a nyomáscsökkenés irányát értik.

A szél a magas nyomású területek irányából az alacsony nyomású területek felé fúj. Azonban a Föld forgásából származó eltérítő erő (Coriolis-erő) miatt a levegő ettől az iránytól az északi féltekén jobbra, a déli féltekén balra tér ki. (1)

A Föld forgásának hatására a mozgó testek (például a légtömegek, folyóvizek, tengeráramlások) kitérnek eredeti mozgási irányukból. Ezt az erőt eltérítő erőnek nevezzük. (2)

A képzelt tengelye körül forgó Földön a mozgó testek – például a légtömegek, a folyóvíz vagy a tengeráramlások, stb. – ... – az ún. Coriolis-erő hatására – kitérnek eredeti irányukból. (3)

A szél irányára – a centrifugális erő és a súrlódás mellett – a Föld nyugat–keleti irányú tengelyforgása miatt hat a kitérítő vagy Coriolis-erő, amelynek hatására a szelek az északi félgömbön jobb, a délin bal kéz felé térnek ki eredeti mozgási irányukhoz képest. (4)

A Föld forgásának következményeként bolygónkon a mozgó testek kitérnek eredeti irányukból. Az északi félgömbön jobbra, a délin balra. Ez módosítja a víz és a levegőtömegek mozgását, a szelek és a tengeráramlások irányát. (5)

A Föld forgása a szeleket, tengeráramlásokat is kitéríti eredeti irányukból. (6)

Rajzold be a levegő elméleti és valódi mozgását az északi félgömb ciklonjaiban és anticiklonjaiban! (7)

(A nyomásviszonyokat adottnak tekintve Coriolis-erő hiányában valóban ebben az „eredeti irányban" indulna el a nyugalomból felgyorsuló levegő). Van, ahol ezt az irányt az „elméleti mozgás" irányának nevezik, szembeállítva a „valódi mozgás" irányával (7). Értelmezésük szerint ezt az „eredeti irányt” módosítja más erők jelenléte. Arra már nem térnek ki, hogy az immár módosított irányban mozgó levegőre ható eltérítő erő miért nem téríti el még jobban.

Annak ellenére, hogy bár a mozgó levegő nem folyamatosan gyorsulva, hanem közel állandó sebességgel halad, és (a levegőmozgások ellenére) a légnyomás eloszlása is viszonylag lassan változik meg, a magyarázatok mégsem az egyensúlyi (vagy legalábbis egyensúly-közeli) állapotnak megfelelő mozgásirány kialakulására hivatkoznak. A szélirányokkal kapcsolatos hiányos vagy hibás állítások és magyarázatok tehát elsősorban nem a tehetetlenségi erő fogalmára vezethetők vissza, hanem az erő és a mozgás közötti alapvető összefüggés nem értésére. A fizikatanítás minden erőfeszítése ellenére él az arisztotelészi világkép: a test abban az irányban mozog, amerre az erő hat. Az alábbi (1) idézet ki is jelenti, hogy a levegő arra mozog, amerre az eredő erő irányul.

A szél mozgása a valóságban nem egyenes irányú, azaz a levegő nem pontosan az alacsony légnyomású területek irányába mozog, ugyanis ezt a légmozgást több tényező is befolyásolja. Ilyen a Föld forgásából származó kitérítő- (Coriolis-) erő, az ugyancsak ebből eredő centrifugális hatás és a földfelszín közelében ható súrlódás, amely a magasabb légrétegekben már elhanyagolható. A szél a valóságban az említett erők közös eredőjének irányába mozog. (1)

A szél azonban a valóságban nem egyenesen halad a magas és az alacsony légnyomású területek között. A Föld forgásából származó eltérítő erő (a Coriolis-erő), amely minden áramló légtömeget (és víztömeget is) befolyásol, a szelek irányát is módosítja. Az eltérítő erő az északi félgömbön a mozgás irányához képest jobb kéz felé (az óramutató járásával ellenkező irányban), a déli félgömbön pedig bal kéz felé téríti el a szeleket. Azt mondhatjuk: ha az északi féltekén háttal állunk a szélnek, az alacsony nyomású terület tőlünk balra, a magas nyomású terület pedig jobbra esik.

A Föld forgásából származó eltérítő erő és a súrlódási erő módosítja a levegő áramlását a felszín közelében. Az eltérítő erő az északi irányba mozgó levegőt az északi, félgömbön jobbra, a déli félgömbön balra téríti el. A felszín fölött áramló levegő részecskéi a Föld felszínéhez és annak egyenetlenségeihez ütköznek, ezért lefékeződnek. A súrlódási erő hatása felfelé fokozatosan gyengül, kb. 1 km magasságig érezhető. (2)

A szél azonban a valóságban nem a magas és az alacsony légnyomású terület között halad. A Föld forgásából származó eltérítő erő ugyanis a szelek irányát is befolyásolja (l. keretes magyarázat). Emiatt a szél az izobárokkal közel párhuzamosan fúj. Ezt fejezi ki az úgynevezett gyakorlati széltörvény: ha az északi féltekén háttal állunk a szélnek, az alacsony nyomású terület tőlünk balra esik. (3)

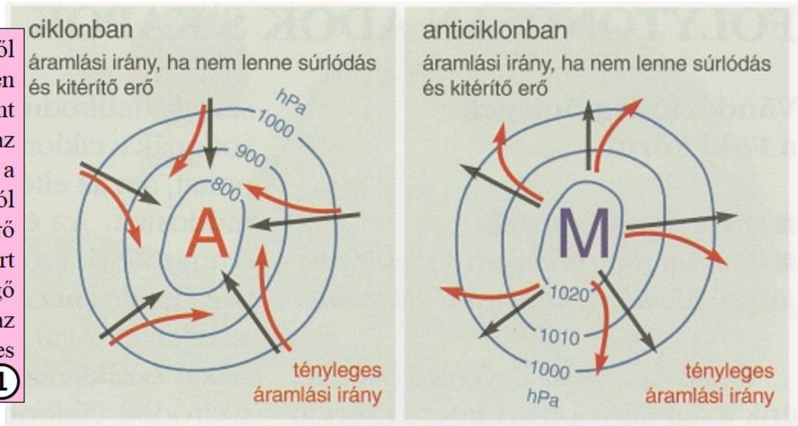
Az összes földrajzkönyvem közül egyetlen (3) fogalmazza meg helyesen, hogy a szél az izobárokkal közel párhuzamosan fúj. Magyarázatot azonban itt sem kapunk.

A (2) idézet említi a súrlódási erőt is, de a súrlódás szerepe nem világos. További értelmezési nehézséget okoz, hogy a súrlódás valóban csak a felszín közelében számít, de itt úgy tűnik, mintha a Coriolis-erőnek is csak a felszín közelében lenne jelentősége.

### 3.2.3 Ciklonok és anticiklonok

A megértés hiányában a nehézségek tovább fokozódnak, amikor a tankönyvek a ciklonok és anticiklonok forgásirányát kísérelik meg néhány mondatban elmagyarázni. Ha a tanuló azt hiszi, hogy a mozgás az erő irányában történik és tudja, hogy északon az eltérítő erő jobb felé hat, majd olvassa, hogy a ciklonban a befelé haladó levegő a Coriolis-erő hatására eltérül, ahogyan az alábbi (1) könyv ábrája is mutatja, akkor nem fogja érteni az ábrához tartozó szövegben helyesen szereplő forgásirányt, amely szerint a levegő a ciklonban balra kanyarodik.

A ciklonban a levegő kívülről befelé áramlik, mert a közepén alacsonyabb a légnyomás, mint a környezetében. Ám az áramló levegő súrlódik a felszínnel, és a Föld forgásából származó tehetetlenségi erő eltéríti eredeti irányából. Ezért a felszín közelében a levegő befelé, az északi félgömbön az óramutató járásával ellentétes irányban áramlik. ①




A legtöbb könyv, például az alábbi (1),(2),(3),(4) csak közli, hogy az eltérítő erő milyen forgásirányt eredményez, de nem indokolja, hogy miért. Az a talányos szöveg is szerepel, hogy „Az eltérítő erő hatására azonban a levegő a ciklonban az északi félgömbön jobb, a délin bal kéz felé áramlik befelé" (5).

Egyedül (2) említi, hogy a ciklonban csak a felszínközeli súrlódási rétegben megy végbe befelé áramlás, de magyarázatot erre már nem ad. (A felszín közelsége több helyen is szerepel, de inkább úgy érthető, mintha a ciklonban csak a felszín közelében lenne alacsony a nyomás (2),(3),(5), vagy mintha az eltérítő erő lenne az, ami csak a felszín közelében hat. A súrlódás szerepe nem világos.)

A ciklonban a levegő a magasabb légnyomású külső területek felől befelé áramlik. Ha a Coriolis-erő nem hatna, a szél a ciklon közepe felé fújna egyenesen. A Föld forgásából adódó eltérítő erő miatt a felszín közeli rétegekben a levegő kívülről befelé, az óramutató járásával ellentétes irányban áramlik (ez a Föld északi félgömbjén van így). ①

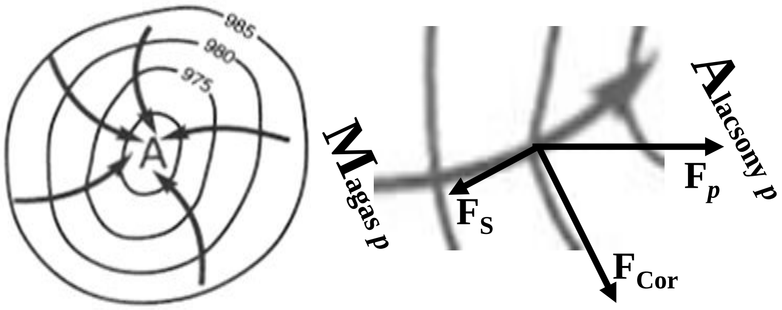
A ciklon belsejében a Föld felszínén alacsony légnyomás uralkodik, ezért a levegő a környező magas nyomású területek felől befelé áramlik. Ha a Föld forgásából eredő eltérítő erő nem hatna, a szél egyenesen a ciklon közepe felé fújna. Az eltérítő erő hatására azonban a levegő a ciklonban az északi félgömbön jobb, a délin bal kéz felé áramlik befelé. ⑤

A ciklonok belsejében a földfelszín közelében alacsony a légnyomás, ezért a levegő a külső, magasabb nyomású területek felől a ciklon belseje felé áramlik. Ha nem lenne a Föld forgásából származó kitérítő hatás, ez a légáramlás egyenesen a ciklon központja felé mozogna. Az eltérítő hatásnak köszönhetően azonban az északi félgömbön a levegő az óramutató járásával ellentétes irányba áramlik befelé a ciklonokba, középpontjukban a levegő felszáll és a magasban szétáramlik. ②

A ciklon közepén a Föld felszínén alacsony légnyomás uralkodik, ezért a levegő a környező magas nyomású területek felől befelé áramlik. Ha a Föld forgásából eredő eltérítő erő nem hatna, a szél egyenesen a ciklon közepe felé fújna. Az eltérítő erő hatására azonban a levegő a ciklonban az északi félgömbön az óramutató járásával ellenkező irányban áramlik befelé. A befelé áramlás csak a felszín-közeli súrlódási rétegben megy végbe ③

A levegő áramlása a ciklonok belseje felé az északi félgömbön – az eltérítő erő hatására – az óramutató járásával ellentétes irányú. ④

Izobárok ténylegesen megrajzolva több könyvben csak a ciklonok és anticiklonok tárgyalásakor jelennek meg. A 3.1 (a) tankönyvi ábra jól mutatja a levegő forgásirányát, de nem lehetne egy valóságos izobártérkép részlete: Nagyítsuk ki az ábra bal alsó részén futó nyilat, és rajzoljuk be az egyik ponthoz a nyíl irányában mozgó levegőre ott ható súrlódási, Coriolis- és nyomási erőket: 3.1 (b) ábra**.** A vektorok hossza nem is számít, hiszen ilyen irányú erők hatására semmiképpen nem mozoghat a levegő a nyílnak megfelelően. A mozgásirány tehát valójában nem ilyen szögben metszi az izobárokat.

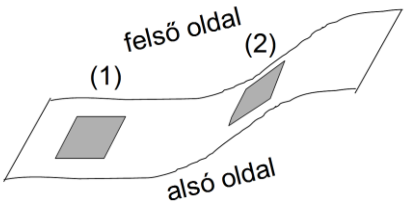



**3.1 ábra. (a) Ciklon ábrája egy földrajzkönyvben. (b) Az erők iránya.**

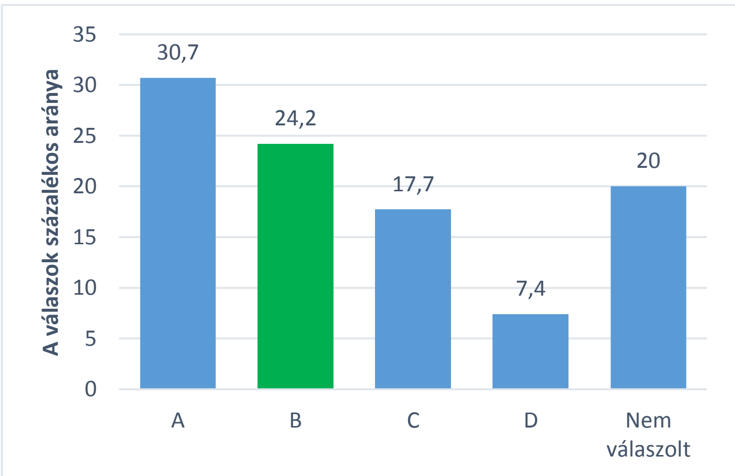
## 3.3 Légnyomás és szél a tanulói felmérésben

A feleletválasztós felmérésemben három kérdést tettem fel a légnyomással és a széllel kapcsolatban. A 6. kérdés a légnyomás irányfüggésére vonatkozott. E kérdés esetében volt az egyik legmagasabb a nem válaszolók aránya: a kérdés feltehetően túl bonyolult volt sok tanuló számára.

**6. kérdés:** A Föld felszínén a légnyomás körülbelül 1000 hektopascal, azaz 10 N/cm$^2$. Tekintsük az ábra szerinti meghajlított papírlapon levő (1) vízszintes illetve (2) ferde síkú 1 cm$^2$-es felületelemeket. Milyen kapcsolat van a felületelemekre a levegő által a felső oldalról kifejtett $F_f$ illetve az alsó oldalról kifejtett $F_a$ nyomóerők között ?



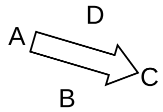

| | **az (1)-re ható erők** | **a (2)-re ható erők** |
|---|---|---|
| A. | $F_f = F_a = 10$ N | $F_f = F_a < 10$ N |
| B. | $F_f = F_a = 10$ N | $F_f = F_a = 10$ N |
| C. | $F_f = 10$ N, $F_a = 0$ N | $F_f < 10$ N, $F_a = 0$ N |
| D. | $F_f = 10$ N, $F_a = 0$ N | $F_f = 10$ N, $F_a = 0$ N |



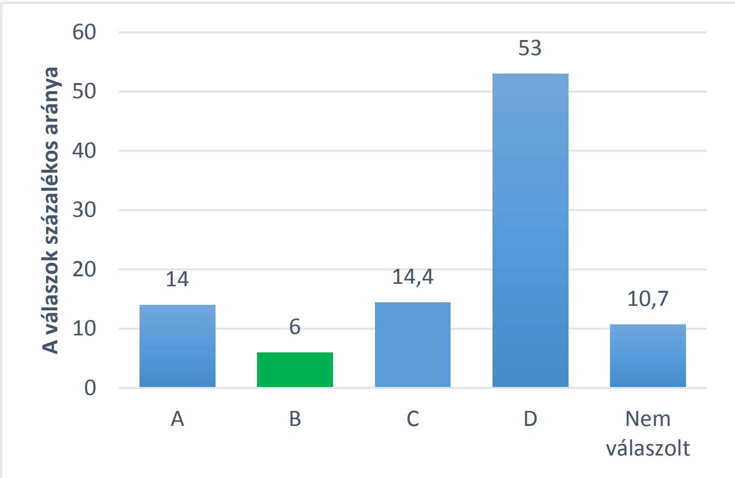

A választ adóknak azonban majdnem háromnegyede szerint különböző nyomások hatnak a vízszintes, illetve a ferde felületekre. Olyanok is gondolják így, akik már Pascal törvényét is tanulták. Ennél kevesebb, de jelentős számú tanuló pedig a levegőnek a felszínre való „ránehezedését” úgy képzeli el, hogy a levegő csak felülről nyomja a felületeket.

A 7. számú kérdés azt kutatta, milyen elképzelései vannak a tanulóknak a légnyomás és a szélirány összefüggéséről. A válaszok alapján a nagyon nagy többség csak annyit jegyzett meg a földrajzban tanult magyarázatokból, hogy a szél mindig a magasabb nyomás felől az alacsonyabb nyomás irányában fúj.

**7. kérdés:** Európa térképének egy részére berajzoltuk a szél irányát, amely ott a felszín fölött nagy magasságban fúj. Ezt szemlélteti az ábrán látható nyíl. Ebben a magasságban mit mondhatunk az A, B, C, D pontokhoz tartozó $p_A$, $p_B$, $p_C$, $p_D$ légnyomás-értékekről?

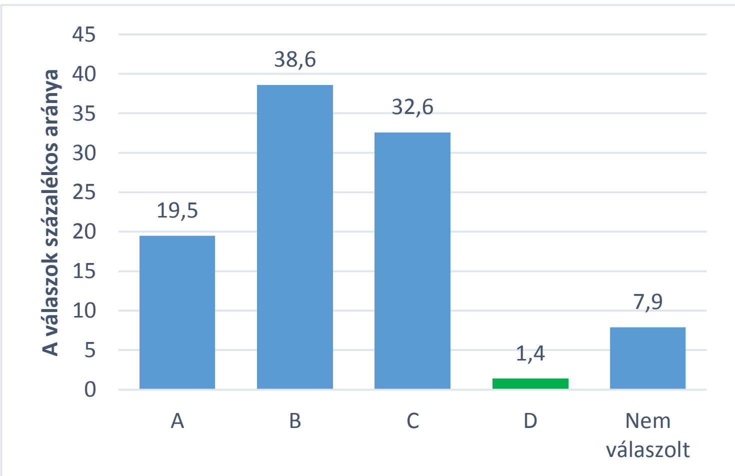



A. $p_A$, = $p_C$, $p_B$, = $p_D$
B. $p_A$, = $p_C$, $p_B$, > $p_D$
C. $p_A$, > $p_C$, $p_B$, > $p_D$
D. $p_A$, > $p_C$, $p_B$, = $p_D$




**8. kérdés:** A ciklon olyan légköri képződmény, amelynek belsejében alacsony nyomás uralkodik. Az északi féltekén a ciklonokban az óra járásával ellentétes irányban mozog a levegő. Az alábbiak közül válaszd ki az igaz állítást.

A. A levegőre bal felé hat az eltérítő (Coriolis) erő, ezért kanyarodik balra.
B. A szél mindig a magasabb nyomás felől az alacsonyabb nyomás felé fúj. A ciklonban a levegő mindig pontosan a nyomáscsökkenés irányába haladva, spirális pályán közeledik a középponthoz.
C. A nyomáscsökkenés irányába ható erőn kívül számításba kell venni az eltérítő (Coriolis) erőt, a gravitációt és a súrlódást is. A levegő mindezen erők eredőjének irányában mozog.
D. Súrlódási erő hiányában nem lenne a ciklonban befelé áramlás.



A 8. számú kérdést a ciklonok forgásirányának általában nem érthető, sőt hibás vagy legalábbis ellentmondásos magyarázata motiválta. Az eredmények tükrében megállapítható, hogy a kapott magyarázatok alapján a tanulók nem értették meg a ciklonok és anticiklonok működését.

## 3.4 A légnyomás és a szél tanórai feldolgozása

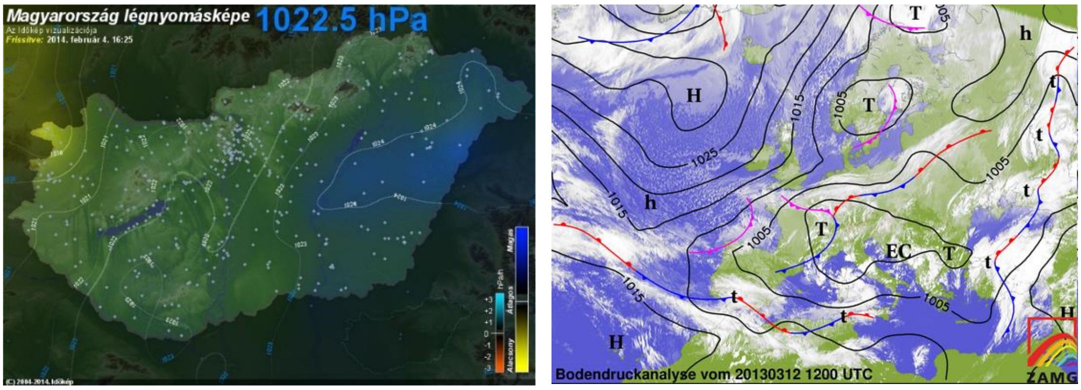
A túl tömör, elnagyolt vagy hibás magyarázatok által is táplált tévedések eloszlatását, a helyes fizikai szemlélettel való megközelítést a fizikatanításnak kell magára vállalnia. Nehézséget itt főként az jelent, hogy e – sokszor meglepő − jelenségek egzakt tárgyalásához kicsi a középiskolai matematikai eszköztár: a tanulókat nemhogy parciális differenciál-egyenletekkel nem lehet terhelni, de még a differenciálszámítást is mellőzni kell, sőt, a vektorműveletekkel is csak csínján szabad bánni. A matematikai tárgyalást erősen leegyszerűsítve úgy kell helyes eredményhez jutnunk, hogy közben mégis megőrizzük a lényeget, és ne mondjunk valótlant.

A szél irányának és sebességének tárgyalásához az itt következő tevékenységek sorozatán végighaladva jutottam el fizika-fakultációs csoportommal.

### 3.4.1 Nyomástérképek értelmezése

Bár a földrajzkönyvekben szerepel az izobár-vonalak fogalma, a könyvek valóságos nyomástérképre nem mutatnak példát. Nem tudom, a földrajzórákon látnak-e a gyerekek meteorológiai térképeket, esetleg látnak-e olyant, amelyikre a szélirányok is be vannak rajzolva. Az ilyen térképeken ugyan látszik, hogy a szélirány közel sem merőleges az izobár-vonalakra, de tapasztalataim szerint ez sem lenne elég, hiszen kevés tanuló rendelkezik olyan intuitív gradiens-fogalommal, hogy magától értetődő legyen számára: a nyomáscsökkenés iránya az adott pontban az izobárra merőleges irányt jelenti.

A gyerekeket először meg kell tanítanunk látni a légnyomás eloszlását szemléltető nyomástérképeken, hiszen az absztrakt mezőfogalom még távol áll tőlük. Ehhez könnyen találhatunk az interneten nyomástérképeket (3.2 ábra).

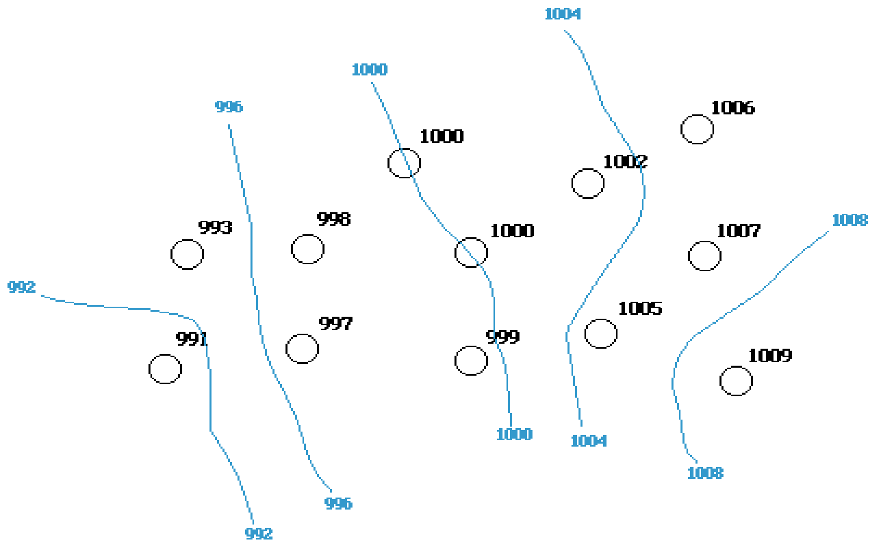



**3.2 ábra**. https://www.idokep.hu/legnyomas, http://www.astro-science.com/index.php/meteorologie/

A térképeket érdemes először csak nézegetni, és felfedezni, mi minden látható rajtuk.

A továbblépéshez bevezető feladatokat kerestem és adaptáltam. A következő feladat nemcsak a vonalak értelmezését segíti, de szemléltetve tudatosítja azt is, hogy mivel a légnyomás értékét nem minden pontban, csak a mérőállomásokon ismerjük, az izobárokat az állomások adataiból interpolációs matematikai módszerekkel rajzolják meg.

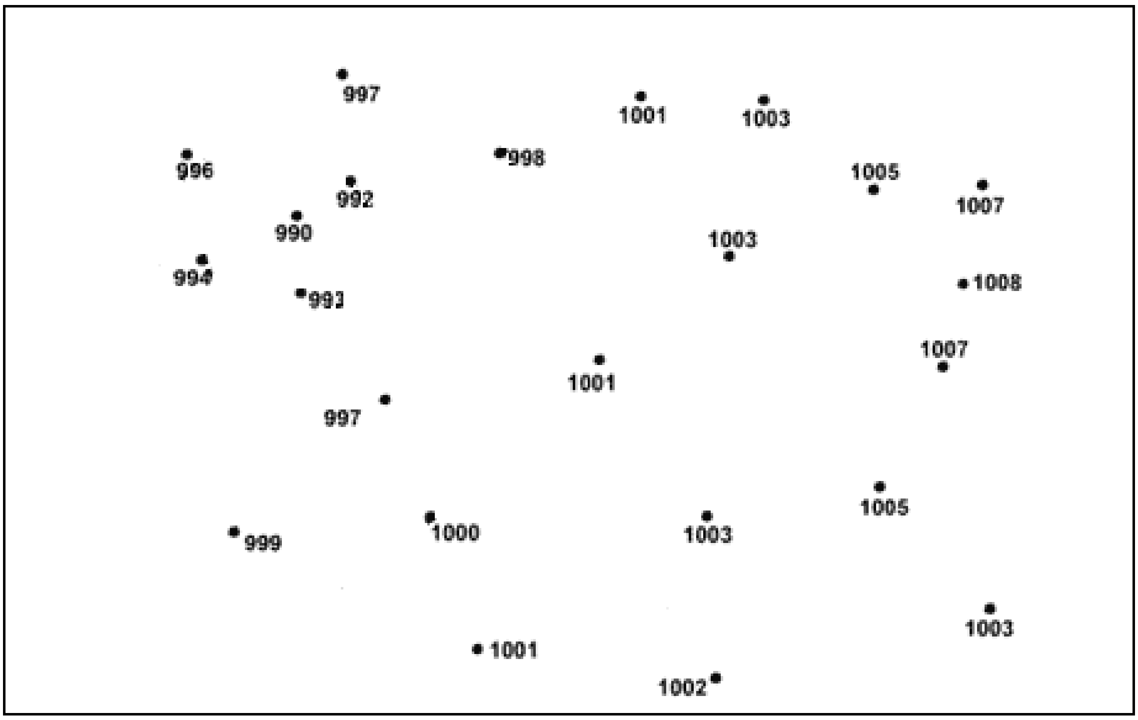
Az interpolációt most csak szemmértékkel imitáljuk: Ha a 3.3 ábrán a körök jelzik az állomások helyét, akkor körülbelül a kék vonalak mentén futhatnak a 992, 996, 1000, 1004, illetve 1008 hPa nyomásoknak megfelelő görbék.



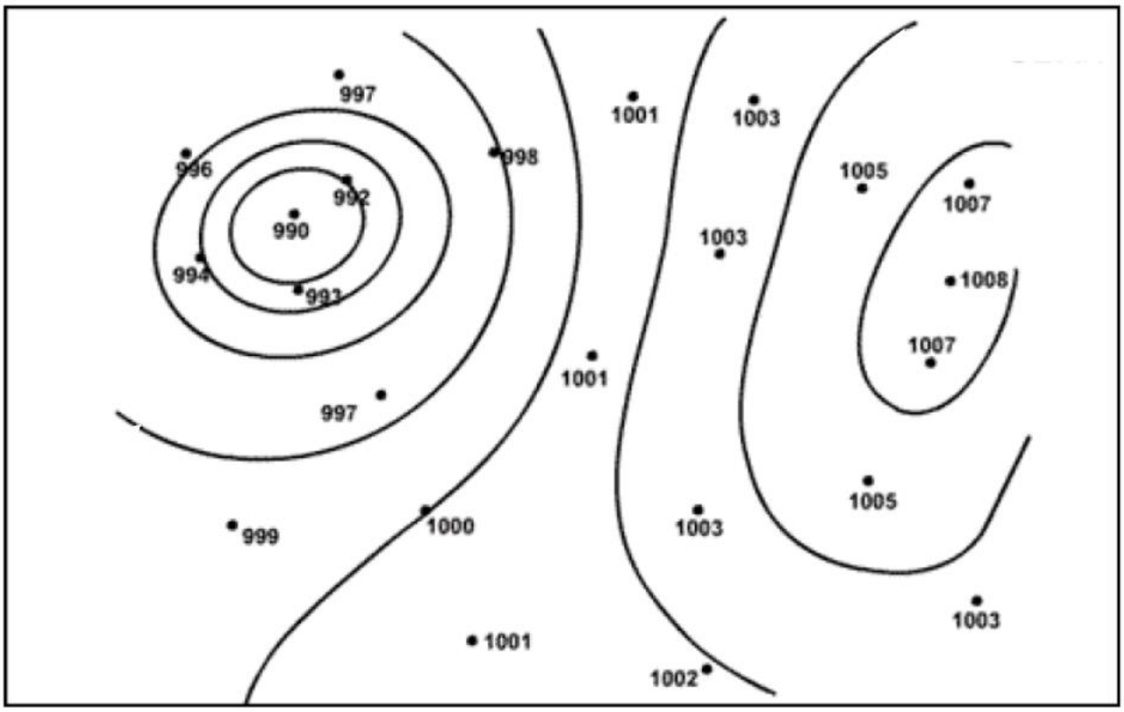

**3.3 ábra. forrás: www.ucompass.com**

Miután ezen a példán megbeszéltük, hogyan lehet előállítani a görbéket, a következő feladat önálló munkaként elmélyítheti az ismereteket. Az ábra a [24] honlapról származik.

**1. Feladat:** Rajzoljuk be az izobárokat 4 hPa lépésenként: 992, 996, 1000, 1004, 1008.



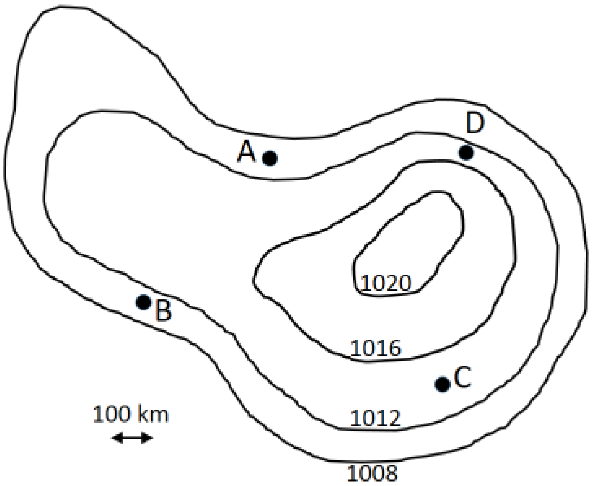
**Megoldás:** Ilyesmit kaphatunk:




## 3.4.2 A nyomáskülönbségből származó erő szemléltetése és kiszámítása

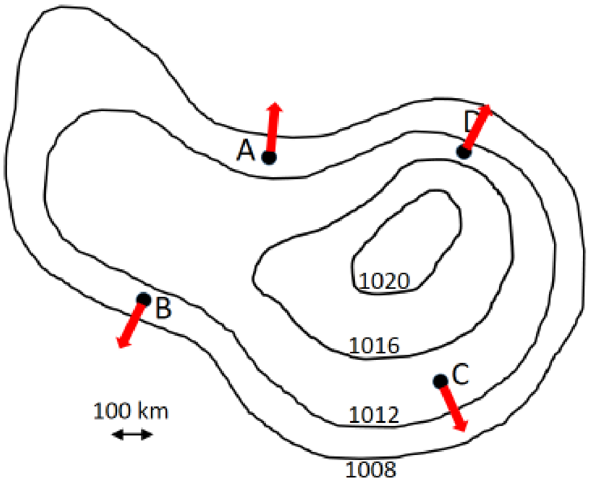
A szél irányának és sebességének meghatározásához szükség van egy levegőcsomagra ható összes erő vizsgálatára. A középiskolások számára az még világos, hogy a nyomáscsökkenés irányába erő hat, de az már nem magától értetődő, hogy az erő nagyságát és irányát miként lehet az izobártérképről leolvasni. Ebben nyújtanak segítséget az alábbi feladatok (Az ötlet forrása [25]):

**2. Feladat:** (a) Rajzoljuk be az izobár-vonalak ábrájába, hogy milyen irányú erő hat az A, B, C, illetve D pontokban nyugvó levegőcsomagra.
(b) A négy pont közül hol a legnagyobb, és hol a legkisebb ez az erő?
(c) Az ábra alapján számítsuk ki, hogy az A pont közelében az erő irányában mérve mekkora a nyomás csökkenése 1 méter távolságon.




Meglepő, hogy jó képességű gyerekek között is soknak van szüksége annak tisztázására, hogy a földrajzból gondolkodás nélkül felidézett „nyomáscsökkenés irányát” az izobártérképen a vonalakra merőleges irány jelenti. Másoknak az is azonnal nyilvánvaló, hogy az erő legnagyobb D-ben, és legkisebb C-ben. Némi rávezetéssel mindenki rájön, és megfogalmazzák azt is, hogy az erő annál nagyobb, minél közelebb vannak a vonalak egymáshoz. A következő feladatban − mindezt az algebra nyelvére átültetve − meggyőződünk róla, hogy valóban így van.

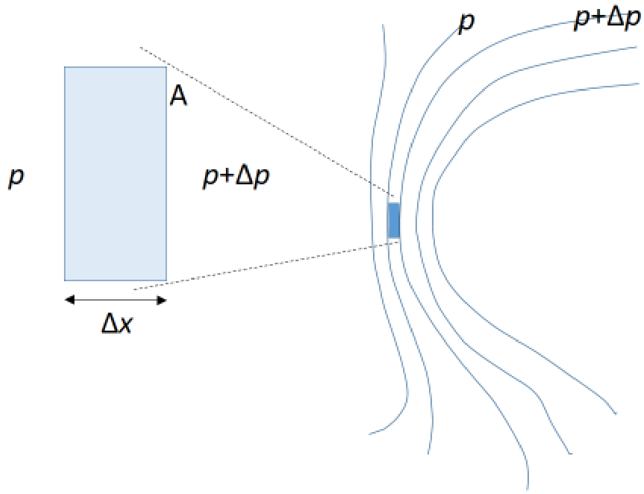
**Megoldás:** (a)




(c) A két vonal távolsága az A pontnál kb. 100 km. 100 km-en tehát 4 hPa a csökkenés, így 1 méteren 0,004 Pa. Vagyis ha $x$ a vonalakra merőleges irányban mért távolság, akkor úgy is írhatjuk, hogy

$$\left|\frac{\Delta p}{\Delta x}\right| = \left|\frac{1012-1008}{100}\right| = 0.04\,\mathrm{hPa/km} = 0.004\,\mathrm{Pa/m}.$$

**3. Feladat:** (b) Tekintsünk egy téglatest alakú levegőcsomagot, amelynek az izobár-vonalakra merőleges éle $\Delta x$ hosszúságú, $\Delta x$-re merőleges lapjának területe pedig $A$. (Paraméteresen kifejezve) mekkora erő hat erre a levegőtéglára amiatt, hogy a két oldalán különböző a nyomás?




**Megoldás:** Az erő mindkét oldalról a nyomás és a terület szorzata:

$$F_p = Ap - A(p+\Delta p) = -A\Delta p$$

A kifejezést átalakíthatjuk úgy, hogy az előző feladatban kapott eredményünket (egységnyi távolságra eső nyomáscsökkenés) használhassuk:

$$F_p = -A\Delta p = -A\cdot\left(\frac{\Delta p}{\Delta x}\cdot\Delta x\right) = -A\Delta x\cdot\frac{\Delta p}{\Delta x} = -V\cdot\frac{\Delta p}{\Delta x} \qquad (1)$$

A számítások is megmutatták, amit előtte megsejtettünk: hogy a közeli kontúrvonalak valóban nagy erőnek felelnek meg.

**4. Feladat:** Számítsuk ki az 1 kg levegőre ható erő nagyságát az előző feladatbeli A pontban, ha a levegő sűrűsége 1,3 kg/m$^3$.

**Megoldás:** A térfogatot tömeggel és sűrűséggel kifejezve

$$F_p = -\frac{m}{\rho} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta x}.$$

nyomáskülönbségből származó erő tömegegységenként:

$$\frac{F_p}{m} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta x} \qquad (2)$$

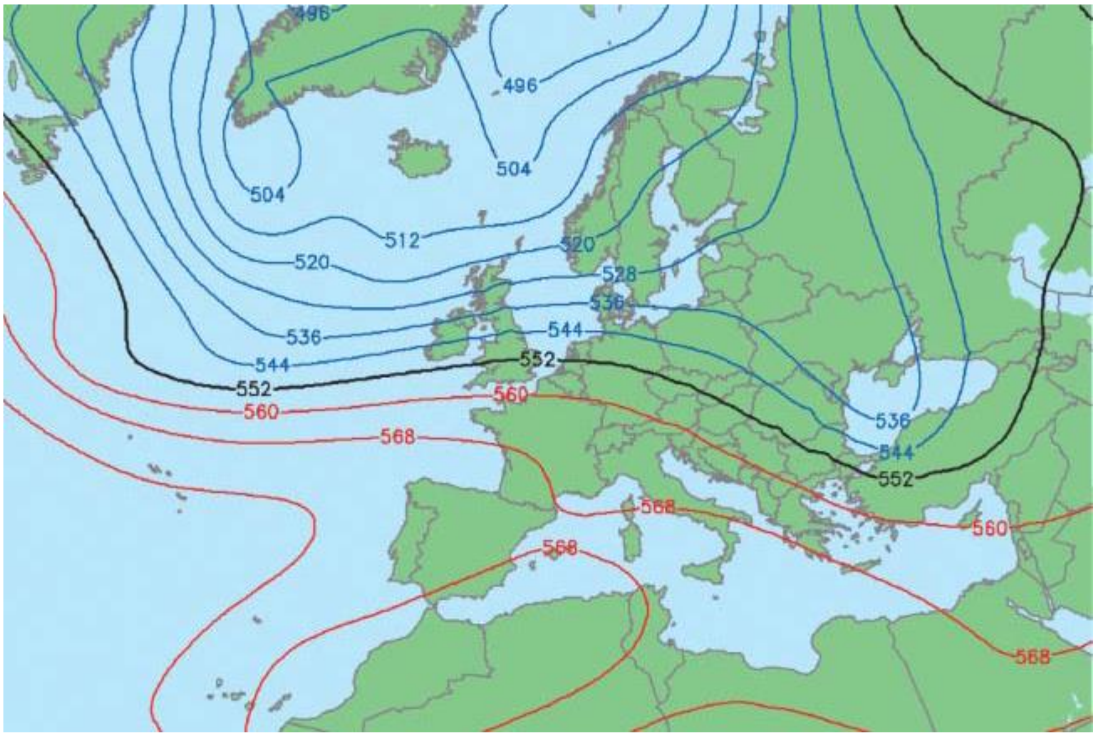
Az ábra adatait az eredménybe helyettesítve:

$$\frac{F_p}{m} = -\frac{1}{1.3} \cdot \frac{(1012 - 1008) \cdot 100\,\text{Pa}}{100000\,\text{m}} = \frac{1}{1.3} \cdot 0.004 \frac{\text{Pa}}{\text{m}} = 0.003 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

Gyakorló feladatként felhasználtuk még az 5. feladat ábráját, és kiszámítottuk az 1 kg tömegű és 1,3 kg/m$^3$ sűrűségű levegőre ható erő nagyságát az ottani B, C és D pontokban.

### 3.4.3 A szélirány és szélsebesség megállapítása

Ha a tanulók már valamelyest megtanulták értelmezni a nyomástérképeket, egy ilyen térkép alapján megkérdezhetjük őket, hogy milyen irányban fúj a szél Budapesten. Pontosabban, hogy milyen irányban fúj Budapest fölött nagy magasságban, amire a 3.4 ábra is vonatkozik. Mivel csak az irány a kérdés, fontos, hogy egyelőre ne foglalkozzanak a vonalakra írt abszolút számokkal (majd később megmagyarázzuk őket), csak a csökkenés irányát tekintsék.




**3.4 ábra. forrás: weatheronline.co.uk**

A 3.4 ábra Magyarország régiójában északnyugat–délkelet irányú vonalakat mutat, és balra lent vannak rajtuk a nagyobb számok, jobbra fent pedig a kisebbek. Ezért hétköznapi intuíciójuk alapján, amelyre a legtöbb földrajzkönyv leegyszerűsítő tárgyalása is ráerősít, a tanulók azonnal rávágják, hogy a szél a magasabb nyomás felől az alacsonyabb felé, vagyis délnyugatról északkelet felé fúj. Akkor is, így válaszolnak, ha már tanultak a Coriolis-erőről, a Coriolis-erővel kapcsolatban ugyanis jobbára nincsenek hétköznapi tapasztalataink.

Ha rendelkezésre áll a Coriolis-erő, akkor a szélsebesség nagyságát is ki tudjuk számolni a gyerekekkel. (A Coriolis-erő magyarázatának módjaival az előző fejezetben foglalkoztam.)

Ha feltesszük, hogy a levegő nem most indult útjára, hanem már beállt a stacionárius állapot (ennek tudatosítása a didaktikailag legnehezebb feladat), akkor − mivel nagy magasságban a súrlódásból adódó fékezőerő elhanyagolható − a Coriolis erő egyensúlyt tart a nyomáskülönbségből eredő, a nyomáscsökkenés irányába mutató erővel. Egyensúly esetén tehát az (1) erő egyenlő nagyságú és ellentétes irányú a Coriolis-erővel:

$$V\cdot\frac{\Delta p}{\Delta x}=m\cdot 2v\Omega\sin\varphi$$

ahol $\Omega$ a Föld forgási szögsebessége, $\varphi$ pedig a földrajzi szélesség. Innen a szélsebesség

$$v=\frac{1}{\rho\cdot 2\Omega\sin\varphi}\cdot\frac{\Delta p}{\Delta x}$$

(Ha a tömegegységre ható erő sűrűséget tartalmazó (2) kifejezéséből indulunk ki, akkor a Coriolis-gyorsulással kell egyenlővé tenni, és az eredmény azonnal adódik. A gyerekek azonban jobban értették ezzel a kis „visszalépéssel”.)

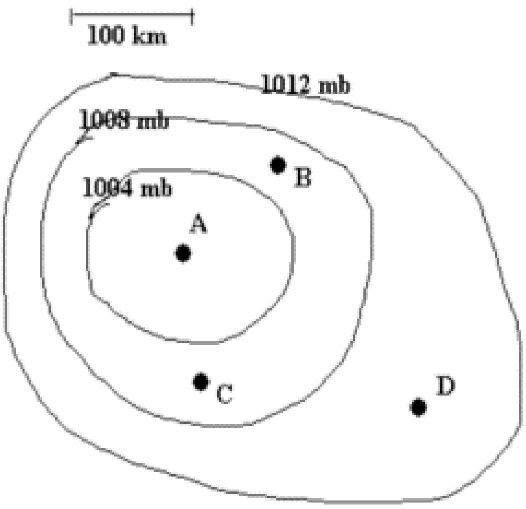
Mivel a Coriolis erő oldalirányban hat, a nyomáscsökkenés is oldalirányú kell, hogy legyen, a mozgás tehát a nyomáscsökkenés irányára merőlegesen történik, vagyis éppen az izobárfelületek mentén. Az északi féltekén a Coriolis-erő a mozgás irányához képest jobb felé hat, egyensúly esetén tehát balra csökken a nyomás, vagyis a széliránytól jobb felé esik a magasabb nyomású terület.

**Megjegyzés:** Fontos felhívni a figyelmet arra, hogy egyensúlyról természetesen csak akkor beszélhetünk, ha azt is feltesszük, hogy a levegő nem kanyarodik nagyon. Nem nyilvánvaló, hogy mit is jelent a „nagyon kanyarodás”: Fentebb a lefolyó példájában épp azt kellett megmutatnunk, hogy a lefolyóban, bizony, nagyon kanyarodik a víz. Ennek érdekében mindig fontos nemcsak paraméteresen, hanem konkrét számértékekkel is kiszámolni az eredményeket, csak így válik világossá a gyerekek számára, hogy mi fontos, és mit lehet elhanyagolni.

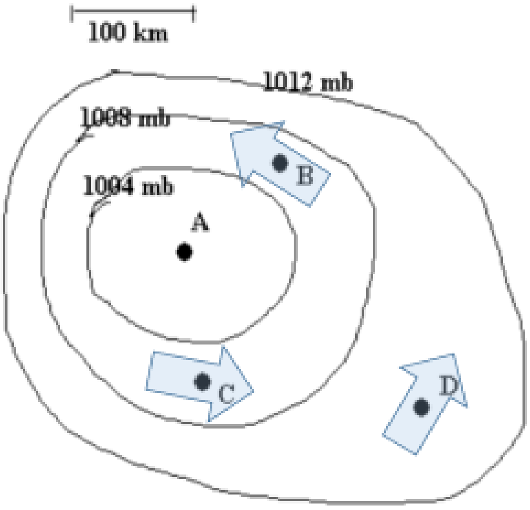
Az alábbi feladat a kapott eredmény alkalmazásával segíti a megértést:

**5. Feladat:** (a) Az ábra B, C és D pontjaiban nyilakkal jelöld a szél irányát abban az esetben, ha a súrlódási erőt elhanyagolhatjuk.

(b) Becsüld meg az egyes pontokban kialakuló szélsebességet, ha a levegő sűrűsége $\rho$ = 1.3 kg/m$^3$. A becsléshez használd a közepes földrajzi szélességeken jól alkalmazható $2\Omega\sin\varphi \approx 10^{-4}$/s közelítést.



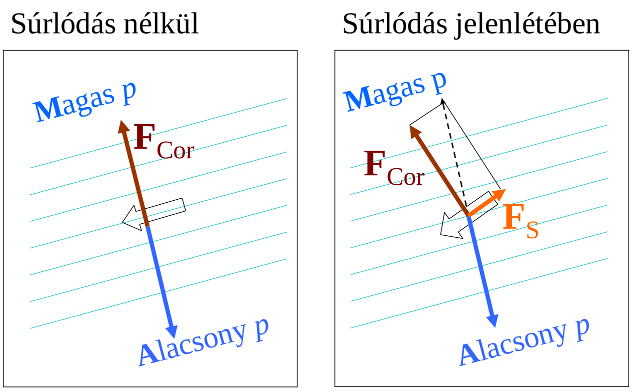

**Megoldás:**
(a)



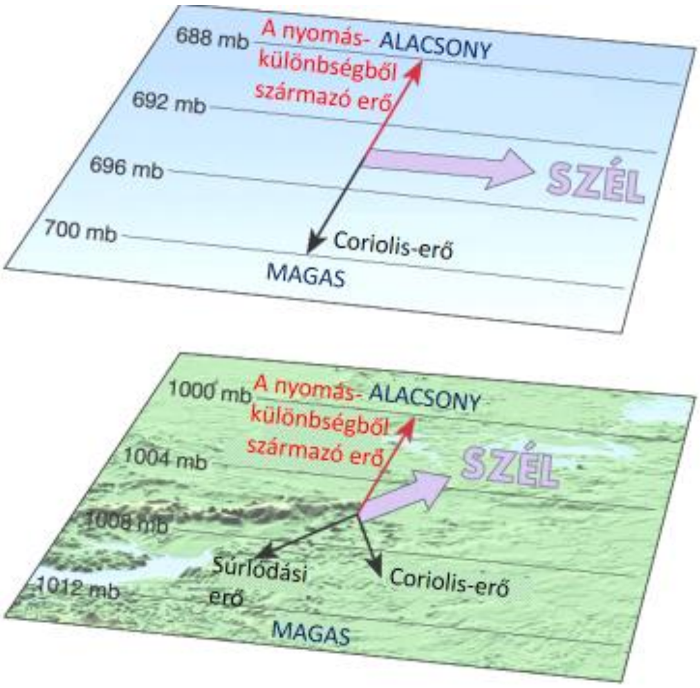

(b) $$v_B = \frac{1}{\rho \cdot 2\Omega \sin\varphi} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta x} \approx \frac{1}{1{,}3 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{400}{60000} \approx 50 \mathrm{m/s}$$

$$v_C \approx \frac{1}{1{,}3 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{400}{80000} \approx 40 \mathrm{m/s},\ v_D \approx \frac{1}{1{,}3 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{400}{160000} \approx 20 \mathrm{m/s}$$

Hogy a földrajzból tanultakhoz való visszacsatolás teljes értékű legyen, fontos felhívni a figyelmet arra, hogy az izobárokkal párhuzamos szélirány csak a talajtól távol, a magasban jellemző, ahol a súrlódás elhanyagolható.




**3.5 (a) ábra. A mozgó levegőre ható erők egyensúlya.**



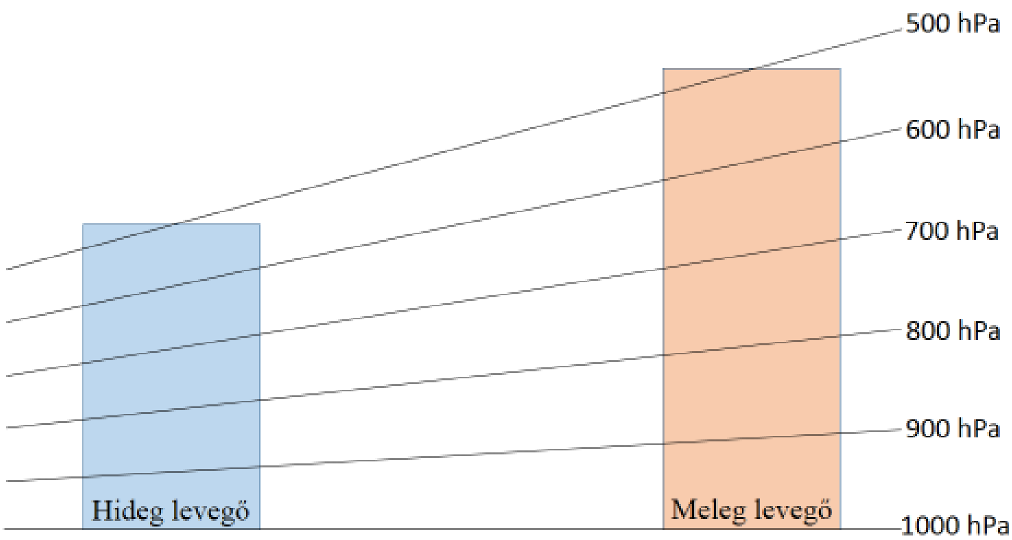

**3.5 (b) ábra. A mozgó levegőre ható erők egyensúlya [26]**

A felszín közelében számításba kell venni a súrlódást is, az erők egyensúlya ezért másképp alakul: az üres nyíllal jelölt szélirány ekkor szöget zár be az izobárokkal [27],[28]. Az erők egyensúlyát a 3.5 ábra szemlélteti a füzetbe lerajzolható, illetve szemléletes, valamelyest térhatású változatban.

## A NYOMÁSFELÜLETEK DOMBORZATA

Ha egy kicsit mélyebben tanulmányozzuk a légnyomás eloszlását, olyan érdekes jelenségeket is meg tudunk magyarázni, amelyek már valószínűleg nem szerepeltek földrajzórán.

Ahol a felmelegedő levegőoszlop jobban kitágul, ott a nyomás nagyobb magasságban ér el egy adott értéket (3.6 ábra).




**3.6 ábra. Döntött izobárfelületek**

Ez azt jelenti, hogy az adott nyomású pontok egy megdöntött felületen helyezkednek el. A nyomásviszonyok ábrázolása tehát nemcsak úgy lehetséges, hogy egy adott magasságon rajzoljuk meg az állandó nyomásnak megfelelő görbéket (ez az izobártérkép), hanem úgy is, hogy egy adott nyomásnak megfelelő felületet szemelünk ki, és azokat a görbéket rajzoljuk meg, ahol ez a nyomás egy konstans magasságnak felel meg.

Ha közelebbről megvizsgáljuk az interneten fellelhető nyomástérképeket, észrevehetjük, hogy izobártérképeket csak a talajszinten szoktak rajzolni. A magasabb légrétegek nyomásviszonyait ábrázoló térképeken ehelyett mindig az azonos nyomású felületek magasságának eloszlását adják meg. Az izobárfelületek szintvonalait a meteorológusok izohipszáknak nevezik [28]. A 3.4 ábra is ilyen izohipszatérkép: a vonalak nem azonos magasságban egyenlő nyomásintervallumonként vannak feltüntetve, hanem az adott nyomású felületre vonatkozóan egyenlő magasságonként. A 3.4 ábrán például az 500 hPa értékhez tartozó magasságok görbéi láthatók. Most már megértjük a vonalakra írt számokat is: 10 m egységekben kifejezett magasságokat jelölnek. A vonalakat tehát szemléletesen úgy lehet elképzelni, hogy szintvonalas domborzati térképet készítettünk arról a felületről, amely felett a levegőnek pontosan a fele található.

Ha a nyomáskülönbségből eredő erő okozta gyorsulás (2) kifejezését úgy alakítjuk át, hogy a nyomásfelületek meredeksége szerepeljen benne, kiderül, hogy miért előnyösebb ez az ábrázolásmód:

$$\frac{F_p}{m} = -\frac{V}{m}\cdot\frac{\Delta p}{\Delta x} = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\Delta p}{\Delta x} = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\Delta p}{\Delta z}\cdot\frac{\Delta z}{\Delta x},$$

ahol $z$ magasságot jelöl: Azért jobb $\Delta p/\Delta x$ helyett $\Delta p/\Delta z$ és $\Delta z/\Delta x$ szorzatát írni, mert a hidrosztatikából emlékszünk arra, hogy adott helyen a nyomásnak a magassággal való csökkenése az ottani sűrűséggel arányos:

$$\frac{\Delta p}{\Delta z} = -\rho g\ .$$

Ezért

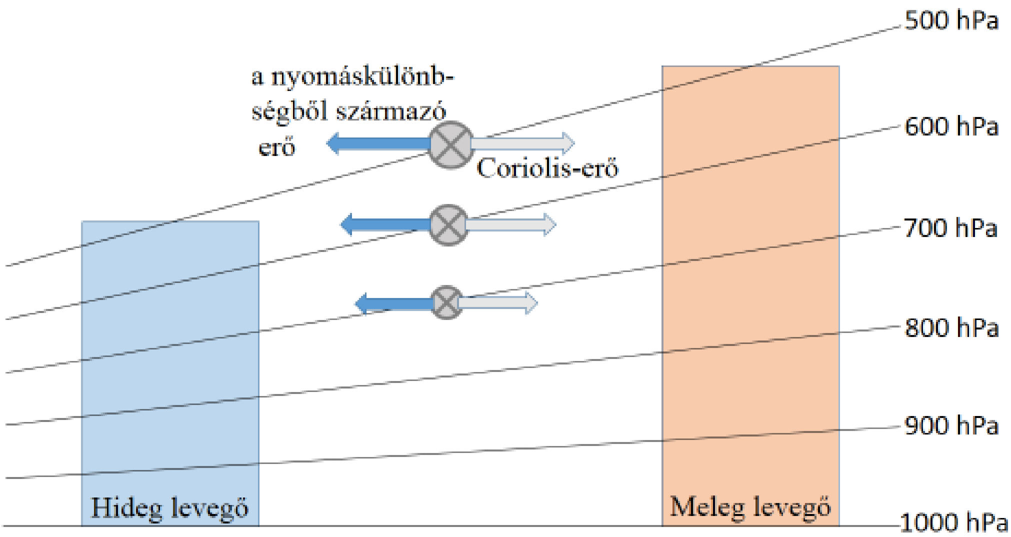
$$\frac{F_p}{m} = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\Delta p}{\Delta z}\cdot\frac{\Delta z}{\Delta x} = -\frac{1}{\rho}\cdot(-\rho g)\cdot\frac{\Delta z}{\Delta x} = g\cdot\frac{\Delta z}{\Delta x} \qquad (3)$$

A sűrűség helyről helyre más lehet, módszerünk előnye tehát, hogy a sűrűség kiesett a számolásból. Mivel $\Delta z$ leolvasható a görbékről, $\Delta x$ pedig lemérhető a térképről, rajtuk kívül csak $g$ értékének ismeretére van szükségünk. A nyomásfelület meredekségéből kiszámolt vízszintes gyorsulást a Coriolis-gyorsulással egyenlővé téve kapjuk tehát a sebességet:

$$g\cdot\frac{\Delta z}{\Delta x} = 2v\Omega\sin\varphi$$

$$v = \frac{1}{2\Omega\sin\varphi}\cdot g\cdot\frac{\Delta z}{\Delta x}$$

Látjuk, hogy a sebesség annál nagyobb, minél nagyobb a nyomásfelület meredeksége. Ha a dőlés a magassággal növekszik, a sebesség is nő (3.7 ábra).




**3.7 ábra. A mozgó levegőre ható erők**

## KÉT ÉRDEKES KÖVETKEZTETÉS

Ha már idáig eljutottunk, érdemes kitérni néhány érdekességre, bár nem közvetlenül a széllel kapcsolatosak.

### Amikor a vízszint sem vízszintes

A fentiekhez hasonló megfontolást a vizekre is alkalmazhatunk. A tengereken létezik egy természet adta kézzelfogható izobárfelület is: a vízfelszín maga, ahol légköri nyomás uralkodik. Az eddigiek alapján ez azt jelenti, hogy az erőegyensúlyban levő áramló vízhez döntött felület tartozik.

A gyerekek is ismerik a Golf-áramlást. Az egyszerűség végett tekintsük azt a szakaszát, ahol észak felé halad Florida partjainál, É30° földrajzi szélességen. Az áramlat sebessége 1 m/s nagyságrendű. Ezekből az adatokból nagyságrendileg becsülni tudjuk a tengerfelszín döntöttségének mértékét, ha a felszín meredekségét (3)-ból kifejezzük a sebességgel:

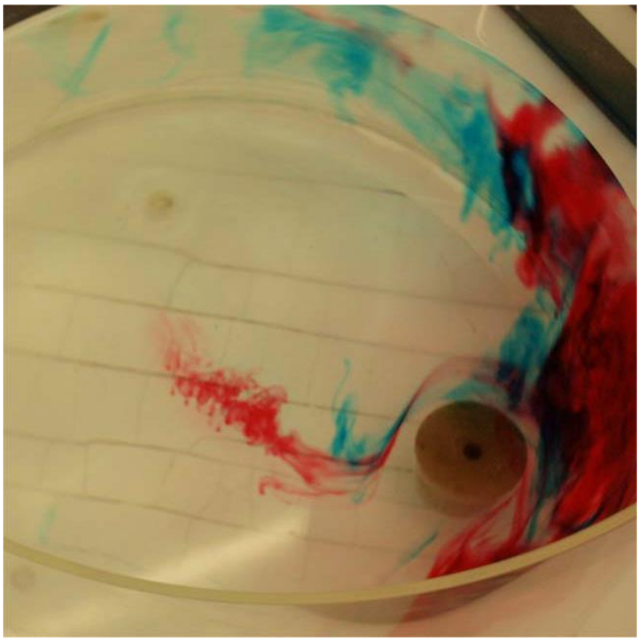
$$\frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{2\Omega \sin\varphi \cdot v}{g} = \frac{2 \cdot 7{,}3 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}5 \cdot 1}{10} = 7{,}3 \times 10^{-6} \approx 10^{-5},$$

ami jó egyezést mutat a műholdas mérésekből ismert értékekkel. Ugyanehhez a következtetéshez más úton is eljuthatunk, erről szól az 5. fejezet.

**Folyadékfüggönyök és fantom-akadályok**

Ha valahol a forgó Földön (akár a levegőben, akár a vízben) a sűrűség állandónak tekinthető, vagyis nem változik a magassággal, akkor a felszín bármelyik pontjából indulva, és a függőleges mentén felfelé haladva ugyanolyan ütemben csökken a nyomás, a nyomásfelületek ezért párhuzamosak, vagyis mindenhol ugyanannyira lejtenek. Ebből az következik, hogy a függőleges mentén felfelé haladva a vízszintes irányú sebesség is végig ugyanannyi. (Ha nem akarunk a nyomásfelületek szintvonalaira áttérni, úgy is fogalmazhatunk, hogy a hidrosztatikai összefüggés alapján egyenletes sűrűség esetén kicsivel nagyobb magasságban is pontosan ugyanoda kell rajzolni a térképre az izobárokat, csak éppen mindegyikre pontosan ugyanannyival kisebb nyomást kell ráírni. Így a nyomásnak egységnyi vízszintes távolságon való megváltozása ugyanannyi marad, mint lejjebb. Ezért, mivel a sűrűség is ugyanannyi, mint lejjebb, (2) alapján a vízszintes sebesség is ugyanannyi kell, hogy legyen.)

Mivel ez a következtetés elmondva nem elég kézzel fogható, a forgatott homogén folyadéknak ezt a meglepő viselkedését a gyakorlatban is tanulmányoztuk a diákokkal: megtekintettük az ELTE Környezeti Áramlások Kármán Laboratóriumában bemutatott demonstrációt [29], ahol forgatott kádban levő vízbe befecskendezett festék függőleges felületek mentén szétterjedve függönyszerű alakzatot formáz (3.8 ábra).



**3.8 ábra. Forgatott kádban kialakuló áramlás demonstrációja a Kármán Laborban**

Volt tanuló, aki a laboratóriumban kérdésre meg tudta mondani, hol lehet megfigyelni e függönyszerű alakzatokat a természetben: Ha a sűrűség homogénnek tekinthető, a magaslégkörben is így viselkednek a sarki fényt (3.9 ábra) kibocsátó ionizált gázok [30].

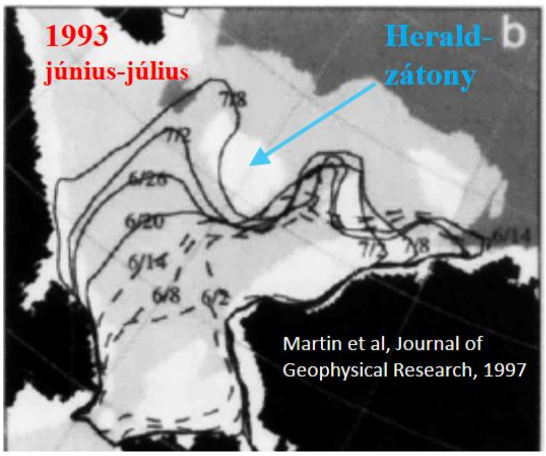
Az egymás feletti folyadékrészek azonos mozgásának legérdekesebb következményét pedig akkor figyelhetjük meg, ha a tartály fenekére akadályt helyezünk. Ez látható a 3.8 ábra képén is.

Noha az akadály sokkal kisebb a vízmélységnél, a festékfüggönyök mégsem csak ott kerülik meg, ahol beleütköznének, vagyis alul, hanem fölül is, ahol már nincsen semmi akadály. Mégsem folyik az akadály fölé a festék, inkább az egész fantom-oszlopot megkerüli.

**3.9 ábra. Északi fény [31]**

Az akadály fölött nyugalomban maradó folyadékoszlop, az úgynevezett Taylor-oszlop természeti előfordulásának leggyakrabban bemutatott példája a csendes-óceáni Guadalupe sziget felett a magasban átvonuló felhők által kirajzolt Kármán-féle örvénysor. Mivel ehhez a példához további ismeretekre is szükség lenne, a tanulók számára érthetőbb példát kerestem:

A Csukcs-tenger Szibéria és Alaszka partjai között terül el a Bering-szorostól északra, északi természetes határa a kontinentális self pereme. Nagyjából sík plató 50 m mélyen, amelyből körülbelül 20 méterre kiemelkedik a Herald-zátony (3.10 ábra). A Bering-szoros felől érkező, melegebb vizű áramlat hatására nyáron a Csukcs-tenger jégtakarója felolvad. A jégtakaró visszahúzódását kutatók vizsgálták: [32]. Három év mérései közel azonos eredményre vezettek, sőt, már XIX. századi bálnavadászhajók naplójában is szerepelt a megfigyelés, hogy a Herald-zátonyt mintegy megkerülve, mindkét oldalán előrenyúlik egy-egy meleg nyelv. Miközben a zátonyba mint akadályba ütközve a melegebb víz némileg irányt változtat, a zátony teteje fölé sem folyik a meleg víz. Kétoldalt, sőt a zátonyon túl is felolvadt már a jég, miközben a zátony feletti vízoszlop még sokáig hideg és jégfedte marad.


**3.10 ábra (a) A Csukcs-tenger [33] a Herald-zátonnyal, (b) A jégtakaró visszahúzódása [32]**

### 3.4.4 Tanítási tapasztalatok

A fizikafakultációra járó tanulók érdekesnek találták a nem szokványos feladatokat. Bár az itt tárgyaltak közvetlenül nem tartoznak a középiskolás fizika tananyagába, az eltöltött idő megtérülni látszott, amikor a későbbiekben az elektromos mező ekvipotenciális görbéit kellett értelmezni, illetve méréssel meghatározni. A tanulók felismerték a párhuzamot, és hivatkoztak a korábban tanultakra. A feladatok tehát segítették az absztrakt mezőfogalom kialakítását is.

# 4.

# Nagyságrendi becslés a dagálypúpok méretére, illetve a Föld lapultságának mértékére [S2], [S3], [S5]

Menj, csodalény, tudományod kövesd,
Mércéd tengerre, földre, égre vesd.
(*Alexander Pope*)

## 4.1 Problémafelvetés: a deformáció magyarázatát terhelő félreértések

Amikor a dagálypúpok kialakulása, illetve a föld lapultsága földrajzórán sorra kerül, a kilencedikes diákok már tanultak ugyan erőkről, de erőfogalmuk még nem áll biztos alapokon. Nincs még feladatmegoldó rutinjuk, amely alapján természetes lenne számukra, hogy mindig a testekre ható összes erő eredőjét tekinteni, a deformáció mértékét pedig valamilyen erőegyensúly határozza meg. Nem rendelkeznek kialakult szemléleti háttérrel ahhoz sem, hogy felvessék, mi van, ha inerciarendszerben írjuk le a rendszer mozgását. Sőt, fel sem merül bennük, miért is nem találkoztak fizikaórán centrifugális erővel.

Mindkét jelenség létrejöttében szerepet játszik továbbá a gravitációs erő, amelyről a diákok ekkor még többnyire nem tanultak fizikából, így gravitáció-fogalmuk is egyedül a földrajzkönyvben leírtakra alapulhat.

## 4.2 Az árapály és a Föld alakja a földrajzkönyvekben

A földrajzkönyvekben mindkét jelenség magyarázatában szemléletbeli hibák, vagy legalábbis hiányosságok ismerhetők fel. Valamely naiv kvalitatív erőfogalom alapján a deformáció egyetlen erő hatására jön létre. Mind a lapultság, mind a Holddal átellenes dagálypúp magyarázatában megjelenik egyedüli okozóként a centrifugális erő, amely azért sem lehet önmagában felelős, mert csak forgó rendszerben van jelen − a Föld pedig nyilván inerciarendszerben is lapult, és a púp inerciarendszerben is púp.

### 4.2.1 <u>Az árapály</u>

Az árapály-jelenség lényegét megragadó legegyszerűbb megközelítésben megállapíthatjuk, hogy az árapályt a Hold okozza, és adott pillanatban a Földnek a Holdhoz legközelebbi és a Holdtól legtávolabbi pontján következik be dagály (magasvíz). Mivel a púpok helyét a Hold határozza meg, a dagályhullám körbefut a forgó földgolyón. Ennek leírása a középiskolás földrajzkönyvekben is helyes.

A földrajzkönyvek magyarázatai azonban azt a képzetet keltik, hogy az árapály-jelenség a keringés következménye. A gravitációs erő távolságcsökkenésére általában nem utalnak. A magyarázatokban megnyilvánuló hibás szemlélet alapján a két dagálypúpnak kivétel nélkül mindegyik földrajzkönyv szerint két különböző oka van: a Hold felőli dagálypúpért a Hold tömegvonzása, míg a túloldali púpért a Föld–Hold rendszer tömegközéppontja körüli keringés miatt fellépő centrifugális erő a felelős: (1),(2),(3),(4),(5),(6),(7).

A Föld és a Hold közös tömegközéppont körüli keringése során két ellentétes erő hat a Föld óceánjaira, tengereire. E-gyik a Hold vonzóereje, másik a centrifugális erő. Hatásukra a Föld szemközti oldalain megemelkedik a világtenger szint-je: dagály keletkezik, amit a Holdhoz közeli oldalon a Hold vonzása, az ellentétes oldalon a centrifugális erő idéz elő. (1)

A tengerjárás oka a Hold vonzása, illetve a Föld és a Hold közös tömegközéppont körüli keringése. A két erő hatására a Föld ellentétes oldalain egy időben alakul ki a dagály. A Holdhoz közel eső oldalon a Hold vonzása, az ellentétes oldalon a centrifugális erő duzzasztja fel a világtenger vizét. (2)

A Hold felé néző oldalon dagályt a Hold közvetlen vonzóereje, az átellenes oldalon pedig a közös tömegközéppont körüli keringésből fakadó centrifugális erő kelti. (3)

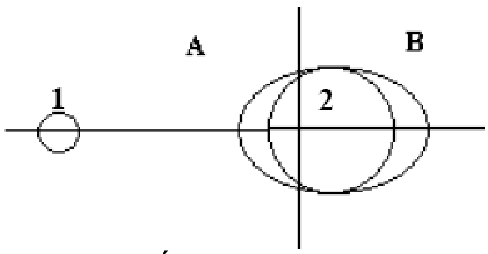
A dagályt a Föld Hold felőli oldalán a Hold vonzása okozza, az ellentétes oldalon pedig Föld–Hold rendszer keringésből adódó centrifugális erő idézi elő. (4)

A tengerjárás során a dagály kialakulása erősebben a – Hold vonzása következtében – a Hold felőli oldalon következik be. Ugyanakkor az ellenkező oldalon a – közös tömegközéppont körüli keringés keltette – centrifugális erő hatására szintén megemelkedik a tengervíz, s itt is kialakul a dagály. A két dagály helyét összekötő egyenesre merőleges sík földfelszíni metszéspontjában – ha azok a tengerre esnek – apály következik be. (5)

A Hold felőli oldalon a Hold Földre gyakorolt tömegvonzása okozza a magasvizet, az átellenes oldalon viszont a centrifugális erő idézi elő. (6)

A dagály okozója a Hold felőli oldalon a Hold Földre gyakorolt tömegvonzása, a Holddal ellentétes oldalon a két égitest közös tömegközéppont körüli keringése miatt fellépő centrifugális erő. (7)

Ugyanezt a választ várták a 2006. májusi emelt szintű földrajz érettségi 2b) kérdésére is, ahol a 4.1 ábra 1 és 2 égitestjeinek megnevezése után azt kellett megmondani, mi okozza a jelenséget az A illetve a B betűvel jelölt oldalon.




**4.1 ábra. Érettségi feladat ábrája**

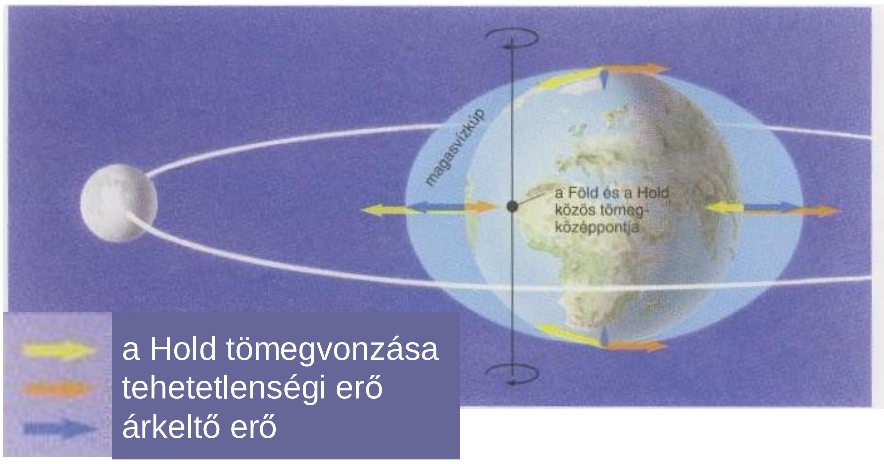
Ez a magyarázat − amellett, hogy a vonzás tényére hivatkozik a vonzásnak a távolsággal való csökkenése helyett − azért is hibás, mert a dinamika alapvető összefüggései szerint nem egyik vagy másik erő önmagában, hanem az összes erő eredője határozza meg egy rendszer viselkedését.

A centrifugális erő önmagában pedig azért sem okozhat dagálypúpot, mert csak akkor van jelen, ha forgó rendszerben írjuk le a mozgást, holott a következtetés (két púp) nem függhet a vonatkoztatási rendszer megválasztásától. Választhatunk ugyan forgó vonatkoztatási rendszert a jelenség leírásához, de ha két púpot észlelünk, akkor inerciarendszerben is két púp van. (Minderről részletes és szemléletes elemzést olvashatunk a [34] honlapon.)

Az alábbi (1) tankönyv valamivel részletesebb magyarázatából kitűnik, hogy milyen tévedés állhat a hibás szemlélet hátterében. Egyedül itt szerepel a gravitáció távolságfüggése, noha a belőle levont következtetés hibás. Még a Hold tömegvonzásának és a centrifugális erőnek az eredőjeként definiált árkeltő erő fogalma is megjelenik. Nem hívja fel ugyanakkor a figyelmet arra, hogy forgó vonatkoztatási rendszerből vizsgálja a jelenséget, és nem tér ki arra sem, hogy mely tengely körül, mekkora szögsebességgel forgó rendszert alkalmaz. A folytatás alapján megsejthető, hogy a Föld–Hold rendszer tömegközéppontján áthaladó tengely körül, a keringés szögsebességével forgó vonatkoztatási rendszerről van szó.

A Hold vonzóereje mindenütt a Hold felé mutat, de iránya és nagysága pontonként más és más. A Hold felőli oldalon a legnagyobb, így könnyen belátható, hogy itt a Hold vonzereje okozza a magasvizet. De miért van magasvíz ilyenkor az átellenes oldalon, ahol a Hold vonzása éppen a legkisebb? A két égitest (a közöttük levő kölcsönös vonzás miatt) közös tömegközéppont körül forog. Ezért a centrifugális erő is hat, amely a Holddal ellentétes oldalon a legnagyobb, hiszen az esik legtávolabb a keringés tengelyétől. A Holddal átellenes oldalon a centrifugális erő nagyobb a tömegvonzásnál, tehát hatására ezen az oldalon is felpúposodik a világtenger vize. Az árkeltő erő a Hold tömegvonzása, valamint a Föld és a Hold közös tömegközéppontja körüli mozgásból származó tehetetlenségi erő eredője. 1

A tankönyv tévedése ott érhető tetten, hogy az árkeltő erőbe beleszámított centrifugális erő a Holddal ellentétes oldalon a legnagyobb, mert ez esik legtávolabb a keringés tengelyétől. Ez az állítás ugyanis kimondatlanul arra utal, hogy a Föld minden pontja azonos szögsebességgel mozog a Föld–Hold rendszer tömegközéppontja körül. A könyvben közölt ábra (4.2 ábra) − amellett, hogy a rendszer fordítva látszik forogni − még ezzel a tévedéssel együtt is következetlen, hiszen a Hold felőli oldalon a tengely felé mutat rajta a centrifugális erő.




**4.2 ábra. Tankönyvi ábra az árapályhoz**

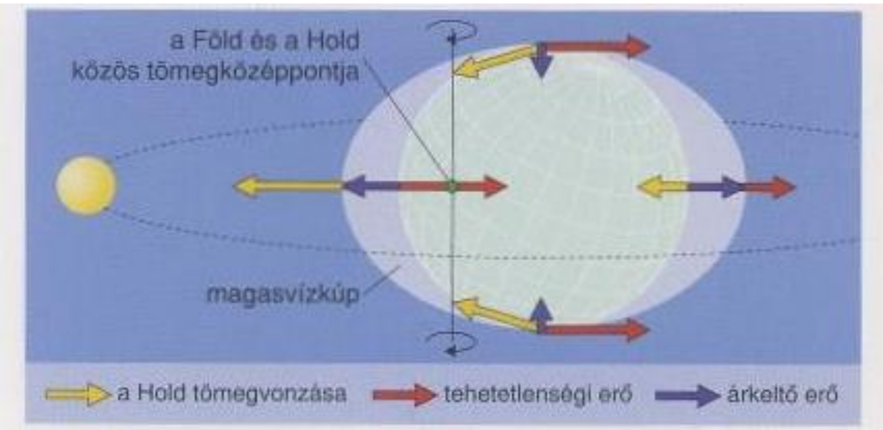
E megközelítés akkor lehetne célszerű, ha a Föld is mindig ugyanazt az oldalát fordítaná a Hold felé (ahogyan a Hold a Föld felé), azaz forgási periódusa megegyezne a keringés periódusával. Ekkor a dagálypúpok a földfelszínhez képest nem folynának körbe a földgolyón, hanem mindig ugyanott maradnának, így a forgó rendszerben a földfelszín minden pontja nyugalomban lenne.

Nem kellene külön foglalkozni a forgás miatti lapultsággal: a (tengerekkel borított) Föld olyan alakot venne fel. hogy az így számított árkeltő erőnek és a Föld gravitációs erejének eredője a felszínre merőleges legyen.

A földforgás szögsebessége azonban gyorsabb a Föld−Hold rendszer keringésénél, a Föld tehát ebben a forgó vonatkoztatási rendszerben is forog a tengelye körül. Márpedig ha a Föld–Hold rendszer tömegközéppontja körüli keringés során a Föld minden pontjának azonos szögsebességet tulajdonítunk, akkor egy keringés során a Föld a tengelye körül is megfordul egyszer, a Föld mozgásának leírásakor ezért az ilyen merevnek tekintett forgáshoz már csak egy kisebb szögsebességű tengelyforgást kellene hozzászámítani. Az így adódó árapály-alakváltozás is egy kevésbé lapult földalakra rakódna rá. Az ilyen merev forgásként való kezelés tehát kifejezetten bonyolulttá teszi a tárgyalást.

Sokkal egyszerűbb, ha a Föld pontjainak mozgását a tömegközéppontjának mozgásával egybevágó pályájú transzlációs mozgásra és a tömegközépponti tengely körüli forgásra választjuk szét. Ekkor az árapály tárgyalásánál a forgással egyáltalán nem kell foglalkozni.

Ha a tengerszintváltozást a keringés szögsebességével forgó rendszerben szeretnénk leírni, akkor tehát célszerű a földfelszín bármely pontján azt a vonatkoztatási rendszert választani, amelyiknek forgástengelye a neki megfeleltetett középponton halad át. Ilyenkor a 4.2 ábrán a centrifugális erőt jelölő piros nyilaknak valóban mind jobbra kell mutatniuk, de mindenütt egyforma hosszúaknak is kellene lenniük, úgy, ahogyan a 4.3 ábrán. Az utóbbi ábrán jók a vektorok és az is látszik, hogy a Hold nem az Egyenlítő körül kering (az irány itt is rossz, ha felül van észak), de a magyarázat ebben a könyvben is ugyanolyan hibás, mint a többiben.




**4.3 ábra. Tankönyvi ábra az árapályhoz**

Inerciarendszer választása esetén pedig a Föld pontjai párhuzamos síkokban keringenek azonos sugarú pályákon: minden egyes pont egy neki megfeleltethető középpont körül. A Föld tömegközéppontja a Föld–Hold rendszer tömegközéppontja körül kering, tehát e körmozgások során az egységnyi tömegre ható centripetális erő akkora, mint a Hold gravitációs mezejének térerőssége a Föld középpontjában.

### 4.2.2 A Föld alakja

Mindegyik földrajzkönyv említi, hogy a Föld nem tökéletes gömb, mert a forgás következtében belapult. Általában hivatkoznak a centrifugális erőre, de nem magyarázzák, miként jön létre a lapult alak. Vagy mindössze annyit mondanak, hogy „a centrifugális erő következménye” (vagyis ismét egyetlen erőnek tulajdonítják), vagy pedig azt, hogy „a nehézségi erő és a centrifugális erő ellentétes hatása miatt”. Az „ellentétes hatás” azt a képzetet kelti, hogy a két erő egy egyenesbe esik noha ez csak az Egyenlítőn van így. (Ráadásul ez a magyarázat gravitációs erő helyett pontatlanul a centrifugális erőt is magában foglaló nehézségi erőre hivatkozik.)

Hogy „a nehézségi erő és a centrifugális erő ellentétes hatása” nem csupán pontatlan megfo-galmazás, hanem hibás szemléletet tükröz, az alábbi légkörrel kapcsolatos kijelentésben is megmutatkozik − ha nem is a lapultsághoz, de mégis a Föld alakjához köthetően.

> A levegőrészecskék mindegyikére hat a nehézségi erő, amely addig tartja a levegőmolekulákat a Föld vonzásában, ameddig annak hatását a tengely körüli forgás következtében fellépő centrifugális erő ki nem egyenlíti.
> […]
> A légkör felső határa – melyet 36 000 km-ben állapítottak meg – ott van, ahol a nehézségi erő és a centrifugális erő egyensúlyba jutva kiegyenlíti egymást.

A z Egyenlítő felett 36 000 km-nél magasabban egy test már nem foroghat együtt a Földdel, de ez nem jelenti azt, hogy ne maradhatna a Föld vonzásában. Más földrajzi szélességen a centrifugális erő kisebb, és nem is esik a gravitációs erő egyenesébe, a sarkoknál pedig nincs is centrifugális erő: ott vajon milyen magas a légkör?

A lapultsággal kapcsolatban szerepel a tankönyvekben a forgásellipszoiddal való közelítés, és említik a geoid alakot is. Az alábbi (1),(3) esetekben azonban az olvasó azt hiheti, hogy a geoid maga a forgásellipszoid, csak épp kissé tökéletlen, másutt pedig az nem világos, hogy a geoid nem azonos a felszín tényleges alakjával (2). Több középiskolás könyv ugyanakkor csak annyit mond, hogy a felszín nem követi az ellipszoidot, tehát a Föld geoid alakú (4).

> A gömb alakú forgó testek a fizika törvényei szerint belapulnak.

> ... nem is gömb, hanem – a nehézségi erő és a centrifugális erő ellentétes hatása miatti forgástengely és egyenlítői tengely hosszúságkülönbsége okán – forgási ellipszoid.
> A Föld alakját a mérések alapján teljesen a forgási ellipszoiddal sem azonosíthatjuk. Szabálytalansága folytán geoidnak, földalaknak nevezzük ... (1)

> ... az egyre pontosabb mérések kimutatták, hogy a Föld sarki átmérője rövidebb, mint az egyenlítői, tehát a tengely körüli forgás eredményeként bolygónk a sarkok felől kissé lapult. (Maga az egyenlítő sem teljesen tökéletes kör. Az ilyen nem teljesen szabályos testet geoidnak, földalaknak nevezzük.) (2)

> A Földnek azonban forgása következtében lapított gömb, azaz forgási ellipszoid alakja van. A valóságban persze ez is eltorzult, felszíne nem egyenletes, rajta bemélyedések és kiemelkedések vannak: ez az ún. geoid alak. (3)

> A Földet mértani testként mint forgási ellipszoidot, valódi alakját pedig mint geoidot írhatjuk le. (4)

> Írd az ábra megfelelő helyére a követke-ző fogalmakat: geoid, forgási ellipszoid! Melyik közelíti meg jobban a Föld valódi alakját?

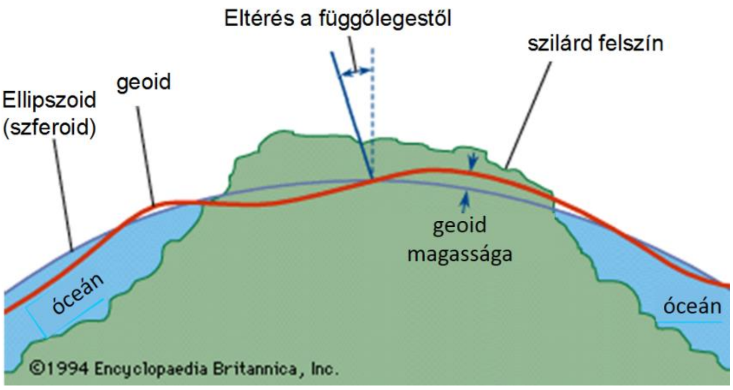
Az általam vizsgált földrajzkönyvek közül csak az alábbi (1),(2),(3) hivatkozik a tömegeloszlás egyenetlenségére, kimondva, hogy a geoid minden pontban merőleges a nehézségi erő irányára. (Vagyis utalnak arra, hogy a geoid olyan ekvipotenciális felület, amely mindenütt merőleges a helyi „függőlegesre”, amelyet a helyi gravitációs és centrifugális gyorsulás határoz meg.)

> A forgás következtében fellépő centrifugális erő miatt bolygónk az Egyenlítő mentén megnyúlt, kidudorodott.
> ...
> Ezt a némiképp lapult formát a mértani testek közül tehát nem gömbként, hanem forgási ellipszoidként írhatjuk le.
> A Föld valódi alakját az a szintfelület rajzolja ki, amely minden pontban merőleges a nehézségi erő irányára. Ezt a szintfelületet geoidnak nevezzük. (1)

> A Föld valódi alakja geoid: az a szintfelület, amely minden pontban merőleges a nehézségi erő irányára, és egybeesik a közepes tengerszinttel.
> A Föld az Egyenlítő mentén kiszélesedett, alakja a mértani testek közül a forgási ellipszoiddal írható le. (2)

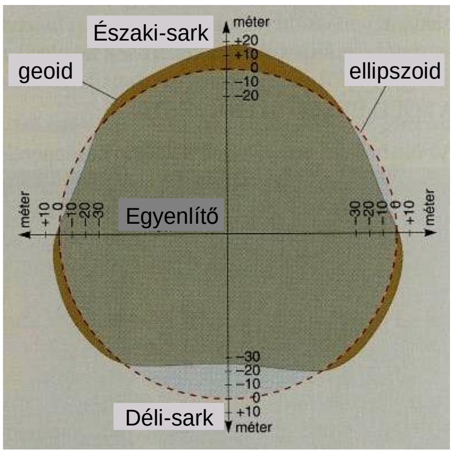
> A Föld alakja azonban csak megközelítőleg gömb alak. Északi és déli pólusánál enyhén lapult, és az Egyenlítőnél sem szabályos kör a keresztmetszete. Ezért alakja külön nevet is kapott: geoid (földalak). A Föld pólusoknál tapasztalható lapultsága és az Egyenlítő tájékán meglévő kidudorodása a tengely körüli forgásnál fellépő centrifugális erő következménye. Emiatt a Föld alakja forgási ellipszoid.
> Mivel bolygónk belsejének tömegeloszlása egyenlőtlen, pontos alakját az a szintfelület rajzolja ki, amely minden pontban merőleges a nehézségi erő irányára.
> A geoid tulajdonképpen elméleti földalak, amelynek felszíne egybeesik a közepes tengerszinttel. (3)

Ezekben a könyvekben a 4.4 ábrához hasonló, jó ábra is kíséri a magyarázatot. Nehezen értelmezhető módon azonban ezek a könyvek is kijelentik, hogy a geoid a föld „valódi alakja”/ „pontos alakja”.




**4.4 ábra.** http://www.britannica.com/EBchecked/topic/229667/geoid/9322/The-concept-of-the geoid

Mivel számszerű adatokat a könyvek általában nem említenek, sem a lapultság mértékéről, sem a geoidnak az ellipszoidtól való eltéréséről nem alkothatnak képet a diákok.




**4.5 ábra Tankönyvi illusztráció a geoidhoz**

A 4.5 ábrán szereplő tankönyvi illusztráció kivétel: számadatokkal mutatja a geoidnak az ellipszoidtól való eltérését. Kissé félrevezető azonban az arányokat illetően, hiszen nem látszik rajta a lapultság, sőt, mintha éppen dudor lenne az Északi-sarkon. A lapultság mennyiségi adataival kiegészítve informatívabb lenne (Az ellipszoid átlagos sugara $R$ = 6371 km, az egyenlítői sugár $R_E$ = 6378 km, a sarki sugár $R_S$ = 6357 km.)

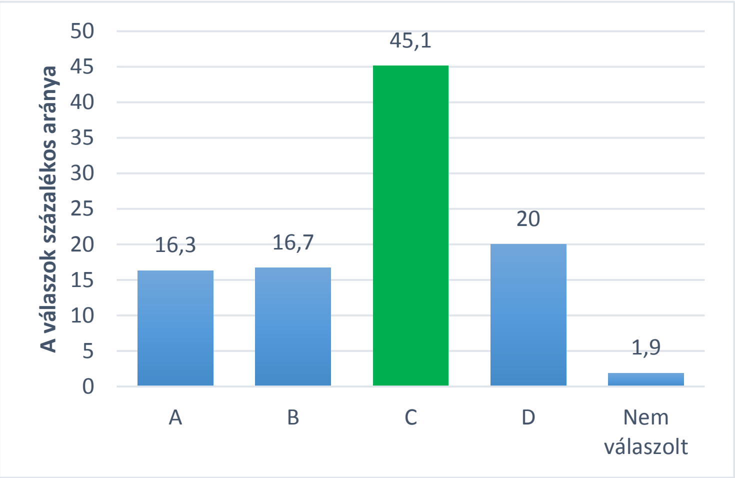
## 4.3 Az árapály és a Föld alakja a tanulói felmérésben

Az elsőként hallott magyarázat, ha hibás is, olyan mélyen bevésődik, hogy nagyon nehéz fizikaórán helyrehozni. Hiába magyaráztam el korábban az árapály-jelenséget (kvalitatív módon) tanítványaimnak, érettségi előtt rákérdezve mégis a földrajzkönyv szavait kaptam vissza: „A Hold felőli púp oka a Hold vonzása, a túloldali púpé a centrifugális erő”. Heti öt órában fizikát tanuló csoportomban senki sem hivatkozott a gravitációs erőnek a távolsággal való gyengülésére.

Alaposabban felderítendő, hogy a földrajzkönyv szavainak visszamondása milyen szemléletet takar, a felmérésben négy kérdés foglalkozott az árapállyal. A 2.számú kérdés azt vizsgálta, vajon magával a közvetlenül megfigyelhető jelenséggel tisztában vannak-e a tanulók, azaz egyáltalán tudják-e, hogy naponta kétszer van dagály.

**2. kérdés:** Ha Bretagne partjainál most éppen dagály (magasvíz) van, körülbelül mennyi idő múlva lesz ugyanott ismét dagály?

A. egy hónap
B. egy nap
C. fél nap
D. negyed nap

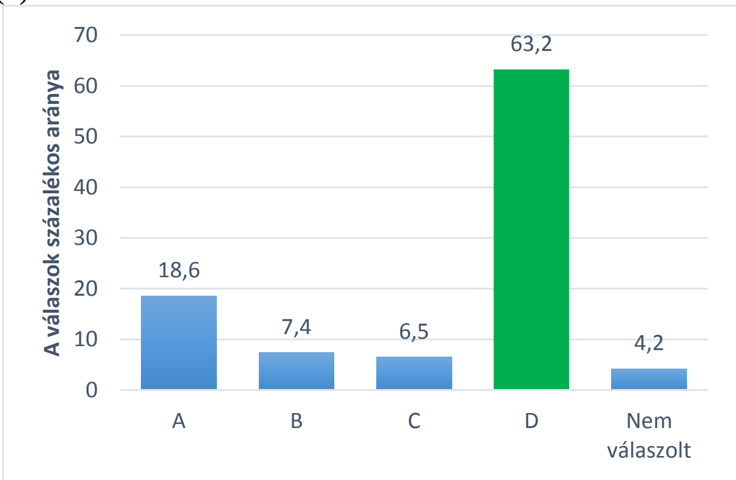



A válaszolóknak közel fele jól tudta, a hibás válaszok eloszlása pedig nagyjából egyenletes volt. Ugyanakkor a további kérdések megmutatták, hiába tudják sokan, hogy naponta kétszer van dagály, ennek ellenére nem látják, hogy eszerint a földgolyó két átellenes pontján egyszerre kell, hogy dagály legyen. Nem gondolják végig, hogy a púp marad (nagyjából) helyben, és a Föld fordul el a púp alatt (noha ez a földrajzkönyvben jól volt leírva).

A 3. számú kérdés a jelenség okára vonatkozott. A földrajzkönyvek tárgyalása alapján azt vártam, hogy a legtöbben az A választ jelölik majd meg.

**3. kérdés:** Melyikért felelős a Hold gravitációs vonzása:
(1) A Földnek a Hold felé néző oldalán tapasztalt jelenségért.
(2) A Földnek a Holddal átellenes oldalán tapasztalt jelenségért.

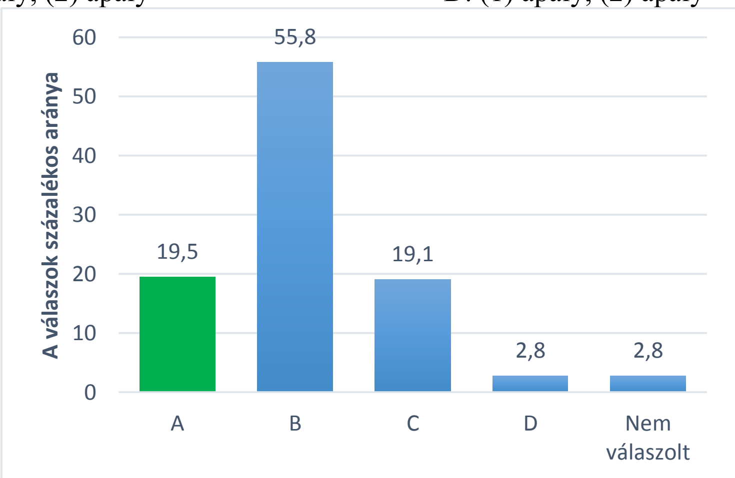
A. Csak (1)
B. Csak (2)
C. Egyik sem
D. Mindkettő.




Valóban majdnem háromszor annyian jelölték meg, mint a másik két hibás válasz közül bármelyiket, de a nagy többség − meglepő módon, helyesen − a D választ jelölte meg. Mielőtt örvendezni kezdtem volna, diákokkal folytatott beszélgetésekből kiderült számomra, hogy számosan azért válaszoltak jól, mert rosszul tettem fel a kérdést: Elmondásuk szerint tudják ők, hogy a keringésből származó centrifugális erő okozza a túloldali púpot, de azt is tudják, hogy a keringés viszont a Föld és a Hold közötti vonzás miatt van. A 4. számú kérdésre adott válaszok alapján azonban más is lehet az oka annak hogy sokan ráhibáztak a 2. számúra, noha valójában nem értik.

**4. kérdés:** Milyen árapály-jelenséget tapasztalunk
(1) A Földnek a Hold felé néző oldalán?
(2) A Földnek a Holddal átellenes oldalán?

A. (1) dagály, (2) dagály
B. (1) dagály, (2) apály
C. (1) apály, (2) dagály
D. (1) apály, (2) apály



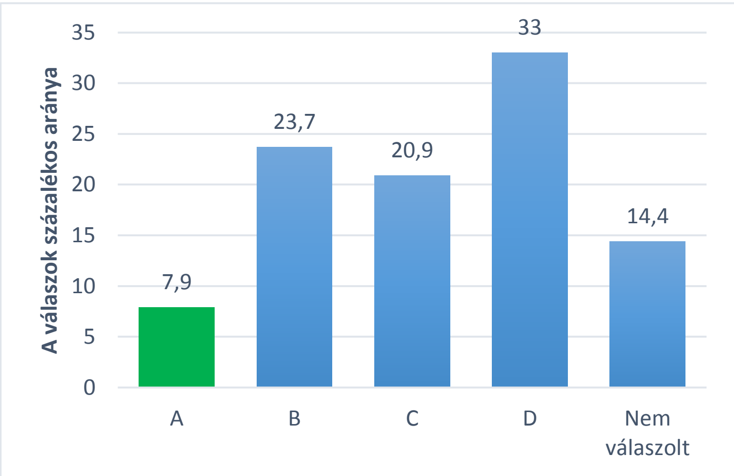
A válaszok alapján a nagy többség nem tudja, hogy a Holddal átellenes oldalon is dagály van, a Hold felőli púpot pedig egyszerűen annak tudja be, hogy (csak) ott hat a Hold vonzása. Ezt támasztják alá az alábbi, 5. számú kérdésre adott válaszok is.

Az 5. számú kérdés megfogalmazásakor annak felderítésére törekedtem, hogy a tanulók szükségesnek tartják-e a keringést az árapály-jelenség kialakulásához. Várakozásaim szerint, aki magáévá tette a földrajzkönyv magyarázatát, az ezúttal is megtalálja majd a vonzás miatti púpot, de nem fogja találni a túloldali púpért felelős centrifugális erőt. Arra számítottam tehát, hogy legtöbben a B választ jelölik majd meg.

Meglepett, hogy C válaszból majdnem ugyanannyi volt, mint B-ből, de a legtanulságosabb az igen nagy mennyiségű D válasz volt, amely összhangban lehet az előző két kérdés eredményével is. Amire előzőleg nem is gondoltam: az, hogy a tanulók ismeretei szerint csak a Hold felőli púpot kelti a Hold vonzása, azzal az elgondolással is összefügghet, hogy a Hold nem is vonzza a Föld túloldalán levő vizet. (Háttérismeretek hiányában a csillagászattal foglalkozó földrajzkönyv-fejezetek megfogalmazásai alapján is azt gondolhatja a diák, hogy a gravitációnak véges hatósugara van.)

**5. kérdés:** Képzeljük el, hogy a Föld (a Hold nélkül) egyenes vonalban zuhan egy hatalmas tömegű fekete lyuk felé. Hány dagálypúp keletkezne ekkor a Földet borító tengereken.

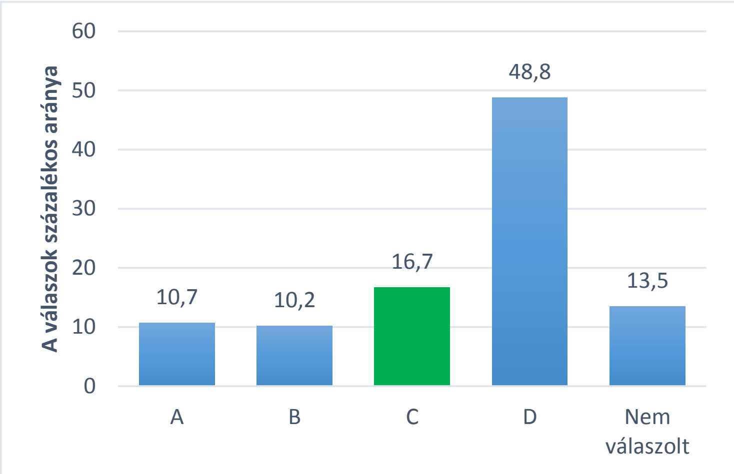
A. Kettő, csakúgy, mint a Hold által keltett esetben.
B. Egy, mert a Föld és a fekete lyuk nem kering a közös tömegközéppontjuk körül.
C. Egy sem, mert a Föld és a fekete lyuk nem kering a közös tömegközéppontjuk körül.
D. Egy sem, mert a fekete lyuk gravitációja olyan erős, hogy a Föld túlsó oldalát is vonzza.




A feleletválasztós kérdőívemben két kérdés foglalkozott a centrifugális erővel. Mivel heti két fizikaórába sajnos általában nem férnek bele a gyorsuló vonatkoztatási rendszerek, míg földrajzból a centrifugális erő középszinten is érettségi tananyag, a kérdések célja annak feltérképezése volt, hogy a földrajzórán hallott fogalmat miként illesztik be a tanulók a fizikából tanult ismeret-anyagba. A 11. kérdés azt vizsgálta, tudják-e, hogy a vonatkoztatási rendszer számít.

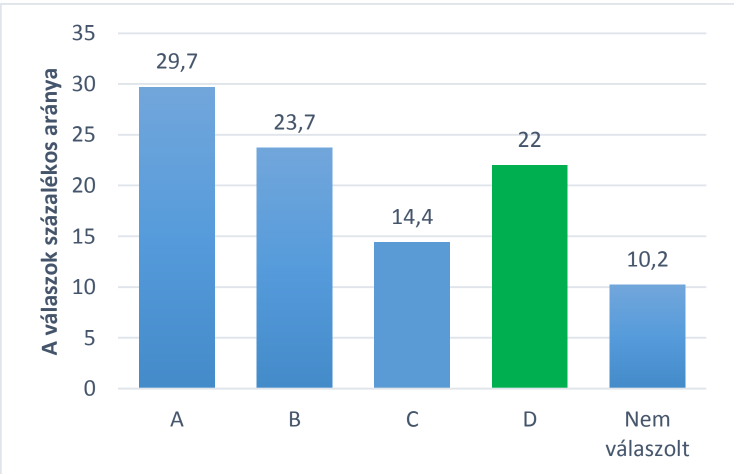
**11. kérdés:** A Föld lapultságát azzal szokták magyarázni, hogy a forgó Föld a centrifugális erő miatt tér el a gömb alaktól. Miben különböznek ettől a fizikaórán tárgyalt forgásos-körmozgásos feladatok, ahol nem vettük számításba a centrifugális erőt?

A. A centrifugális erő gyors forgásoknál a centripetális erőhöz képest elhanyagolható.
B. A centrifugális erő csak csillagászati méretű objektumok viselkedésénél játszik szerepet.
C. A forgó Földdel mi, a megfigyelők is együtt forgunk, a fizikapéldákban vizsgált forgó testekkel pedig nem.
D. A forgó Földdel mi is állandóan együtt forgunk, ezért az állandóan jelen lévő centrifugális erőt nem érezzük.




A 13. számú kérdés a centrifugális erő irányára vonatkozott:

**13. kérdés:** Ha a forgó Földhöz rögzítjük a vonatkoztatási rendszerünket, milyen irányú Budapesten a centrifugális erő?
A. Pontosan a Föld középpontjának irányával ellentétes irányú.
B. A Föld lapultsága miatt a Föld középpontjának irányával ellentétes iránytól egy kissé eltér.
C. A Föld–Hold rendszer közös tömegközéppontjától elfelé mutat, a Holddal ellentétes irányba.
D. Ferdén felfelé, a függőlegestől 47.5°-kal délre mutat.

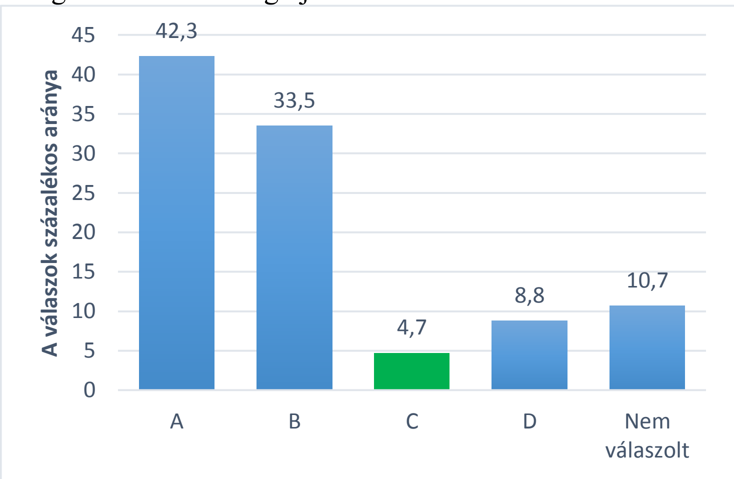



A válaszokból kiderül, hogy a centrifugális erő természete egyáltalán nem világos, így a Föld lapultságának magyarázatát sem érthetik a tanulók.

A kérdőív 12. kérdése azt vizsgálta, megértették-e, hogy mit jelent a geoid. (A felmérésben részt vevő diákok földrajzkönyvében benne volt a helyes definíció.)

**12. kérdés:** Azt szoktuk mondani, hogy a Föld geoid alakú. Az alábbiak közül melyik helyes?

A. A geoid a Föld idealizált alakja: ha domborzat nélküli tökéletes, képlékeny gömb lenne, a forgása révén lapult Föld ilyen forgásellipszoid alakot venne fel.
B. A geoid a Föld tényleges alakja, a domborzati egyenetlenségeket is beleszámítva.
C. A geoid olyan alakzat, amelynek felülete minden pontban merőleges az ott felfüggesztett testet tartó fonálra.
D. A geoid olyan test, amelyet úgy kapunk, ha a lapult Földön a domborzat egyenetlenségeit minden szélességi kör mentén átlagoljuk.




Látható, hogy a geoidot a legtöbben a forgásellipszoiddal azonosították, és igen sokan gondolták azt is, hogy a föld tényleges alakjával azonos, a domborzatot is beleszámítva. Az ekvipotenciális felületre utaló választ a 215 tanulóból mindössze 10 jelölte meg. Pedig minden diák „tudja", hogy a Föld geoid alakú, kérdésre megbízhatóan ezt válaszolják. Mégsem értik, hogy mit jelent, hiába van leírva a tankönyvben gyakorlatilag helyesen. A geoid fogalmával a továbbiakban ezután nem foglalkoztam, csak a forgás miatti lapultság magyarázatával.

## 4.4 Az árapály, illetve a Föld forgása miatti alakváltozás tanítása

### 4.4.1 A dagálypúpok kialakulásának kvantitatív magyarázata

Fontos, hogy tanítványaink ne csak annyit halljanak fizikaórán, hogy az árapályt a Hold okozza, (és főleg ne a földrajzkönyvből ismert hibás magyarázatot még egyszer). Bár az árapály-jelenség kvantitatív tárgyalása egyetemi tananyag (lásd például [35], de fizikatanári szakon nem is kötelezően), a tanórai tapasztalatok, a földrajzkönyvek tartalma és a kérdőívek eredményei indítottak arra, hogy mégis a kvalitatív magyarázatnál mélyebb, a jó képességű középiskolások számára is befogadható mennyiségi tárgyalással kísérletezzem. Matematikából biztos alapokkal rendelkező emelt szintű csoportom számára kvantitatív becslést dolgoztam ki, amely bemutatja, hogyan vezet a Hold vonzásának a távolsággal való gyengülése a dagálypúpok létrejöttéhez. Mivel a tankönyvi illusztrációk (természetesen) eltúlzott méretű dagálypúpokat mutatnak, a kvantitatív tárgyalás így arra is alkalmas, hogy becslést kapjunk a dagálypúp magasságára.

Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a Földön nincsenek kontinensek, az egészet óceán borítja, amelynek felülete mindenhol merőleges a nehézségi erőre, azaz a forgás miatt felveszi az ekvipotenciális (forgási ellipszoid) alakot. Szintén az egyszerűség végett foglalkozzunk kizárólag a Hold által keltett árapállyal, a Nap hatásától tekintsünk el.

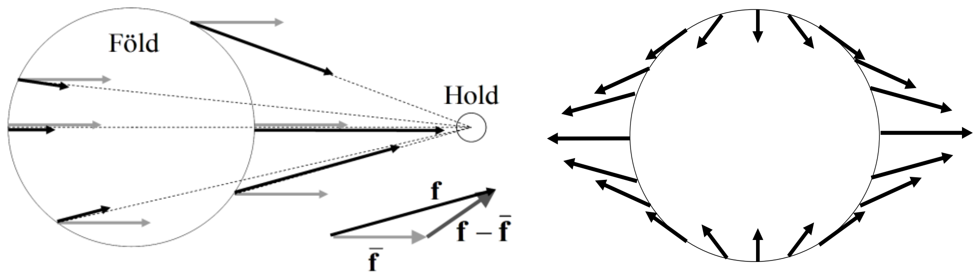
A feladatunk, hogy megmagyarázzuk, miért és milyen irányban lejt a vízfelszín a helyi „vízszintes" irányhoz (azaz a földi nehézségi erő ekvipotenciális felületéhez) képest.

A tisztázandó félreértések szempontjából fontos még kiemelnünk, hogy a dagálypúpok kialakulásának nincs köze a Föld tengelyforgásához, a púpok a földforgás miatti alakváltozásra rakódnak rá. (A Föld egyenlítői sugara 21 km-rel nagyobb a sarki sugaránál, az árapály okozta szintkülönbségek ennél nagyságrendekkel kisebbek.)

## EGY ÁTMENETI MEGOLDÁS

A deformáció mértékét is megadó kvantitatív tárgyalás – bár középiskolai matematikával is elvégezhető – általában nem fér bele a heti kétórás időkeretbe. Amennyiben nem kívánunk időt szánni a számolások elvégzésére és megemésztésére, ugyanez a gondolatmenet csak részben kvantitatív módon is keresztülvihető, az úgynevezett árkeltő erőt szemléltető vektorábrák segítségével:

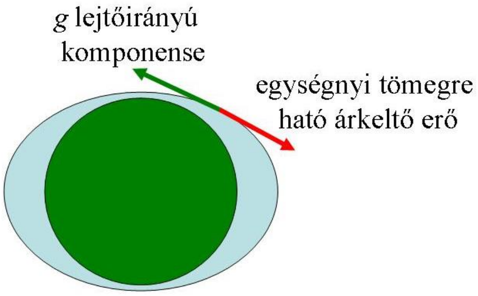
Az erők összetevőkre bontása mindennapos rutin a fizikaórán. A Hold által az adott helyen levő egységnyi tömegre kifejtett $\mathbf{f}$ gravitációs erő (azaz valójában a gravitációs térerősség) felírható két erő összegeként: egy átlagos $\bar{\mathbf{f}}$ erő (amely mindenütt ugyanaz, ezért nem okoz deformációt), valamint az átlagtól vett $\mathbf{f}-\bar{\mathbf{f}}$ eltérés, ez utóbbit nevezik általában árkeltő erőnek: 4.6 ábra (a Holdat aránytalanul közel mutatva).




**4.6 ábra. (a) A gravitációs erő összetevőkre bontása. (b) Az $\mathbf{f}-\bar{\mathbf{f}}$ árkeltő erő.**

Ha inerciarendszert használunk, akkor $\bar{\mathbf{f}}$ megegyezik azzal a centripetális erővel (a korábban leírtak alapján tengelyforgás most nem számít!), amely a Föld pontjainak különböző középpontok körüli azonos sugarú körpályákon való keringéséhez szükséges. (Ha pedig a Föld−Hold rendszer szögsebességével forgó rendszerekben gondolkoznánk, ahol a földfelszín egyensúlyban van, akkor minden pontban ugyanekkora − de ellentétes irányú − centrifugális erő hatna [36].)

A deformációért mindkét tárgyalásban $\mathbf{f} - \bar{\mathbf{f}}$ felelős. Olyan lejtésű vízfelszín alakul tehát ki, ahol ennek az árkeltő erőnek a tangenciális komponensét ellensúlyozza a Föld gravitációs erejének lejtőirányú, vagyis a vízfelszín irányába eső komponense: 4.7 ábra. (A normális komponense pedig a Föld nehézségi erejének normális komponensével plusz a folyadék belsejében ébredő erőkkel tart egyensúlyt.)



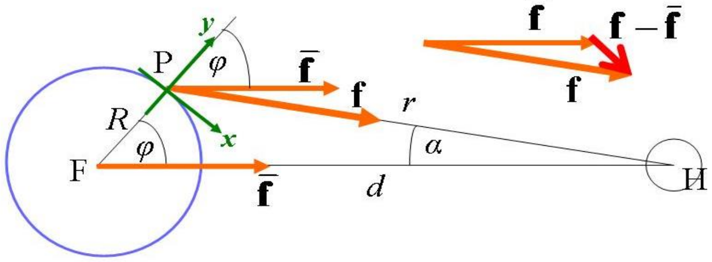

**4.7 ábra. Erők egyensúlya a lejtős vízfelszínen.**

## A DAGÁLYPÚP MAGASSÁGÁNAK BECSLÉSE

Mivel az itt ismertetendő becslés érettségi előtt álló emelt szintű csoport számára készült, épít a trigonometriai ismeretekre, és arra, hogy a fél szinuszhullám alatti terület 2-vel egyenlő. A leírás inerciarendszerben történik, de a fent leírtak miatt lényegében ugyanígy működik forgó vonatkoztatási rendszerben is, noha erre a lehetőségre a tárgyalás a továbbiakban nem tér ki.

Az árapály okozta szintkülönbség becsléséhez a teljes felületén óceánnal borított bolygó tengerfelszínének meredekségét határozzuk meg a Földet és a Holdat összekötő egyeneshez viszonyított helyzet függvényében, majd ebből következtetünk a dagálypúp nagyságára.

A 4.8 ábrán $R$ a Föld sugara, $d$ a Hold távolsága, $r$ a Föld–Hold tengelytől $\varphi$ szögtávolságra levő P pont távolsága a Holdtól. A közelítésekben fontos lesz, hogy $d \approx 60R$ miatt $R << d$, ezért a $d$ és $r$ által bezárt $\alpha$ szög kicsi. A becsléshez az $\mathbf{f} - \bar{\mathbf{f}}$ árkeltő erő tangenciális ($x$) komponensét számoljuk ki $\varphi$ függvényében a középiskolai matematikából ismert trigonometrikus és algebrai összefüggések, valamint a kis szög miatti közelítések segítségével.




**4.8 ábra. Az árkeltő erő.**

A hold által egységnyi tömegre gyakorolt átlagos vonzóerő nagysága

$$\left|\bar{\mathbf{f}}\right| = \frac{GM_{\mathrm{H}}}{d^2}.$$

A $\varphi$ helyen a tömegegységre ható $\mathbf{f}(\varphi)$ erő nagysága

$$|\mathbf{f}| = \frac{GM_{\mathrm{H}}}{r^2}.$$

Mivel csak nagyságrendi becslésre törekszünk, az egyszerűség kedvéért tekintsük a Földet gömb alakúnak. Ekkor $\mathbf{f}(\varphi)$ és $\bar{\mathbf{f}}$ különbségének tangenciális komponense

$$f_x - \bar{f}_x = \frac{GM_{\mathrm{H}}}{r^2}\sin(\varphi+\alpha) - \frac{GM_{\mathrm{H}}}{d^2}\sin\varphi.$$

Az FHP háromszögre felírt szinusztételből

$$\sin(\varphi+\alpha) = \frac{d}{r}\sin\varphi.$$

Behelyettesítve, a közös szorzótényező kiemelésével

$$f_x - \bar{f}_x = \frac{GM_{\mathrm{H}}}{r^2}\cdot\frac{d}{r}\sin\varphi - \frac{GM_{\mathrm{H}}}{d^2}\sin\varphi = GM_{\mathrm{H}}\sin\varphi\cdot d\cdot\left(\frac{1}{r^3}-\frac{1}{d^3}\right) \tag{1}$$

Hogy csak a $\varphi$ szögtől való függés maradjon, $r$-et ki kell küszöbölnünk az eredményből. Mivel $r \approx d$, a távolságokat tartalmazó kifejezésre a következő közelítést alkalmazhatjuk:

$$d\left(\frac{1}{r^3}-\frac{1}{d^3}\right) = \frac{d^3-r^3}{d^2r^3} = \frac{(d-r)(d^2+rd+r^2)}{d^2r^3} \approx \frac{(d-r)\cdot 3d^2}{d^5} = \frac{3(d-r)}{d^3} =$$

$$= \frac{3(d^2-r^2)}{d^3(d+r)} \approx \frac{3(d^2-r^2)}{d^3\cdot 2d} = \frac{3}{2d^2}\cdot\frac{d^2-r^2}{d^2} \tag{2}$$

Az (1) kifejezésbe visszahelyettesítve kapjuk, hogy

$$f_x - \bar{f}_x = \frac{3GM_H}{d^2}\cdot\sin\varphi\cdot\frac{d^2-r^2}{2d^2}. \tag{3}$$

Az FHP háromszögre felírt koszinusztételből

$$d^2 - r^2 = 2Rd\cos\varphi - R^2.$$

Behelyettesítve (3) utolsó tényezőjébe:

$$\frac{d^2-r^2}{2d^2} = \frac{2Rd\cos\varphi - R^2}{2d^2} = \frac{R}{d}\cos\varphi - \frac{1}{2}\left(\frac{R}{d}\right)^2.$$

Ezt (3)-ba visszaírva:

$$f_x - \bar{f}_x = \frac{3GM_H}{d^2}\cdot\sin\varphi\cdot\left(\frac{R}{d}\cos\varphi - \frac{1}{2}\left(\frac{R}{d}\right)^2\right) = \frac{3GM_H}{2d^2}\cdot\left(\frac{R}{d}\sin 2\varphi - \left(\frac{R}{d}\right)^2\sin\varphi\right). \tag{4}$$

A felszín meredekségének becsléséhez az eredményt a nehézségi gyorsulással kell összehasonlítani, érdemes tehát a felszíni $g$-vel kifejezni. Mivel csak becslésre törekszünk, a felszíni nehézségi gyorsulás helyfüggésétől eltekinthetünk, értékét pedig a gravitációs gyorsulással vehetjük azonosnak:

$$g = \frac{GM_F}{R^2} \quad ,$$

$$G = \frac{gR^2}{M_F} \, .$$

(4)-be behelyettesítve

$$f_x - \bar{f}_x = \frac{3}{2} g \frac{M_H}{M_F} \cdot \frac{R^2}{d^2} \cdot \left( \frac{R}{d} \sin 2\varphi - \left( \frac{R}{d} \right)^2 \sin \varphi \right),$$

vagyis a Hold tömegvonzásának inhomogenitása miatti erő tömegegységenként

$$f_x - \bar{f}_x = \frac{3}{2} \cdot \frac{M_H}{M_F} \cdot \left( \frac{R}{d} \right)^3 \cdot \left( \sin 2\varphi - \frac{R}{d} \sin \varphi \right) g \, . \tag{5}$$

Egyensúly esetén ezt az erőt ellensúlyozza a Föld gravitációs erejének lejtőirányú, vagyis a vízfelszín irányába eső komponense (4.7 ábra).

Mivel $\frac{M_H}{M_F} = 0{,}0123 \approx \frac{1}{81}$ és $\frac{R}{d} = 0{,}0166 \approx \frac{1}{60}$, a fenti kifejezésben

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{M_H}{M_F} \cdot \left( \frac{R}{d} \right)^3 = 8{,}4 \cdot 10^{-8} .$$

(5)-ben a zárójeles trigonometrikus kifejezés második tagja csak akkor nem hanyagolható el az első mellett, amikor $\sin 2\varphi$ értéke 0-hoz közeli, de $R \ll d$ miatt az értéke ilyenkor is kicsi. $g$ szorzótényezője tehát ott maximális, ahol $\sin 2\varphi = 1$, ekkor az értéke $8{,}4 \cdot 10^{-8}$.

Mivel a vízfelszín lejtésének szöge nagyon kicsi, a fizikaórán sokszor alkalmazott módon nem fogunk különbséget tenni a hajlásszög szinusza és tangense között. Ehhez a diákok már hozzászoktak. A kapott kifejezésben tehát $g$ szorzótényezője a lejtő meredekségének tekinthető. A legnagyobb meredekség $\varphi = 45°$-nál adódik, és kb. 8,4 cm emelkedésnek felel meg 1000 km távolságon.

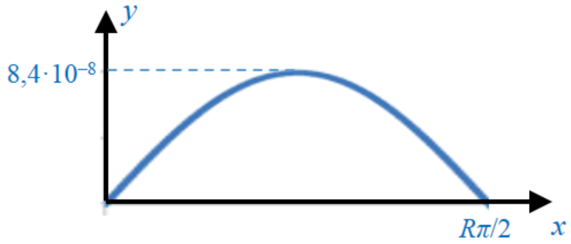
A meredekség egységnyi távolságon való emelkedést jelent. Az alacsonytól magas vízig terjedő teljes szintkülönbséget megkapjuk, ha az egységnyi távolságokra vonatkozó

$$8.4 \cdot 10^{-8} \cdot \sin 2\varphi = 8.4 \cdot 10^{-8} \cdot \sin \frac{2x}{R}$$

emelkedéseket összegezzük miközben $\varphi$ értéke 0 és derékszög között változik, az ennek megfelelő $x$ távolság pedig negyedkör. Az összegzett szintemelkedés megfelel az

$$y = 8{,}4 \cdot 10^{-8} \cdot \sin 2\frac{x}{R}$$

függvény grafikonja (4.9 ábra) alatti területnek $x = 0$-tól $x = R\pi/2$-ig. A terület kiszámításához elég annyit tudnunk (elárulnunk), hogy a szinuszgörbe alatti terület 0-tól $\pi$-ig 2, a kiszámítandó terület ennek $8{,}4 \cdot 10^{-8} \cdot R/2$-szerese.




**4.9 ábra. A meredekség a hely függvényében**

(A trigonometrikus kifejezés második tagjának elhanyagolásával nem követtünk el hibát, hiszen csak a szinuszgörbe két lába közelében ad csekélyke járulékot.) A Föld közepes sugarával számolva a becsült szintkülönbség így

$$2\cdot\frac{R}{2}\cdot 8{,}4\cdot 10^{-8}=6370\cdot 10^{3}\cdot 8{,}4\cdot 10^{-8}=\mathbf{0{,}54\,m}\,.$$

A becslés eredményül kapott fél méter körüli érték természetesen a hipotetikus, egész Földet beborító óceán szintváltozásaira vonatkozik. Az adott partszakaszon ténylegesen megfigyelhető dagálymagasság ennél bonyolultabb, sok tényezőtől függ. Számít a partvonal topográfiája (a tengerfenék meredeksége, öblök, torkolatok, stb.), a kontinensekről visszaverődő dagályhullámok (állóhullámok jönnek létre a tengermedencékben), a Hold pályasíkjához viszonyított helyzet, valamint a Nap hatása is.

## TANÍTÁSI TAPASZTALATOK

A becsléssel eltöltött óra után (hónapokkal is) a tanulók jó válaszokat adtak a kérdőív kérdéseihez hasonló (szóban feltett) kérdésekre. A kvantitatív tárgyalás segítségével sikerült felülírni a korábbi hibás magyarázat alapján rögzült téves elképzeléseket. A számolás végigvitele matematikailag a legtöbb tanuló számára megterhelő volt ugyan, de – talán épp a komolyabb erőfeszítés miatt − eredményesebbnek bizonyult a csupán vektorábrákat használó „félig kvantitatív" megközelítésnél. Noha az utóbbi sem volt hatástalan, azok a tanulók kevésbé emlékeztek arra, hogy az egész okoskodás kiindulópontja a gravitációs erőnek a távolsággal való gyengülése volt. Ráadásul valószínűleg jobban tettem volna, ha kerülöm az „árkeltő erő" elnevezést, hiszen volt, aki csak arra emlékezett, hogy megtanultuk: nem a centrifugális erő okozza a túloldali púpot, hanem az árkeltő erő, de hogy mi fán terem az árkeltő erő, azt már a következő órán sem tudta felidézni.

Mivel mindkét módszert csak egyszer volt alkalmam kipróbálni, így tapasztalataim egyelőre csak kisszámú tanuló megfigyelésére támaszkodnak.

**Megjegyzés:** Gravitációs térerősség helyett potenciál alkalmazásával is hasonló eredményre juthatunk: [35]. A potenciál azonban a általában túl absztrakt fogalom a középiskolások számára.

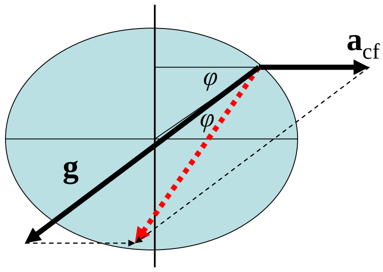
### 4.4.2 A Föld lapultságának becslése

A dagálypúp méretének becsléséhez hasonló gondolatmenettel a forgás miatti vízfelszín-lejtésből a forgó Föld lapultságára (a Föld-ellipszoid sarki és egyenlítői sugara közti különbségre) is nagyságrendi becslést alkottam. Az analóg gondolatmenet miatt időtakarékosság szempontjából előnyös, ha a becslés alapgondolatával már a másik becslés kapcsán megismerkedtek a tanulók.

**Megjegyzés:** Érdemes újra hangsúlyozni, hogy az ellipszoid legnagyobb és legkisebb sugara közti 21 km eltérés sokszorosan nagyobb, mint bármilyen apály-dagály különbség. Így az árapály okozta szintváltozás a lapult földhöz képest értendő.

A számoláshoz válasszunk most forgó vonatkoztatási rendszert. A becsléshez $g$ ismert értékén kívül csak a közepes földsugárra és a forgási periódusra van szükség.

Ezúttal az árkeltő erő helyett a vízfelszín adott pontján ható centrifugális erőt kell $g$-vel összehasonlítani. A vízfelszín lejtése most úgy áll be, hogy a felszín merőleges legyen a centrifugális erő és a gravitációs erő eredőjére (4.10 ábra), vagyis a centrifugális erő tangenciális komponense Föld gravitációs erejének lejtőirányú komponensével legyen egyensúlyban.




**4.10 ábra. A gravitációs és a centrifugális gyorsulás**

Alkalmazzuk ismét azt a leegyszerűsítő feltevést, hogy a Földet vastag vízréteg borítja, amely könnyedén felveszi az ekvipotenciális alakot. A valóság természetesen most is bonyolultabb, hiszen az óceán mélysége messze nincs 21 km. Az sem baj, hogy $g$ értékébe a centrifugális erő már bele van számítva, hiszen csak nagyságrendi összehasonlításra törekszünk, az ezreléknyi eltérés nem számít.

A Föld forgásának szögsebessége $\Omega = 7{,}3\cdot 10^{-5}$/s, a forgó Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben $\varphi$ földrajzi szélességen a centrifugális gyorsulás $a_{cf} = R\cos\varphi\cdot\Omega^2$.

Mivel a Föld igen kevéssé tér el a gömb alaktól, ennek tangenciális komponense

$$a_{cf,x} = R\cos\varphi\cdot\Omega^2\cdot\sin\varphi = \frac{R}{2}\Omega^2\cdot\sin 2\varphi .$$

Durva becslésként mindenütt a 6370 km-es átlagos földsugárral számolva sin $2\varphi$ szorzótényezője

$$\frac{R}{2}\Omega^2 = 0{,}017\,\mathrm{ms}^{-2} = 1{,}7\cdot 10^{-3}\,g .$$

A felszín meredeksége $\varphi$ szélességen tehát $1.7\cdot10^{-3}\cdot\sin2\varphi$. (Maximális értékét 45° körül veszi fel.) Így az Egyenlítőtől a sarkig összegzett szintkülönbséget az előző becsléssel azonos módon, görbe alatti területként kapjuk: Ezúttal az

$$y = 1{,}7\cdot10^{-3}\sin\frac{2x}{R}$$

grafikon alatti területet kell meghatároznunk $x$ = 0-tól $x=\dfrac{R\pi}{2}$-ig.

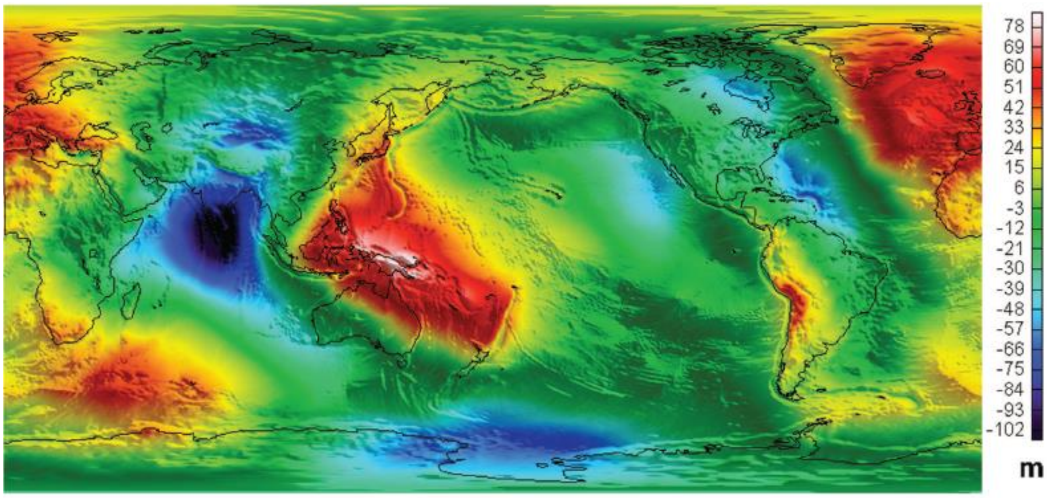
Mivel az $y$ = sin $x$ grafikon alatti terület 0-tól $\pi$-ig 2, a becsült szintkülönbség

$$2\cdot\frac{R}{2}\cdot1{,}7\cdot10^{-3} = (6370\cdot10^{3}\,\mathrm{m})\cdot1{,}7\cdot10^{-3} = \mathbf{11\,km}\,.$$

A legnagyobb és legkisebb sugár közti valóságos eltérés 21 km, a 11 km-es eredmény nagyságrendileg helyes, és a durva leegyszerűsítés miatt nem is vártunk jobbat.

A forgó vonatkoztatási rendszer nem szükséges választás, de a földrajz-követelményrendszer ismeretében érdemes fizikaórán sem mellőzni a gyorsuló vonatkoztatási rendszereket. Sőt, ha hajlandóak vagyunk valamelyest több időt rászánni, e jelenség kapcsán könnyű szemléltetni, hogy szinte sorról sorra ugyanaz a számolás adódik, ha inerciarendszerből tekintünk a forgó Földre.

**Megjegyzés:** Az ellipszoid létrejöttének tárgyalása után tanulságos megbeszélni, hogy a geoidnak az ellipszoidtól való eltérése mindenütt kevesebb, mint 110 méter, ami a 21 km-hez képest csekély. A 4.11 ábra szép színes térképe jól érzékelteti az eltérést: a piros a kiemelkedés, a kék a behorpadás.




**4.11 ábra. A geoid eltérése az ellipszoidtól [37]**

# 5.

# A Golf-áramlat lejtése [S2], [S3], [S7]

[A tudomány] feladatát megoldotta, mihelyt a természeti tüneményeknek egyszerű erőkre való visszavezetését elvégezte, és bebizonyította, hogy ez az egyedül lehetséges mód, amely a tüneményekre alkalmazható.
(*Hermann von Helmholtz*)

## 5.1 Problémafelvetés: van, amikor sokat számít a vonatkoztatási rendszer

A 4. fejezetben tárgyalt vízfelszín-lejtések becsléséhez matematikailag lényegében ugyanolyan lépésekre van szükség, akár inerciarendszerből, akár forgó vonatkoztatási rendszerből tekintünk a jelenségre. Az árapálynál inerciarendszert választottunk, míg a lapultságnál forgó vonatkoztatási rendszert, és abból indultunk ki, hogy a vízfelszín a forgó rendszerhez képest nyugalomban van, így tehetetlenségi erőként csak a centrifugális erőt kellett számításba vennünk.

Amikor a forgó rendszerben történő leírásban a Coriolis-erő is megjelenik, a leírás inerciarendszerbe való átültetése körülményesebb, de mégis tanulságos. Jól szemlélteti ugyanis, hogy bár az eredmény nem függhet a vonatkoztatási rendszer megválasztásától, a leírást lényegesen megkönnyítheti a problémához jól illeszkedő vonatkoztatási rendszer választása.

## 5.2 Tengeráramlások a földrajzkönyvekben

A forgó Földön a légköri áramlásokhoz hasonlóan a tengeráramlások létrejöttében is szerepet játszik a Coriolis-erő. Ezt a földrajztankönyvek általában csak tömören említik. Az alábbi (1),(2) könyvek azonban elmondják azt is, hogy a tengeráramlásokat a szél hozza létre, említik a hőmérséklet és a sótartalom szerepét, és utalnak a tengermedencékben létrejövő áramlási körökre is.

A tengeráramlások a világtenger tartós, egyirányú, nagy területekre kiterjedő mozgásai, amelyek a felső pár száz méteres vízrétegben mennek végbe. Az áramlások mozgatói a tartósan fújó egyirányú szelek (Az ÉK-i és DK-i passzát, a nyugatias szelek az ÉK-i és DK-i sarki szelek). A tengeráramlások kialakulását és irányát a szeleken kívül a víz hőmérsékleti és sótartalombeli különbségei, a kontinensek elhelyezkedése, az eltérítő hatás (Coriolis-erő) és a súrlódási erő is befolyásolja.

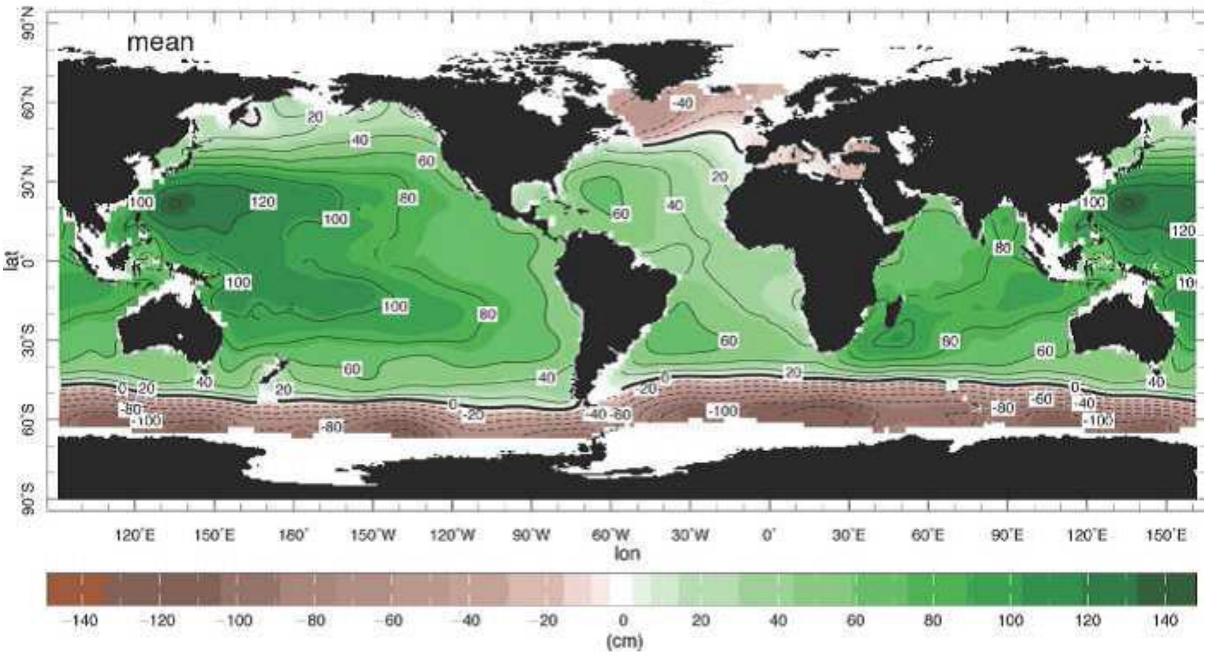
... a kontinensek eltérő elhelyezkedése [miatt] az északi félgömbön az Atlanti- és a Csendes-óceánban két egymásba kapcsolódó rendszer alakult ki, míg a déli félgömbön csak egy, és a második áramlási kör helyett az egész Földet körbefutó tengeráramlás alakult ki. ①

A tengeráramlások a tengervíz felső rétegének tartósan egyirányú mozgását jelentik. Kialakulásuk legfőbb oka az egyes éghajlati övezetek szélrendszere – a passzát, a nyugati és a sarki szelek. Befolyásolja még ... a tengervíz sűrűsége (hőmérséklet, sótartalom), az eltérítő erő (Coriolis-erő) és a kontinensek elhelyezkedése.
A három szélrendszer mozgatta áramlásrendszer fogaskerék-szerűen kapcsolódik egymáshoz. Az Egyenlítő felől a sarkok felé tartó áramlások meleg vizet szállítanak, a sarkoktól az Egyenlítő felé tartók pedig hideg víztömegeket. A tengeráramlások az északi félgömbön a mérsékelt övezetben a kontinensek nyugati parvidékét fűtik, a keletit hűtik. A déli félgömbön fordított a helyzet. ②

Részletes magyarázatot − érthető módon − nem adnak, és nem is várható, hogy a tengeráramlásokra jutó pár bekezdésnyi terjedelemben a diák egy ennyire összetett jelenségkörre kielégítő magyarázatot kapjon. Inkább csak meg kell jegyeznie, hogy a felsorolt hatások együttesen a megfigyelt áramlási rendszerek létrejöttéhez vezetnek.

## 5.3 A Golf-áramlat lejtésének becslése

A tengeráramlásokról azonban a tanulók nemcsak földrajzórán hallottak. Társadalmi érdeklődés övezi őket, hiszen a Golf-áramlattal még a tömegmédia is foglalkozik a klímaváltozással összefüggő találgatások kapcsán. Így az áramlásokkal kapcsolatos kérdéseket a tanulók is érdekesnek találják. Fantáziájukat általában megragadja, hogy a tengeráramlások is a vízfelszín lejtésével járnak együtt: [38]. Érthető módon a földrajzkönyvek erről nem szólnak, bár a geoid fogalmát el is magyarázó középiskolás tankönyv megemlítette, hogy a geoid „felszíne egybeesik a közepes tengerszinttel”. Ebből már sejthető, hogy a tengerfelszín alakja majdnem azonos a geoid alakkal, de csak majdnem. A földrajzból tanultak megértését is segítheti tehát az 5.1 ábra bemutatása, amely a tengerfelszínnek a geoidtól való eltérését mutatja.

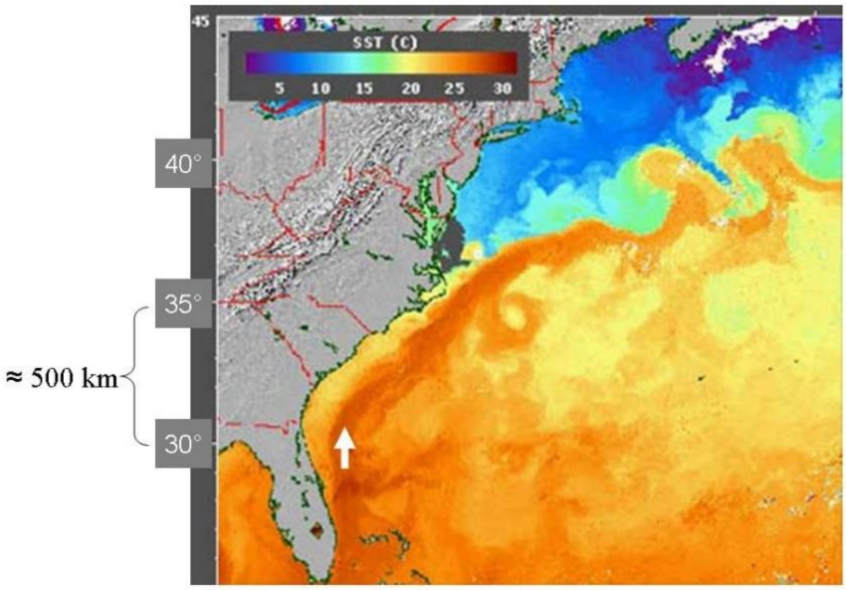



**5.1 ábra. A szabad tengerfelszín 10 évre átlagolt eltérése a geoid alaktól [30]**

(Látható rajta az is, hogy az eltérés mindenhol kevesebb, mint másfél méter.) Eltérést figyelhetünk meg a geoidtól azokon a helyeken, ahol erős tengeráramlások folynak: például a kontinensek keleti partjainak közelében. A szintkülönbség ugyan csekély (kisebb, mint amekkorát a hullámzások okoznak), de műholdas mérésekkel kimutatható.

Bár a jelenség szintén egyetemi tananyag (lásd például [30],[38]), ugyancsak elmagyarázható középiskolai ismeretekre építve, egyúttal pedig a szintkülönbséget is megbecsülhetjük.

Mivel a Golf-áramlatot ismeri mindenki a legjobban, a becslést kézzel foghatóvá teendő tekintsük a Golf-áramlat példáját. Az 5.2 ábra hamisszínes felvételén a színek a tengervíz hőmérsékletét jelenítik meg. A Golf-áramlat a széles sötét (narancsszínű) sáv Amerika partjai mellett. Mivel a földgömbön 1 hosszúsági fok kb. 110 km távolságnak felel meg, a képről leolvasva az áramlat szélességét 100 km-nek vehetjük. Nagyságrendi következtetésekhez ez megfelel, pontosabb becslésnek pedig nincs értelme, hiszen az áramlatnak nincs éles széle.




**5.2 ábra. Hamisszínes felvétel a tengervíz hőmérsékletéről (http://oceanmotion.org/images/gatheringdata/modern-gulf-sst.jpg).**

A vízfelszín-lejtés becsléséhez tekintsük a képen fehér nyíllal megjelölt területet, ahol Florida partjai előtt észak felé áramlik a tenger. Itt a földrajzi szélesség $\varphi$ = 30º, az áramlás $v$ sebessége pedig m/s nagyságrendű. Az alábbiakban kétféleképpen is megbecsüljük az áramlással járó vízfelszín lejtést.

## 5.3.1 Becslés tehetetlenségi erők felhasználásával

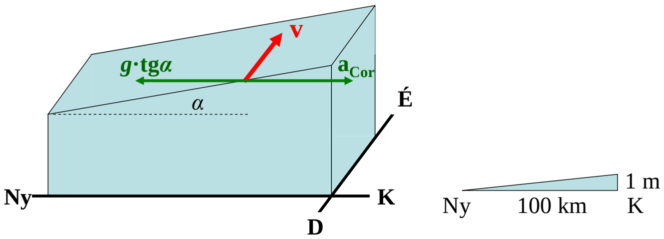
Használjuk azt a forgó vonatkoztatási rendszert, amelynek tengelye a függőleges, és szögsebessége az 1. fejezetben kiszámított $\omega = \Omega\cdot\sin\varphi$ helyi szögsebesség. Mivel a sebességvektor most északra mutat, a Coriolis-gyorsulás kelet felé irányul és nagysága

$$a_{\mathrm{Cor}} = 2\omega\cdot v = 2\Omega\sin\varphi\cdot v$$

Az általunk vizsgált vízrészecskék gyorsulás nélkül mozognak észak felé. Az egyensúly azáltal maradhat fenn, hogy a vízfelszín kelet felé emelkedik, és a (kelet felé ható) Coriolis-erő tangenciális komponense a nehézségi erő lejtőirányú komponensével egyenlő (5.3 ábra):

$$a_{\mathrm{Cor}}\cdot\cos\alpha = g\cdot\sin\alpha$$

$$a_{\mathrm{Cor}} = g\cdot\mathrm{tg}\,\alpha$$




**5.3 ábra. Gyorsuláskomponensek a lejtős vízfelszínen**

Egyensúlyban a meredekség tehát

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{2\Omega \sin\varphi \cdot v}{g} = \frac{2 \cdot 7{,}3 \times 10^{-5} \cdot \sin 30° \cdot 1}{10} = 7{,}3 \times 10^{-6} \approx 10^{-5}$$

azaz a szintemelkedés nyugatról kelet felé 100 km vízszintes távolságon (az áramlat teljes szélességén) kb. 1 méter. Az eredmény megfelel a valóságnak.

## 5.3.2 Becslés tehetetlenségi erők felhasználása nélkül

Míg az eddigi becsléseket tehetetlenségi rendszerben nagyjából ugyanúgy lehetett végrehajtani, mint forgó vonatkoztatási rendszerben, kicsit nehezebb dolgunk van, ha nem kívánunk tehetetlenségi erőkre hivatkozni, és a Golf-áramlat okozta lejtést akarjuk Coriolis-erő nélkül megbecsülni.

Az inerciarendszerben ugyanis a víz sebessége nem állandó, ezért inerciarendszerben az áramlat lejtését a laboratóriumi asztalon gyorsulva mozgatott kád ismert példájához hasonlóan határozhatjuk meg, ha kiszámítjuk a vízfelszín egy pontjának gyorsulását az inerciarendszerhez képest.

Egy vízrészecske sebességvektora a földfelszín **u** kerületisebesség-vektorából és a felszínhez viszonyított áramlási sebesség **v** vektorából áll össze. Ahogyan kicsiny $\Delta t$ idő alatt a Föld $\Omega\Delta t$ szöggel elfordul, mindkét vektorkomponens változik: tekintsük őket külön-külön.

A **v** relatív sebességet (5.4 ábra, baloldalt) bontsuk forgástengely-irányú és arra merőleges összetevőkre. Csak az utóbbi (**v'**) változik, mivel iránya változik, a változás nyugati irányú. (Kiemelve: 5.4 ábra fent középen.) Mivel

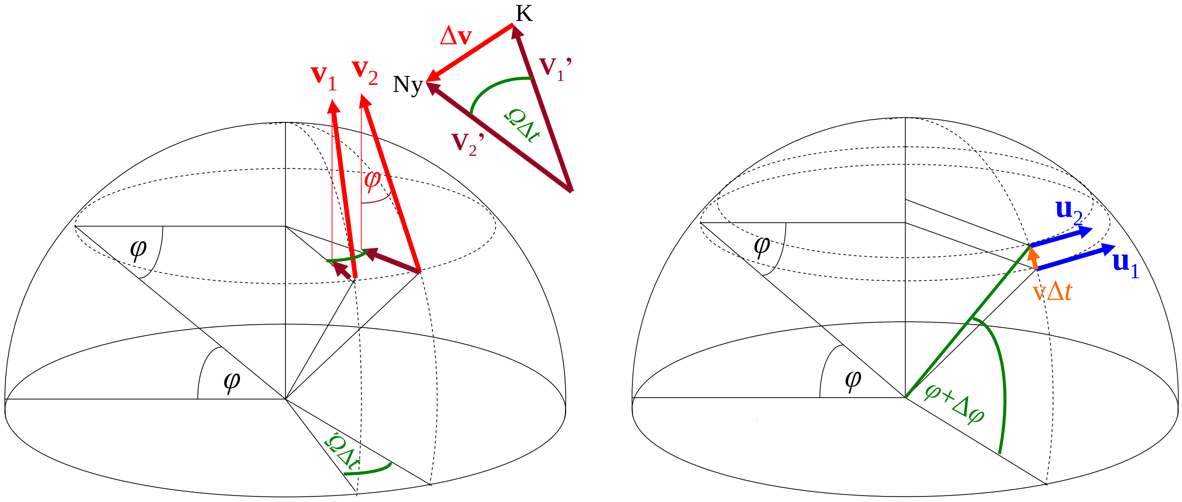
$$|\mathbf{v}_1'| = |\mathbf{v}_2'| = v \sin\varphi,$$

és a sebességváltozás nagysága

$$|\Delta\mathbf{v}| = v \sin\varphi \cdot \Omega\Delta t$$

A **v** változásából adódó gyorsuláskomponens tehát

$$a_{\mathrm{A}} = v\Omega \sin\varphi .$$




**5.4 ábra. Egy vízrészecske sebességvektorának megváltozása**

Az **u** kerületi sebesség (5.4 ábra jobboldalt) keletre mutat és nagysága észak felé haladva csökken:

$$|\mathbf{u}_1| = R\cos\varphi \cdot \Omega, \qquad |\mathbf{u}_2| = R\cos(\varphi + \Delta\varphi) \cdot \Omega .$$

A változás tehát szintén nyugati irányú: Kiszámításához trigonometrikus azonosságot és kis Δφ szögváltozásra vonatkozó közelítéseket használhatunk.

$$|\Delta\mathbf{u}| = R\Omega \cdot (\cos\varphi - \cos(\varphi + \Delta\varphi)) = R\Omega \cdot 2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}\sin\left(\varphi + \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \approx$$

$$\approx R\Omega \cdot \Delta\varphi \cdot \sin\varphi = R\Omega \cdot \frac{v\Delta t}{R} \cdot \sin\varphi = v\Omega\sin\varphi \cdot \Delta t$$

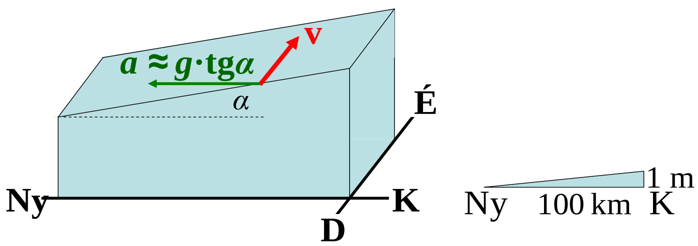
Az **u** változásából adódó gyorsuláskomponens tehát

$$a_{\mathrm{B}} = v\Omega\sin\varphi .$$

A két gyorsuláskomponens $a_A = v\Omega\sin\varphi$ nyugat felé és $a_B = v\Omega\sin\varphi$ szintén nyugat felé. Ezeket összeadva kapjuk a vízrészecske eredő gyorsulását az inerciarendszerhez képest:

$$a = v\Omega\sin\varphi + v\Omega\sin\varphi = 2v\Omega\sin\varphi .$$

Az eredő gyorsulás iránya nyugat felé mutat. Ezt a gyorsulást az asztalon gyorsulva mozgatott kádhoz hasonlóan a felszín lejtése teszi lehetővé (5.5 ábra).




**5.5. ábra. A *v* sebességgel mozgó folyadékelem és gyorsulása.**

Mivel a lejtő kényszererejének vízszintes komponense gyorsít, míg a függőleges komponens a nehézségi erőt ellensúlyozza, a a felszín meredekségét úgy kapjuk, ha a gyorsulás értékét *g*-vel osztjuk:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{a}{g} = \frac{2\Omega \sin\varphi \cdot v}{g} = \frac{2 \cdot 7{,}3 \times 10^{-5} \cdot \sin 30° \cdot 1}{10} = 7{,}3 \times 10^{-6} \approx 10^{-5}$$

A forgó rendszerben kiszámoltakkal azonos eredményt kaptunk. Vegyük észre, hogy a $2v\Omega\sin\varphi$ gyorsulás számértékében megegyezik a vízszintes Coriolis-gyorsulással, hiszen $\Omega\sin\varphi$ nem más, mint a földforgás helyi szögsebessége $\varphi$ földrajzi szélességen. Forgó rendszerben ennyivel egyszerűbb volt a számolás.

Az áramlat lejtésére adott kétféle becslés segítségével bemutattam, hogy inerciarendszerben több számolással ugyan, de mégis ugyanazt az eredményt kapjuk, mint a forgó Földhöz rögzített rendszerben. Ezzel szemléltettem a problémához jól illeszkedő vonatkoztatási rendszer választásának jelentőségét.

# 6.

# A hőerőgép-körfolyamatok gyakorlati alkalmazása [S4]

> … mintha gőzgépet ajándékoztam volna neki, melynek kazánját borszesz lámpa fűti, […] Naponta felfedezett az ő szemében tökéletesen szépnek látszó valamit, az új játékszer kimeríthetetlen lehetőségeket kínált.
>
> (*Aldous Huxley*)

## 6.1 Problémafelvetés: hiányzó kísérleti szemléltetés

A relatív páratartalom fogalma a fizika és a földrajz tananyagában is megjelenik. A fizika tanterve a levegő relatív nedvességtartalmát befolyásoló tényezőknek, valamint a csapadékképződés okainak csupán kvalitatív ismeretét írja elő, a földrajzé ugyanakkor a levegő nedvességtartalmához és a csapadékképződéshez kapcsolódó számítási feladatokat is megkövetel. (Ezek a számítási feladatok táblázat vagy grafikon formájában megadják, hogy a hőmérséklet függvényében hány g/m$^3$ felel meg 100%-os páratartalomnak. Fejből kell tudni továbbá, hogy 100 m magasságonként mennyi a hőmérsékletcsökkenés száraz, illetve nedves levegőben.) A következő feladat egy földrajz érettségire felkészítő kiadvány mintafeladata a mintamegoldással:

**Feladat:** A hegy a szél felőli oldalon felemelkedésre kényszeríti a légtömeget. Az emelkedés 2200 m tengerszint feletti magasságból indul meg, a levegő 5°C-os, tényleges vízgőztartalma 5 g/m$^3$.
(a) Hány méter magasságban indul meg a felhőképződés.
(b) Miért változik meg ekkor a levegő hőmérsékletének csökkenése?
(c) Hány °C-os a levegő 4700 m magasságban?
(d) Mennyi a levegő relatív páratartalma 2200 m magasságban a hegyen való áthaladás előtt és utána a főnös oldalon?

*A számításhoz szükséges adatok:*

| **A levegő legnagyobb vízgőztartalma** | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| °C | −25 | −15 | −10 | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 40 |
| g/m$^3$ | 0,7 | 1,5 | 2 | 5 | 7 | 9 | 13 | 17 | 23 | 30 | 52 |

**Megoldás:** (a) A levegőnek 0°C-ra kell lehűlnie, hogy telítetté váljon. Az emelkedő levegő hőmérséklete a harmatpont eléréséig 100 m-enként 1°C-kal csökken. Az 5°C csökkenés 500 m emelkedés során következik be.
2200 m + 500 m = 2700 m magasságban éri el a harmatpontját.
A felhőképződés 2700 m magasság fölött indul meg.
(b) Az emelkedő levegő hőmérséklete a harmatpont eléréséig 100 m-enként 1°C-kal csökken. Ha a harmatpont elérése után is emelkedik a levegő, akkor hőmérséklete 100 m-enként 0,5°C-kal csökken. A kicsapódáskor felszabaduló hő ugyanis mérsékli a további lehűlést.
(c) A harmatpont elérése után a levegő hőmérséklete 100 m-enként 0,5°C-kal csökken. 2000 m emelkedés során a hőmérsékletcsökkenés 10°C, a levegő tehát −10°C-ra hűl.
(d) A hegyen való áthaladás előtt a viszonylagos vízgőztartalom

$$\frac{\text{tényleges vízgőztartalom}}{\text{legnagyobb vízgőztartalom}} \cdot 100\% =$$

= (5 g/m$^3$:7 g/m$^3$)×100% = 71,42%.

A leszálló levegő hőmérséklete 100 m-enként 1°C-kal nő: 2500 m során 25°C-kal.
2200 m magasságban a levegő hőmérséklete 15°C.
A hegycsúcson a −10°C-os levegő maximális vízgőztartalma 2 g/m$^3$. Ezzel a vízgőzmennyiséggel rendelkezik 15°C-on a levegő.
A levegő vízgőztartalma a másik oldalon 2200 m magasságban (2 g/m$^3$:13 g/m$^3$)×100% = 15,38%.

A feladat meglehetősen összetett, de mivel a tankönyvekben és az érettségi vizsgákon is minden feladat ugyanilyen, aki egyet mechanikusan megtanult megoldani, az mindet tudja.

A tantárgyak közötti együttműködés hiányára Szeidemann Ákos [10] is felhívja a figyelmet. Kitérve a száraz és nedves adiabatikus gradiens fogalmára, ismertet egy a fentihez igen hasonló feladatot, amelyet fizikaversenyen tűzött ki. Ami tehát fizikából versenyfeladat, az földrajzból rutinfeladat, mivel a diákok anélkül oldják meg, hogy a legcsekélyebb mértékben tisztában lennének akár az adiabatikus változás mibenlétével, akár azzal, hogy miért tekinthető adiabatikusnak.

A mindenki által ismert szomjas kacsa nevű játék működésének magyarázata alkalmat ad a páratartalom fogalomkörének tárgyalására és kvalitatív kísérleti szemléltetésére, de ennél többre is alkalmas.

A kacsa a madár teste és vizet párologtató feje között létrejövő hőmérsékletkülönbség hatására jön mozgásba, tehát hőerőgép. A fizika tantervi követelménye, hogy a tanuló legyen tisztában a hőerőgépek hatásfokának fogalmával és korlátaival. Míg azonban számos jól bevált kísérlet létezik annak a ténynek a bemutatására, hogy a különböző hőmérsékletű testek közötti hőcsere munkavégzésre használható, a hatásfok tárgyalása a tankönyvekben és a fizikaórán egyaránt megmarad elméleti szinten. Mivel a kacsa teste és feje közötti hőmérsékletkülönbség a levegő páratartalmától és a környezet hőmérsékletétől függ, a különböző hőmérsékletkülönbségek esetén mért teljesítmények összehasonlítása kvantitatív következtetések levonását teszi lehetővé.

## 6.2 A légkör nedvességtartalma és a csapadékképződés a földrajzkönyvekben

Mivel a háttérben levő fizikai folyamatokat a légnedvesség földrajzórai tárgyalásakor a diákok még nem tanulták, a földrajzkönyvek igen rövid magyarázatait csak nagyjából értik meg. Az alább idézett könyvekben: (1),(2,)(3),(4) a megértési nehézségek forrása elsősorban a levegő telítettségének és a harmatpontnak az értelmezése.

A harmatpont definíciójában „adott/bizonyos hőmérséklet” szerepel, majd kimondják, hogy ez a hőmérséklet a harmatpont. Ami a harmatpont esetében „adott”, az valójában az abszolút páratartalom: az adott abszolút páratartalomhoz tartozik egy hőmérséklet, a harmatpont.

Minél magasabb a levegő hőmérséklete, annál több vízgőzt képes befogadni. Ha egy adott hőmérsékleten már nem képes több vízgőz felvételére, telítetté válik. Ezt a hőmérsékletet harmatpontnak nevezzük. ①

A levegőben azonban nem lehet korlátlan mennyiségű vízgőz.
... Telítettségét akkor éri el, amikor éppen annyi vízgőz van 1 köbméterében, amennyit az adott hőmérsékleten be tud fogadni. Ha tovább nő a levegő vízgőz-tartalma, megkezdődik a kicsapódás, harmat keletkezik. Ezért ezt a hőmérsékletet harmatpontnak nevezik. ②

Minél magasabb ugyanis a levegő hőmérséklete, annál több vízgőzt (gáz halmazállapotú vizet) tartalmazhat. A telítettségi görbéről leolvashatjuk, hogy bizonyos léghőmérséklet mellett a levegő mennyi vízgőzt képes befogadni (például 10°C-on 9,4 g/m$^3$-t). Ezt a hőmérsékletet telítettségi hőmérsékletnek vagy harmatpontnak nevezzük. ③

Minél magasabb a levegő hőmérséklete, annál több vízgőz befogadására képes. Ha éppen annyi párát tartalmaz, amennyit az adott hőmérsékleten befogadhat, akkor telített. Azt a hőmérsékletet, amelyen a levegő telítetté válik, harmatpontnak nevezzük. ④

A relatív páratartalmat százalékban szokás megadni, ahol a telített levegő abszolút páratartalma jelenti a 100%-ot. A diákok tudják földrajzból, hogy a telített levegő nedvességtartalma gyorsan növekszik a hőmérséklettel. Ha megkérdezzük őket, hogy miért, általában azt a választ kapjuk, hogy „mert a meleg levegő több vízpárát tud befogadni.” Ez áll az alábbi földrajzkönyvekben is: (1),(2),(3),(4), ráerősítve a „telítettség” hibás, túlságosan szó szerint való értelmezésére.

Minél magasabb a levegő hőmérséklete, annál több vízgőzt képes befogadni. ①

Minél magasabb a levegő hőmérséklete, annál több vízgőzt tud befogadni. ②

Minél magasabb ugyanis a levegő hőmérséklete, annál több vízgőzt tartalmazhat, fogadhat be. Minden hőmérsékleti értékhez megadható az a vízgőzmennyiség, amely még gázhalmazállapotban "elfér" benne. ③

Minél magasabb a hőmérséklet, annál több vízgőz lehet jelen a levegőben. [...] 1m$^3$ levegőben mennyi az a maximális vízgőzmennyiség, amit magában tud tartani. Ez a telítettségi érték. (Előfordulhat, hogy a telítettségi értéknél több vízgőz van a levegőben, ekkor túltelítettségről beszélünk.) ④

Hiába hűlne le a levegő a harmatpont alá, nem keletkeznének felhők, ha nem lennének benne parányi szilárd részecskék. ⑤

A felhő- és csapadékképződés feltétele, hogy a levegő telítetté váljon. ... a levegő lehűlése nyomán indul meg.
[…]
lehűlés közben eléri a harmatpontját, és a felesleges vízpára apró (0,01 mm-nél is kisebb) vízcseppek formájában kicsapódik a levegőben levő szilárd részecskékre, pl. sókristályokra, por- és koromszemcsékre. ⑥

Ha a „több vízpárát tud befogadni” megfogalmazás csak költői kifejezése annak a ténynek, hogy az egyensúlyi gőznyomás nő a hőmérséklettel, akkor természetesen elfogadható. Csakhogy, sajnos, sokan komolyan gondolják ezt a „befogadást”. Rákérdezve kiderül, úgy képzelik el – ahogyan a fenti (3) is sugallja – hogy a meleg levegő kitágul, több hely lesz a levegőmolekulák között, ezért több vízmolekula befér közéjük. E magyarázat tarthatatlansága abból is látszik, hogy például tömény sóoldat feletti térben kisebb a víz egyensúlyi gőznyomása, mint tiszta víz felett. Ha arról lenne szó, hogy a levegőmolekulák engedik be maguk közé a vízmolekulákat, akkor azt kellene gondolnunk, hogy valamilyen módon a levegőmolekulák meg tudják különböztetni a sóoldatból érkező vízmolekulákat, és nem fogadják be őket. (Részletesebben: [39] .)

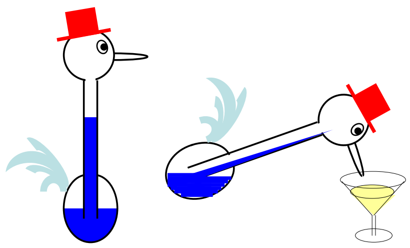
A „telítettségi” helyett kevesebb megértési nehézséghez vezetne az „egyensúlyi” gőznyomás kifejezés használata. Helyesen tükrözné, hogy a dinamikus egyensúly akkor áll be, amikor a párolgás és a kondenzáció ugyanolyan ütemben játszódik le. (Magasabb hőmérsékleten nagyobb a részecskék mozgási energiája, nő a folyadékból kilépés, és csökken a folyadékba való belépés valószínűsége, így az egyensúly fenntartásához több molekulára van szükség a gőzfázisban.) A

„telítettség" láthatóan azt a helytelen elképzelést sugallja, hogy a páratartalom attól függ, mennyi vízmolekulát engednek be maguk közé a levegőmolekulák, amelyek jelenléte valójában (Dalton parciális nyomásokra vonatkozó törvénye alapján) nem is számít. A szoba levegőjének csak annyi a szerepe egy pohárból vagy az alábbiakban ismertetett „szomjas kacsa" fejéről párolgó víz esetében, hogy a nagy mennyiségű levegő gyakorlatilag végtelen nagy hőtartálynak tekinthető, így a levegő hőmérséklete szabja meg, hogy milyen hőmérsékleten történik a párolgás.
A csapadékképződés kapcsán mindössze a fenti (5),(6) tankönyvek említik, hogy a kicsapódáshoz szükség van kondenzációs magvakra. Magyarázat hiányában ekkor sem világos, hogy ha egyszer a levegő nem képes több párát magában tartani, akkor hogyan tud mégis (4).

## 6.3 Tanulói mérések a szomjas kacsa felhasználásával

### 6.3.1 Ismerkedés a szomjas kacsával

A madár két üveggömbből áll amelyeket majdnem az alsó gömb aljáig érő cső köt össze: 6.1 ábra. A kacsa álló helyzetében illékony folyadék tölti meg részlegesen az alsó gömböt és a belógó cső alját. A madár fejét nedvszívó anyag borítja, melyet ha bevizezünk, a folyadék lassan felkúszik a csőben. Így a kacsa előbb-utóbb fejnehéz lesz, ekkor a vízszintes forgástengely körül elfordulva előrebukik, mintha inna az oda helyezett pohárból. A vízszintes-közeli helyzetben a cső alja szabaddá válik, a folyadék visszafolyik az alsó gömbbe, és kezdődik minden elölről. ([40] és [41] részletesen tárgyalja a kacsa mint fizikai inga mozgását.)



**6.1 ábra. A szomjas kacsa felépítése**

A kacsával való ismerkedéskor számos gondolatébresztő kérdést tehetünk fel: Miért nem áll le (örökmozgóval van-e dolgunk)? Mi van a folyadék feletti térben? Miért emelkedik fel a csőben a folyadék? Miért folyik vissza?

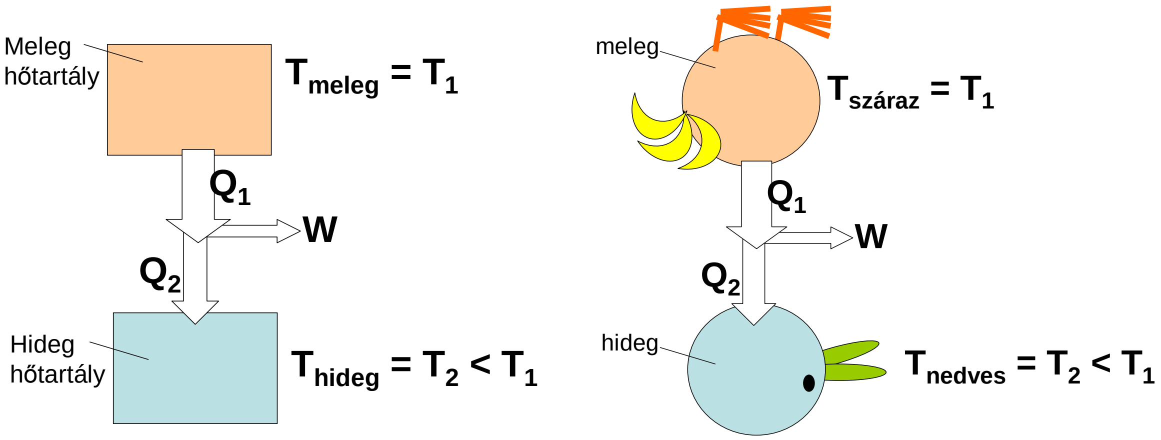
A tanulók gyorsan rájönnek, hogy a párolgás miatt létrejövő hőmérsékletkülönbség a fontos. Ha van egy második madarunk vagy megszáradás után újra elővesszük a madarat, meggyőződhetünk róla, hogy száraz fejjel is működik, ha az alsó gömböt kezünkkel melegítjük vagy izzólámpával megvilágítjuk. Szintén érdekes megfigyelni, hogy a kacsa még jó darabig tovább bólogat akkor is, ha a poharából kiöntjük a vizet. (Optimista módon mindig reménykedik – a gyerekek szerint.)

A gyerekek számára az is szórakoztató látvány, hogy a kacsa szaporábban bukik az alkohollal töltött pohárba. (Én vodkát használtam erre a célra. Denaturált szeszt ne adjunk a madarunknak, mert az alkoholhoz adott szennyezőanyagok nem párolognak el tökéletesen.) Ez a megfigyelés arra enged következtetni, hogy a párolgás sebessége számít.

A KACSA MINT HŐERŐGÉP

A kacsa feje a hidegebb a fenekénél, a kacsa tehát hőerőgép, mert a hőmérséklet-különbséget kihasználva végez mechanikai munkát. Ezt a hőerőgépeknél megszokott, hőtartályokból és az energiaátadásokat szimbolizáló nyilakból álló ábrával is szemléltethetjük (6.2 ábra).

Vizsgáljuk meg közelebbről, hogyan hajtja a hőmérséklet-különbség a kacsát: mi a hőerőgép munkavégző közege? A kacsa nemcsak vizet párologtat. A kacsa belsejében levő folyadék felett a fejben és a hasban is folyadékgőz van bezárva (nem nagy mennyiségek), feltehetjük, hogy nyomása az egyensúlyi gőznyomás.




**6.2 ábra. Kacsa-hőerőgép**

Mivel a párolgó víz által hűtött fejben a hőmérséklet lecsökken, a fejben nettó lecsapódás megy végbe, a nyomás ott kisebb lesz. A lenti nagyobb nyomás hatására felemelkedik a folyadék. Közben lent nettó párolgás történik, hiszen az alsó gömbben a folyadékszint csökken, nagyobb tere marad a gőznek. (A levegőt gyártáskor kiszivattyúzták, az összenyomásához szükséges munkával nem kell foglalkozni.) Amikor előrebillenéskor a cső alja előtűnik, a két gőztér összeköttetésbe kerül, a nyomás és a hőmérséklet kiegyenlítődik, és kezdődik minden elölről. (Nem teljesen egyenlítődik ki: láthatóan nem áll teljesen vissza a folyadékszint.)

A TÖLTŐFOLYADÉK

Mivel a számoláshoz szükségem volt a kacsa belsejében levő folyadék sűrűségére és párolgáshőjére, megpróbáltam utánanézni. Először angol nyelvű forrásokat olvastam, amelyekben kivétel nélkül metilén-klorid ($CH_2Cl_2$) szerepelt, ezért metilén-kloriddal számoltunk/számoltam.

Később vettem észre, hogy a magyar nyelvű források viszont általában étert említenek. Ekkor a gyártó céghez (Ranyák Üvegtechnika) fordultam, de nem adtak felvilágosítást. Ezután, mivel a kétféle folyadék sűrűsége között majdnem kétszeres az eltérés, megpróbáltam a lengésidők segítségével meghatározni a folyadékoszlop tömegét. Amikor a kacsa fenekére egy 500 mg-os Aspirin tablettát ragasztottam, várakozásaimnak megfelelően biztató mértékben megváltozott a lengésidő. A mérési hibákkal számolva mégis meg kellett állapítanom, hogy eljárásom alkalmatlan a tömeg megmérésére. Azóta sem tudom, milyen folyadék van a kacsám belsejében.

### 6.3.2 A munkavégzés és a teljesítmény meghatározása

Vajon mennyire jó hőerőgép a madarunk: hogyan tudnánk megbecsülni a teljesítményét és a hatásfokát? Mekkora ez a hatásfok az elvileg lehetséges (Carnot-féle) hatásfokhoz képest? A viccelődés szintjén az is felmerült, esetleg lehet-e szó gazdasági hasznosításról (6.3 ábra).


**6.3 ábra. Gyerekek által felvetett gazdasági hasznosítás**

A hőerőgép munkavégzése szigorúbb értelemben azt jelentené, ha a kacsa valamilyen terhet emelne (például gem-kapcsokat). Az egyszerűség végett azonban a megemelt folyadékoszlop helyzeti energiáját tekintettük a hasznos mechanikai munkavégzés mértékének, hiszen ez tartja működésben a játékot.

A csőben levő folyadék felemelése kortyonként egyszer történik. A következő adatokkal számoltunk:

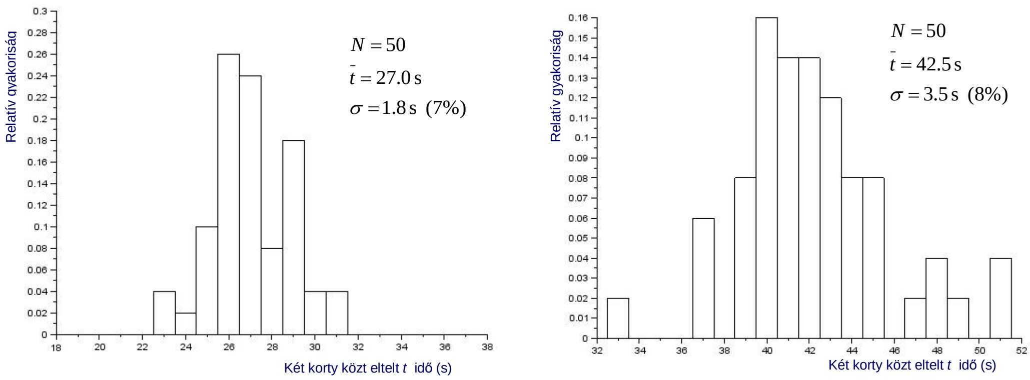
A folyadékoszlop magasságnövekedése $h$ = 7 cm (7,0 ± 0,2).
A cső falvastagságának szemmel becsült értéke 1 mm (alulról nézve látható).
A külső átmérő 8 mm, a belső átmérő így $d$ = 6 mm.
A metilén-klorid ($CH_2Cl_2$) sűrűsége táblázatból $\rho$ = 1340 kg/m$^3$ (az éteré csak 714 kg/m$^3$).

A $h$ magasságú folyadékoszlop felemeléséhez szükséges munkavégzés

$$W = mg\frac{h}{2} = \rho\frac{d^2\pi h}{4}g\frac{h}{2} = \frac{\rho g\pi d^2h^2}{8} = \frac{1340\cdot 9{,}8\cdot\pi\cdot 0{,}006^2\cdot 0{,}07^2}{8} \approx 0{,}9\,\mathrm{mJ}\,. \qquad (1)$$

Megfigyelhetjük, hogy ez minden ciklusban ugyanennyi: ugyanannyira folyik vissza a folyadék. A különböző mérési körülmények sem mutattak e téren szembeötlő eltérést, az egyéb hibákhoz és közelítésekhez képest elhanyagolható.

Ha a munkavégzés mindig ugyanaz, akkor a teljesítmény fordítottan arányos a kortyolási periódussal (a kacsa két előrebukása között eltelt idővel). A periódusidőket stopperórával mértük. Minden alkalommal 50 periódust mértünk meg, a periódusidők szórása a szobaihoz közeli hőmérséklet- és páratartalom-értékek mellett rendre 7−8% volt (6.4 ábra).




**6.4 ábra. Két relatívgyakoriság-hisztogram 50 periódusra**

Mivel azonos körülmények között a periódus eléggé állandónak bizonyult, a kacsa alkalmas a kvantitatív vizsgálatra. A periódusidők azért szórnak, mert nem mindegy, milyen lengési fázisban van a kacsa, amikor az átbillenéshez szükséges folyadékmagasságot eléri. Van, amikor azonnal előrebukik, és van, amikor másodpercekig habozik: inni vagy nem inni.

(Amikor a hőmérséklet és páratartalom igen hosszú periódusidőket eredményez – ilyen volt például, amikor szegény kacsát egy hűvös novemberi napon kitettük a külső ablakpárkányra – a szórások olyan nagyok lesznek, hogy az eredmény már használhatatlan: a madár gyakorlatilag abbahagyja a hintázást.)

„Átlagos” szobai körülmények között egy ciklus időtartama 30–40 s. A becsléshez $t$ = 36 s periódus-értéket választva a munkavégzés teljesítménye

$$P = \frac{W}{t} = \frac{0.0009}{36} = 0{,}025\,\mathrm{mW}\,. \tag{2}$$

## A TELJESÍTMÉNYT MEGHATÁROZÓ MENNYISÉGEK

Izgalmas kérdés, hogy mitől függ a kacsa teljesítménye, amelyről megállapítottuk, hogy a kortyolási periódus reciprokával mérhető. A diákokat megkérdezve volt, aki egyértelműen csak a hőmérsékletet, és volt aki csakis a páratartalmat tette felelőssé a teljesítmény változásáért. Olyanok is voltak, akik szerint mindkettőnek van szerepe.

Hogy eldöntsük, melyik mennyiség (vagy mindkettő) számít, különféle körülmények között mértük a kacsa periódusidejét. A hőmérséklet és a páratartalom mérése egyaránt egy bababoltban kapható digitális eszközzel történt.

Mivel a tanterem hőmérsékletét és páratartalmát nem tudjuk kedvünkre változtatni, három mérést végeztünk: Egyet a tanteremben az adott hőmérsékletét és páratartalom mellett, egyet az iskolának egy hűvös részében, egyet pedig úgy, hogy a tanteremben a kacsát egy nedves konyhai törölgetőruha és egy lavór által kialakított mikroklímába helyeztük (6.5 ábra). Még így sem lehet a méréseket közvetlen egymásutánban végezni, hiszen a mérőeszköznek elég sok időre van szüksége ahhoz, hogy beálljanak rajta a megváltoztatott értékek. Így a három mérésre három különböző órán szakítottam időt. Ennek, bár sok tervezést igényel, megvan az az előnye is, hogy háromszor visz izgalmas eseményt az órába, miközben nem vesz el sokat belőle, haladhatunk az egyébként tervezett anyagunkkal.

Három adat a következtetések levonásához kevés, de ahhoz elég, hogy mindenki számára világos legyen, hogyan kapjuk az adatokat. Így nem baj, ha a többi adatot saját, otthon végzett méréseimmel pótolom.

**6.5 ábra. Kacsa különféle körülmények között**

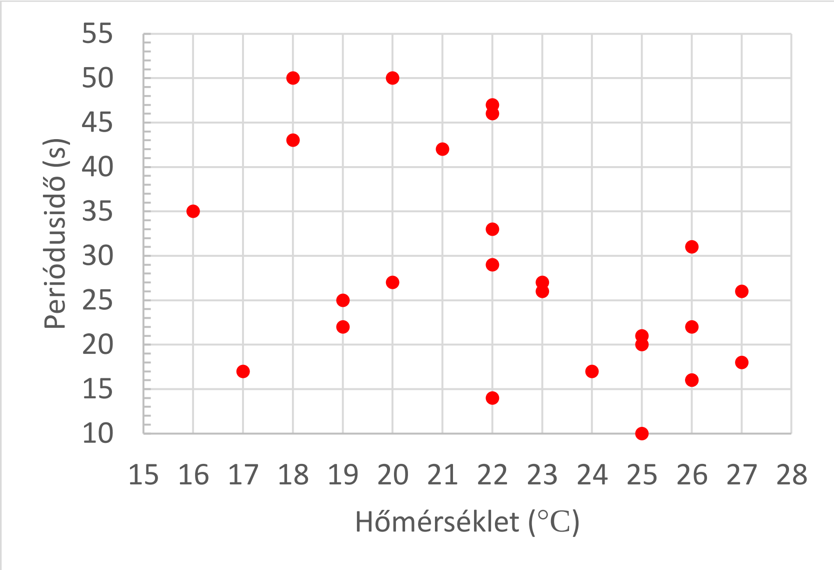
Otthon több hónapon keresztül végeztem méréseket különböző időjárási körülmények között, valamint a fűtési szezonban több hőmérsékleten (a jól befűtött és különböző mértékben párás fürdőszobától a hűvös lépcsőházig). A mért értékek a 6.1 táblázatban láthatók:

**6.1 táblázat Mérési adatok**

| Páratartalom (%) | Hőmérséklet *T*(°C) | Periódusidő *t*(s) |
|---|---|---|
| 35 | 17 | 17 |
| 35 | 25 | 10 |
| 37 | 22 | 14 |
| 44 | 19 | 22 |
| 46 | 26 | 16 |
| 46 | 24 | 17 |
| 47 | 26 | 16 |
| 47 | 19 | 25 |
| 48 | 20 | 27 |
| 49 | 16 | 35 |
| 50 | 25 | 20 |
| 51 | 26 | 22 |
| 54 | 27 | 26 |

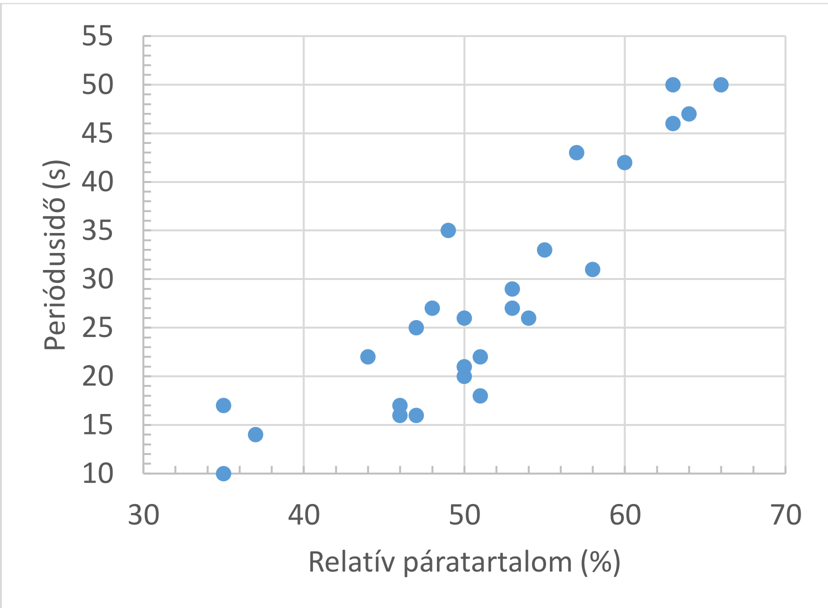
| Páratartalom (%) | Hőmérséklet *T*(°C) | Periódusidő *t*(s) |
|---|---|---|
| 51 | 27 | 18 |
| 53 | 23 | 27 |
| 53 | 22 | 29 |
| 50 | 25 | 21 |
| 50 | 23 | 26 |
| 55 | 22 | 33 |
| 57 | 18 | 43 |
| 58 | 26 | 31 |
| 60 | 21 | 42 |
| 63 | 22 | 46 |
| 63 | 18 | 50 |
| 64 | 22 | 47 |
| 66 | 20 | 50 |

Ha a páratartalmat figyelem nélkül hagyva, a periódus-értékeket a hőmérséklet függvényében ábrázoljuk (6.6 ábra), látható, hogy a hőmérséklet biztosan nem az egyedüli tényező, amelytől a periódus függ.



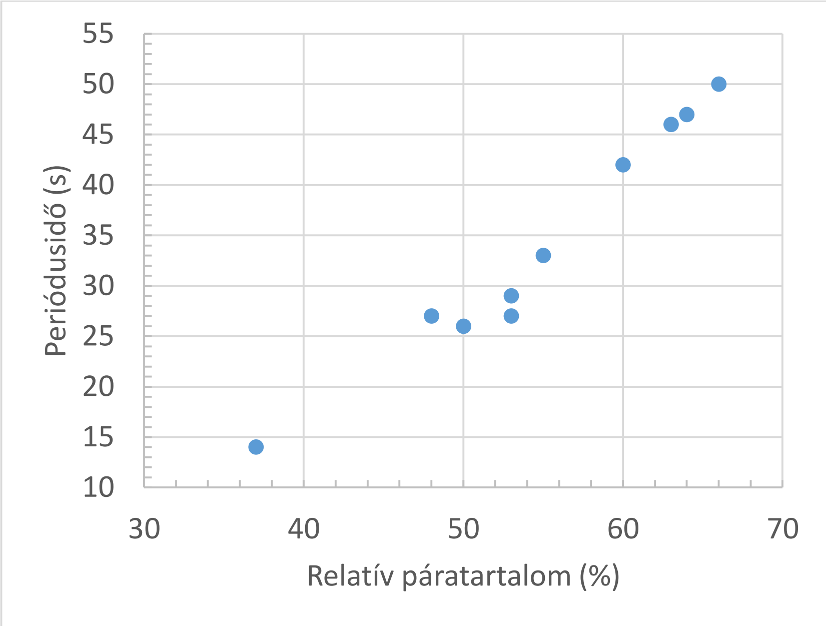

**6.6 ábra. A kortyolási periódus a szoba hőmérsékletének függvényében**

Ha a periódus-adatokat a százalékos páratartalom függvényében ábrázoljuk (6.7 ábra), valamivel biztatóbb az eredmény, de még mindig elég zilált. Valószínűleg a páratartalom sem elég önmagában.




**6.7 ábra. A kortyolási periódus a százalékos páratartalom függvényében**

A két mennyiség egyike sem egyedüliként felelős tehát a periódus változásáért. Ha a legutóbbi ábrán csak a 20–23°C hőmérséklettartományba eső adatpontokat hagyjuk meg, határozottan emelkedő görbét kapunk (6.8 ábra), látjuk tehát, hogy állandó hőmérséklet esetén a periódusidő nő a relatív páratartalommal. Ugyanígy, állandó relatív páratartalom mellett meg tudjuk állapítani, hogy a periódusidő csökken a hőmérséklettel.




**6.8 ábra A kortyolási periódus változása a százalékos páratartalommal 20–23 °C hőmérsékleten.**

Meg kel találnunk hát a módját, hogy mindkét mennyiséget figyelembe vehessük.

## SZÁRAZ ÉS NEDVES HŐMÉRSÉKLET

Elméleti szinten minden fizikakönyvben szerepel, hogy a hőerőgépek teljesítménye a két hőtartály közötti hőmérsékletkülönbséggel növekszik. A szomjas kacsa segítségével ezt az állítást kísérletileg is alátámaszthatjuk. Ehhez tudnunk kell, mennyivel hidegebb a párolgó víz miatt a kacsa feje, mint a feneke, és mitől függ, hogy mennyivel.

A hőmérsékletkülönbséget hőmérővel egyszerűen megmérhetjük. Ha a hőmérő folyadéktartályára (vagy digitális multiméter érzékelőjére) befőttes gumival nedves papírzsebkendő-darabot rögzítünk, és kissé meglóbáljuk a hőmérőt, néhány perc perc alatt beáll a nedves hőmérséklet, amely néhány fokkal alacsonyabb, mint a száraz.

A száraz és nedves hőmérséklet segítségével egyetlen alkalmas változó hordozhatja mind a hőmérséklettől, mind a páratartalomtól való függést: Adataink birtokában megvizsgálhatjuk a periódusidőnek a száraz-nedves hőmérsékletkülönbségtől való függését.

A hőmérők himbálása helyett használhatjuk a páratartalom-mérőnket és azokat az interneten könnyen fellelhető táblázatokat, amelyekben a sorok illetve oszlopok a (száraz) hőmérsékletnek és a nedves hőmérőn mért hőmérsékletesésnek felelnek meg. A táblázat mezőibe írják a százalékos páratartalom értékeit.

(A kereskedelemben kapható, páratartalom-mérővel ellátott digitális hőmérők elég lassan reagálnak a páratartalom-változásra. Az alkoholos iskolai hőmérő gyorsabb reagálású, a lengetett hőmérőn azonnal megváltozik a hőmérsékletesés mértéke, ha változik a páratartalom. A táblázatokban foglalt érték nagyjából egyezik a digitális mérő által mutatott százalékkal.)

Egy ilyen táblázatot (*Bulletin of the US Weather Bureau No. 1071* ) átszerkesztettem úgy, hogy a hőmérséklet-páratartalom értékpárokhoz tartozzanak a táblázat mezőibe írt hőmérsékletesések: 6.2 táblázat. Az idézett forrás az utóbbiakat fél fok pontossággal adja. A fekete számok a hőmérsékletesések Celsius fokban, a piros számok a mért periódusidő-adatok másodpercben.

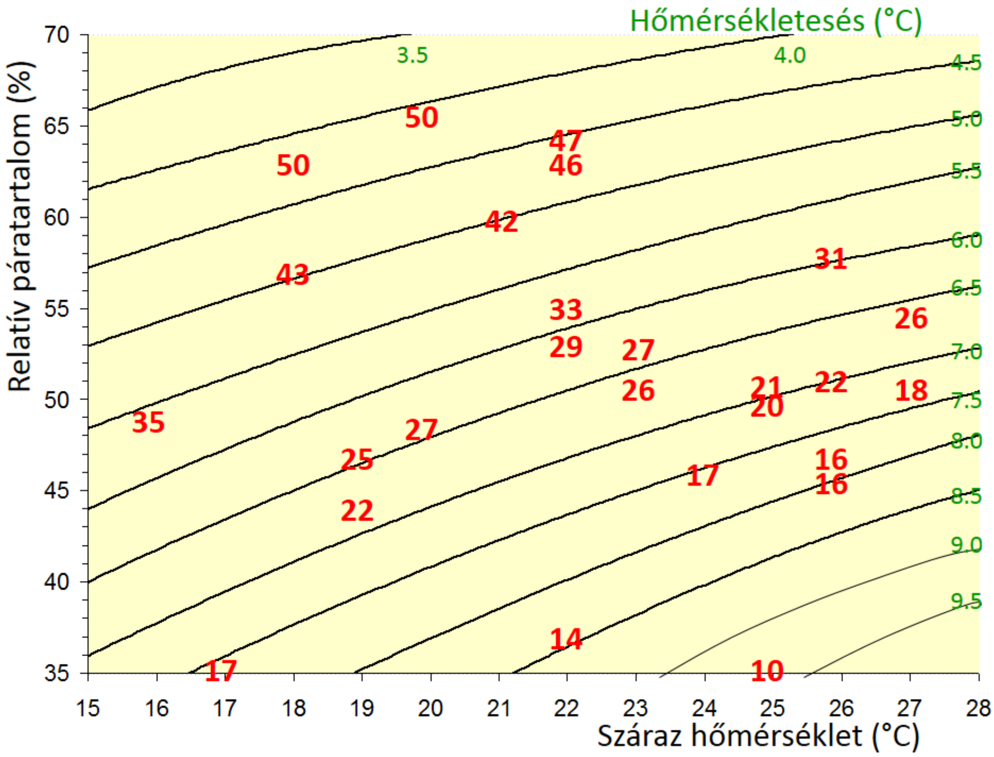
**6.2 táblázat**

**A hőmérsékletesések és a periódusidők a hőmérséklet és a páratartalom függvényében**

| | **16°C** | **17°C** | **18°C** | **19°C** | **20°C** | **21°C** | **22°C** | **23°C** | **24°C** | **25°C** | **26°C** | **27°C** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **35%** | 7,5 | 17 | 8,0 | | 8,5 | | 9,0 | | 9,5 | 10 | 10,0 | |
| **36%** | | | | | | | | | | | | |
| **37%** | | 7,5 | | 8,0 | | 8,5 | 14 | 9,0 | | 9,5 | | 10,0 |
| **38%** | | | | | 8,0 | | 8,5 | | 9,0 | | 9,5 | |
| **39%** | 7,0 | | 7,5 | | | | | | | | | |
| **40%** | | | | 7,5 | | 8,0 | | 8,5 | | 9,0 | | 9,5 |
| **41%** | | 7,0 | | | 7,5 | | 8,0 | | 8,5 | | 9,0 | |
| **42%** | | | 7,0 | | | | | 8,0 | | 8,5 | | 9,0 |
| **43%** | 6,5 | | | 7,0 | | 7,5 | | | 8,0 | | | |
| **44%** | | 6,5 | | 22 | 7,0 | | 7,5 | | | 8,0 | 8,5 | |
| **45%** | | | 6,5 | | | | | 7,5 | | | | 8,5 |
| **46%** | 6,0 | | | 6,5 | | 7,0 | | | 7,5 17 | | 8,0 16 | |
| **47%** | | 6,0 | | 25 | | | 7,0 | | | 7,5 | 16 | 8,0 |
| **48%** | | | | | 6,5 27 | | | 7,0 | | | | |
| **49%** | 35 | | 6,0 | | | 6,5 | | | 7,0 | | 7,5 | |
| **50%** | 5,5 | | | 6,0 | | | 6,5 | 26 | | 7,0 21 | | 7,5 |
| **51%** | | 5,5 | | | 6,0 | | | | | | 7,0 22 | 18 |
| **52%** | | | | | | | | 6,5 | | | | |
| **53%** | | | 5,5 | | | 6,0 | 29 | 27 | 6,5 | | | 7,0 |
| **54%** | 5,0 | | | 5,5 | | | 6,0 | | | 6,5 21 | | 26 |
| **55%** | | 5,0 | | | 5,5 | | 33 | 6,0 | | | 6,5 | |
| **56%** | | | | | | 5,5 | | | 6,0 | | | 6,5 |
| **57%** | | | 5,0 43 | | | | 5,5 | | | 6,0 | | |
| **58%** | 4,5 | | | 5,0 | | | | 5,5 | | | 6,0 31 | |
| **59%** | | | | | 5,0 | | | | 5,5 | | | 6,0 |
| **60%** | | 4,5 | | | | 5,0 42 | | | | 5,5 | | |
| **61%** | | | 4,5 | | | | 5,0 | | | | 5,5 | |
| **62%** | | | | 4,5 | | | | 5,0 | 5,0 | | | 5,5 |
| **63%** | 4,0 | | 50 | | 4,5 | | 46 | | | 5,0 | | |
| **64%** | | 4,0 | | | | 4,5 | 47 | | | | 5,0 | |
| **65%** | | | 4,0 | 4,0 | | | 4,5 | 4,5 | | | | 5,0 |
| **66%** | | | | | 4,0 50 | | | | 4,5 | | | |

Az 6.9 ábra fekete görbéit is a táblázat adataira illesztettem. A görbék azokat a hőmérséklet-páratartalom értékpárokat kötik össze, amelyek egy adott hőmérsékleteséshez tartoznak. A hőmérsékleteséseket a görbék mellé írt zöld számok mutatják. Ezután piros számokkal ebbe a grafikonba is beleírtuk a a másodpercben kifejezett periódus-értékeket. Ezáltal jól láthatóvá vált a

száraz-nedves hőmérsékletkülönbségtől való függés, miközben mind a hőmérséklet- mind a páratartalom-adatok meglehetősen szórnak.




**6.9 ábra. A száraz-nedves hőmérsékletkülönbség és a periódusidők**

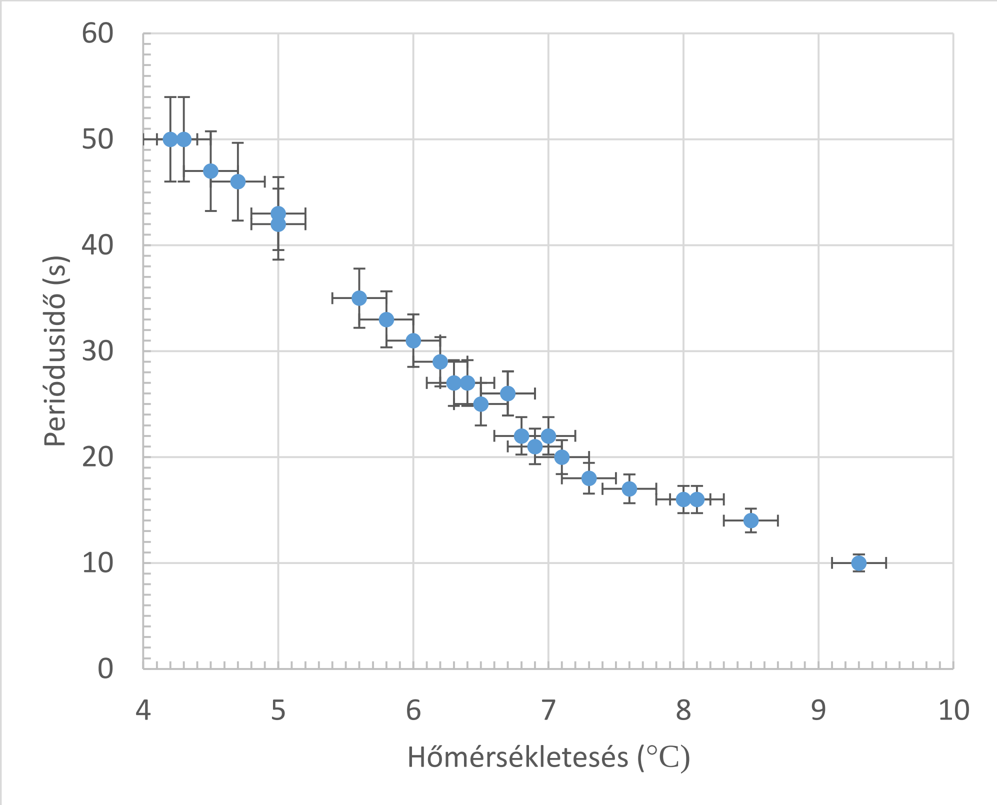
A görbék segítségével a hőmérsékletesésre félfoknyinál pontosabb becslést is adhatunk. Az 6.3 táblázat az így becsült hőmérsékletkülönbségek függvényében mutatja a periódusidőket.

**6.3 táblázat Periódusidők a hőmérsékletesés függvényében**

| Hőmérsékletesés (°C) | Periódusidő (s) |
|---|---|
| 7,6 | 17 |
| 9,3 | 10 |
| 8,5 | 14 |
| 6,8 | 22 |
| 8,0 | 16 |
| 7,6 | 17 |
| 8,1 | 16 |
| 6,5 | 25 |
| 6,4 | 27 |
| 5,6 | 35 |
| 7,1 | 20 |
| 7,0 | 22 |
| 6,7 | 26 |

| Hőmérsékletesés (°C) | Periódusidő (s) |
|---|---|
| 7,3 | 18 |
| 6,3 | 27 |
| 6,2 | 29 |
| 6,9 | 21 |
| 6,7 | 26 |
| 5,8 | 33 |
| 5,0 | 43 |
| 6,0 | 31 |
| 5,0 | 42 |
| 4,7 | 46 |
| 4,2 | 50 |
| 4,5 | 47 |
| 4,3 | 50 |

Ha a periódusidőket a hőmérsékletkülönbség függvényében (becsült hibákkal együtt) grafikonon is megjelenítjük, az összefüggés meggyőzően monoton csökkenést mutat: 6.10 ábra. Kísérleti alátámasztást nyert tehát, hogy a kacsa-hőerőgép teljesítménye növekszik a hőmérsékletkülönbséggel.




**6.10 ábra. Kortyolási periódus a hőmérsékletesés függvényében**

## A HATÁSFOK BECSLÉSE

Az alábbi becslés a [42] cikkben leírtaknak középiskolás fizikára történő egyszerűsített adaptációja. A hatásfok nagyságrendi becsléséhez a végzett munkát a felvett hővel kell elosztani. Ehelyett tekintsük először a kacsától elvont hőt.

A kacsától elvont hőt megkapjuk az általa elpárologtatott víz mennyiségéből. Ehhez az összes elpárolgott vízből ki kell vonnunk azt a mennyiséget, amelynek elpárologtatásáért nem a kacsa felelős. Milliliter-beosztású mérőpohár segítségével megállapítottuk, hogy a kacsa poharából 6 óra alatt elfogyott 6 gramm víz. Egy ugyanolyan pohárból kacsa nélkül csak 1 gramm párolgott el.
A víz párolgáshője 2260 kJ/kg. A hőelvonás teljesítménye tehát

$$P_{\text{párolgás}} = \frac{mL}{\Delta t} = \frac{0{,}005 \cdot 2260 \cdot 10^3}{6 \cdot 3600} = 0{,}52\ \mathrm{W}\,. \tag{3}$$

Mivel a munkavégzés (2) teljesítményénél sokkal nagyobb értéket kaptunk, megállapíthatjuk, hogy a felvett hő is körülbelül ugyanennyi. A munkavégzés hatásfoka így

$$\eta = \frac{W}{Q_1} \approx \frac{W}{Q_2} = \frac{P}{P_{\text{párolgás}}} = \frac{0{,}000025\,\text{W}}{0{,}52\,\text{W}} \approx 0{,}005\%\,.$$

$T_1 = 21$ °C, $T_2 = 16$ °C esetén az elméletileg lehetséges maximális hatásfok (Carnot-hatásfok)

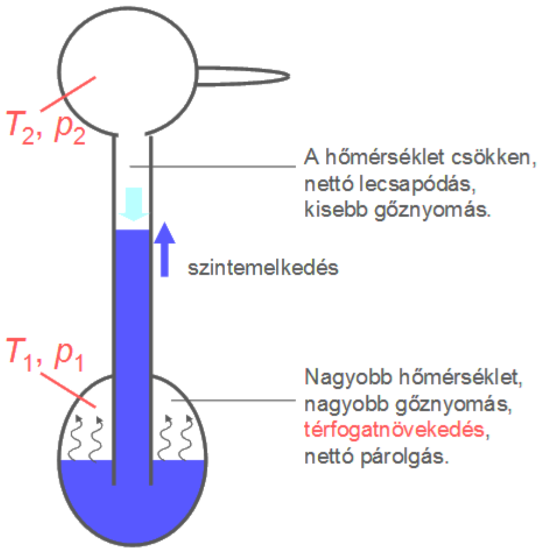
$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{5}{294} = 1{,}7\%$$

lenne, vagyis sokszor ennyi.

Fontos megjegyezni, hogy a táblázat adatai alapján megállapított 5 foknyi hőmérsékleteséssel számolva a Carnot-hatásfokot valószínűleg túlbecsüljük. A kacsa teste ugyanis folyamatosan hőt vesz fel a szoba levegőjétől, tehát hűvösebb annál. A kacsa fejét közvetlenül körülvevő levegő pedig a lengések ellenére feltehetően nedvesebb a szoba többi részénél, így a kacsa feje is melegebb a szoba (száraz) hőmérséklete és páratartalma által meghatározott nedves hőmérsékletnél. A kacsa ezzel együtt is meglehetősen energiapazarló módon működik.

## A MUNKAVÉGZŐ KÖZEG KÖZELEBBRŐL MEGVIZSGÁLVA

A madár nemcsak vizet párologtat. Fontos felhívni a tanulók figyelmét arra, hogy a madár fejében és hasában levő teret a beletöltött könnyen párolgó színes folyadék gőze tölti ki (6.11 ábra). A folyadék által a környezetből felvett hő a folyadék elpárologtatására fordítódik. Az így képződő gőz játssza a hőerőgép munkavégző közegének a szerepét, hiszen a gőz nyomása nyomja fel a kacsa nyakában a folyadékoszlopot. (A fejben a párolgás miatt hűl a gőz, így a nettó lecsapódás miatt nyomáscsökkenés lép fel. A madár hasában levő gőz nyomása nagyobb.)




**6.11 ábra. A munkaközeg működése**

(1) alapján ciklusonként mindössze körülbelül 0,9 mJ volt a munkavégzés, míg a környezetből felvett hő mennyisége (2) és (3) alapján ciklusonként (0,52 W)·(36 s) ≈ 20 J körüli. Tanulságos azt is kiszámolni, mennyi fordítódik ebből a hőből a munkaközeg elpárologtatására.

A csőben felnyomuló folyadék térfogata

$$V = \frac{d^2 \pi h}{4} = \frac{0{,}6^2 \cdot \pi \cdot 7}{4} = 2{,}0\,\mathrm{cm}^3.$$

A felnyomuló folyadék helyét ugyanekkora térfogatú gőz foglalja el. Noha a madárban levő gőz nyilván nem ideális gáz (pontosabb számításokra [41] és [42] mutat példát), a középiskolás fizikában durva becsléshez jobb híján használhatjuk az ideális gáz állapotegyenletét. Tételezzük fel, továbbá, hogy a folyadék metilén-klorid, melynek egyensúlyi gőznyomása táblázatok szerint 20°C hőmérsékleten $p = 5 \cdot 10^4$ Pa. Ezzel az elpárolgott mennyiség

$$n \approx \frac{pV}{RT} \approx \frac{5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 300} = 4 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{mol}\,.$$

Ennyi metilén-klorid ($CH_2Cl_2$) tömege

$$m = 4 \cdot 10^{-5} \cdot (12 + 2 + 71)\mathrm{g} = 3{,}4\,\mathrm{mg}.$$

A metilén-klorid párolgáshője $L$ = 390 kJ/kg, A párolgáshoz szükséges energia

$$mL = 1.3\ \mathrm{J}.$$

Ez sokkal nagyobb, mint a tágulási munkává alakuló 0,9 mJ, de lényegesen kevesebb, mit a felvett 20 J.

Amikor a madár előrebillen, a két gőztér között összeköttetés jön létre, és a nyomás, valamint a hőmérséklet kiegyenlítődik. (Vegyük észre, hogy a kiegyenlítődés nem teljesen megy végbe, hiszen a folyadékszint nem áll vissza a kiindulási értékre.) Valószínűleg főként a két hőtartály összeköttetése okozza, hogy a madarunk ilyen rossz hatásfokú hőerőgépként működik, hiszen a két gőztér összekötésekor a szobából felvett hő jelentős része munkavégzés nélkül adódik át az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartálynak.

Nem feledkezhetünk meg ugyanakkor a súrlódás miatti veszteségről sem. Amikor a száraz-nedves hőmérsékletkülönbség igen kicsi, a súrlódás sokszor megállítja a kacsa lengését, és a lengésidők szórása akkora lesz, hogy az eredmények használhatatlanná válnak.

### 6.3.3 Ismeretek szintézise

A szomjas kacsa nevű játéknak mint hőerőgépnek igen alacsony a hatásfoka, így energiatermelésre nemigen használható, de a fizikaórán érdemes a megszokottnál bővebben foglalkozni vele. A mérések nemcsak az adatgyűjtési és -feldolgozási készségeket fejlesztik, de kísérleti alátámasztással szolgálnak a hőerőgépek hatásfoka és a hőmérsékletkülönbség közötti kvantitatív összefüggéshez is.

Fontosak az olyan feladatok, amelyek az ismeretek szintézisére késztetik a diákokat. A mérés és magyarázata alkalmas arra, hogy a hőtan fejezet tárgyalásának végén kapcsolatot teremtsen a hőtanban tanultak (gázok, halmazállapot-változások, hőerőgépek hatásfoka) valamint a mechanikában tanultak (munka, energia, teljesítmény, sőt a közlekedőedények és esetleg az ingamozgás) között.

Hasonló megfontolás érvényes a tantárgyakra is. A különböző tantárgyakból tanultak a diákok gondolkodásában sokszor annyira elkülönülnek, hogy hasznos lehet néhány szó erejéig felhívni a figyelmet az összefüggésekre. A hőerőgépek tárgyalása során például hagyományosan felidézzük a történelemből tanultakat: hogy milyen volt a világ az ipari forradalom idején, amikor a hőerőgépek jelentették a csúcstechnikát, és mindenkit az érdekelt, hogyan lehet a gőzgép hatásfokát növelni. Ebben volt a pénz és a lehetőség, ahogyan ma például a napelemcellák hatásfokának növelésében.

A szomjas kacsa vizsgálata kapcsán természetes módon merül fel a földrajz tantárggyal való kapcsolat is. A légnedvesség témakörét fizikaórán rendszerint csak felületesen érintik, földrajzórán azonban részletesen tárgyalják. A nedves és száraz hőmérséklet fogalmával való megismerkedés az időjárás-jelentésekben is gyakran szereplő relatív páratartalom fogalmának megértését is segíti. A kvantitatív megközelítéssel pedig elmélyíti a háttérben levő fizikai fogalmak és törvények megértését.

# 7.

# Számolásos feladatok alkalmazása a hőmérsékleti sugárzás tanításában [S1], [S3], [S5]

> Így a tudományban minden újonnan felbukkanó eszménél jellegzetes két különböző ténysorozat bizonyos eredeti kombinációja. […] Más hasonló típusú eszmék amelyek jelenleg a tudomány tartós tulajdonát képezik: a hanghullámok mechanikai természetének gondolata, vagy a fény- és hősugarak azonosságáé. Amikor a fizika oktatása során ezeket a gondolatokat egy szóval elintézzük, akkor nem lenne szabad elfelejteni, hogy tartalmuk egyáltalán nem volt mindig magától értetődő …
>
> (*Max Planck*)

## 7.1 Problémafelvetés: a következetlen fogalomhasználat gátolja a megértést

Energia, teljesítmény és intenzitás gyakran hallott és a hétköznapi nyelvben valamint a tömegtájékoztatásban sőt, gyakran természettudományos szövegekben is sokszor pontatlanul vagy rosszul, szinte szinonimaként alkalmazott fogalmak. A hő fogalma pedig a megkívánt nagyfokú absztrakció valamint a ugyancsak a hétköznapi nyelvhasználat hatása miatt igen nehéz és nehezen tanítható, általában fizikaórán (a termodinamika első főtételének tárgyalásakor) sem sikerül hatékonyan közvetítenünk azt az üzenetet, hogy a hő a munkával analóg fogalom.

A középiskolai földrajztankönyvek is pontatlanul kezelik ezeket a fogalomköröket, így a tananyagban szereplő besugárzás illetve kisugárzás fogalmát nem kíséri kielégítő magyarázat, a tanulók az elsajátítandó ismeretek jelentős részét nem értik meg.

A fizika tananyagában kétszer kerül elő a hőmérsékleti sugárzás: először a hőtanban a hőterjedés módjainak egyikeként teljesen kvalitatív módon, majd a modern fizika bevezetésében, amikor a Planck-hipotézis kapcsán elmeséljük, hogy a kvantitatív leírás okozta a nehézségeket. A tanulóknak sokszor nem is nyilvánvaló, hogy ugyanarról a jelenségről van szó. A fizikatanítást e téren is megelőző földrajz-tanulmányok pedig tovább erősítik azt a gyakori tévképzetet, hogy a sugárzás útján való hőközlés csak infravörös sugárzással (= „hősugárzás”) lehetséges.

## 7.2 Napsugárzás a földrajzkönyvekben

A földrajzkönyvek tárgyalásában nemcsak a sugárzás leírására használt fizikai mennyiségek fogalmai mosódnak össze, a háttérismeretekkel nem rendelkező diák számára már magának a sugárzásnak és fajtáinak a mibenléte sem világos: Az alábbiak szerint a Nap „elektromágneses, kozmikus és korpuszkuláris” sugárzást bocsát ki (1),(2). Az elektromágneses sugárzás és a részecskesugárzás egy mondatban említése azt sugallja, hogy lényegében ugyanarról a sugárzásról van szó: az „elektromágneses sugárzástartomány” (2) mellett vélhetően van korpuszkuláris és kozmikus tartomány is, vagyis mindezek valamilyen skálán sorba állíthatók.

A Nap a bolygóközi térbe elektromágneses, korpuszkuláris és kozmikus sugárzást bocsát ki. (1)

A Napból kiinduló elektromágneses, korpuszkuláris és kozmikus sugárzás közül számunkra elsősorban az elektromágneses sugárzástartományba tartozó fény- és hősugárzásnak van nagy jelentősége. (2)

A földi élet szempontjából alapvető hősugarakon kívül az élőlényekre káros ultraibolya sugarak is érkeznek a Napból, ezek megszűrésében az ózonrétegnek van kiemelkedő szerepe. A Nap részecskesugárzása befolyásolja a rádióhullámok terjedését és fontos szerepe van a sarki fény jelenségének kialakításában. A megerősödő részecskesugárzásnak élettani hatása is van, ... károsan hat a szív- és érrendszeri betegségekben szenvedők állapotára is.

Mik nyújtanak védelmet a földi élet számára a napszéllel és az ultraibolya sugárzással szemben?
**Válasz:** A Föld mágneses rétege és a légkör ózonrétege.

A fényt és hőt adó sugarakon kívül ártalmas sugárnyalábok is közelednek a Föld felé. Az ibolyántúli sugárzás – mivel roncsolja a sejteket – igen veszélyes a földi élővilágra. E veszélyes sugarakat ... ózonréteg távol tartja a Föld felszínétől.

A tankönyvek, például az alábbi (1),(2),(3),(6), rendre külön felsorolják a „fény- és hősugarakat”, azt a képzetet keltve, mintha lényegileg különböző jelenségről volna szó. Két könyvben (4),(5) kijelentik, hogy a Nap melegét az infravörös sugárzás továbbítja a Földre. Máshol ugyan nem írják ezt, de a tanulók gyakran értelmezik úgy, hogy a Föld felmelegítéséhez nem járul hozzá a Nap látható fénye, csak az infravörös sugárzása, hiszen az a hősugárzás.

…hatalmas energia szabadul fel, amely fény és hősugárzás formájában árad szét a világűrben (1)

Vonzása (gravitációja) tartja össze a Naprendszer égitestjeit és anyagát, emellett fény- és hősugarakat bocsát ki. (2)

A csillagok a bennük termelődő energiát fény- és hősugarak formájában sugározzák ki, tehát saját fényük van. (3)

[Az infravörös sugárzást] Hősugárzásnak is nevezik, mert ez továbbítja a Nap melegét a Földre. (4)

Az infravörös sugárzás anyagi részecskék közvetítésével hővé alakul. Ez biztosítja égitestünk felmelegedését. (5)

Földünkre a fényt, a hőt a napsugarak juttatják el. A Nap sugarai a bolygóközi térben veszteség nélkül terjednek. A légkör külső felületére érkező napenergia ezért időben változatlan. Nagyságát az ún. napállandóval jellemezzük, amelynek értéke 1368 $W/m^2$ másodpercenként. (6)

Bár fizikai háttértudás nélkül a tanulók számára nem magától értetődő, sok könyvben az sem szerepel, hogy a fény és az infravörös sugárzás (az ultraibolyával együtt) a korábban már említett elektromágneses sugárzás tartományai.

Van, ahol szerepel az energia, de több könyv nem társít a „sugarakhoz” egyértelműen fizikai mennyiséget, például az alábbi (1) nem magyarázza, hogy mi az, aminek a fele látható fény, és mit jelent az, hogy „fele” (1),(3). Sok helyen találkozni a „sugármennyiség” (3), illetve „melegmennyiség” fogalmakkal, definíció nélkül. A tanulókat nem is gondolkodtatja el ez a hiányosság, hiszen nincs még kialakult természettudományos gondolkodásuk.

Nem indokolják azt sem. (például egy Planck-görbét bemutató ábrával), miért tekintik úgy, hogy a napsugárzás egy véges hullámhossztartományban érkezik (2),(4). Az intenzitás eloszlásának ismerete nélkül nem világos a „legerősebben kibocsátott energia” (4) sem.

A Nap effektív felszíni hőmérséklete 5800 K, azaz sugárzása jól megfelel az 5800 K hőmérsékletű Planck-eloszlásnak. Meglepő a több helyen is szereplő 6100 K (4), valószínűleg a celsiusban kifejezett hőmérsékletet gondolta valahol egyszer valaki kelvinnek. (Wien eltolódási törvénye alapján a 0,48 μm-es hullámhossz valóban 6100 K hőmérsékletnek felelne meg.)

A napból érkező sugárzás csaknem fele látható fény, a másik fele ... infravörös sugárzás. (1)

A 0,2-4 mikrométer hullámhosszúságú sugarak három sugárzástartománya ... infravörös (hő) sugárzás. Az általuk szállított energia-mennyiség százalékos megoszlása: ultra-ibolya 7%, fénysugárzás 47% és infravörös sugárzás 46%. (2)

A légkör felszínére érkező sugármennyiségnek kevesebb mint a fele (43%) jut el a földfelszínre. (3)

A 6100 K felszíni hőmérsékletű Napból érkező sugárzás 0,2–3,2 μm (...) közé esik. A Napból a látható fény tartományába eső (0,4–0,75 μm), illetve annál kisebb, az ibolyántúli (0,2–0,4 μm) és nagyobb, az infravörös (0,75–3,2 μm) hullámhossztartományokba tartozó sugárzás egyaránt éri a Földet. A legerősebben kibocsátott energia a kék szín tartományába esik (0,48 μm).
A sugarak egy részét a légkör parányi szennyeződései irányukból kitérítik. Ennek köszönhető az égbolt minden pontja felől érkező szórt sugárzás, végeredményben a nappali világosság.
A légköri energiaveszteség elsősorban a rövidhullámú sugaraknál jelentős. Így a Föld felszínére érkező sugarak a hosszabb hullámhosszak felé tolódnak el. Ezért a legtöbb energiát szállító sugarak a sárga fénynek megfelelő hullámhosszban érkeznek (0,55 μm). (4)

A hő fogalma a földrajzkönyvekben sem következetesen jelenik meg. Igen gyakran szerepel a „hővé alakul” kifejezés, például az alábbiakban: (1),(2). Zavaró, hogy a sugarak „sorsát” végigkövetve többször is találkozunk ezzel a kifejezéssel, vagyis az is hővé alakul, ami előzőleg már hővé alakult (3),(4).

A felszín anyagaiban elnyelődő napsugarak hővé alakulnak. (1)

A napsugárzásnak mintegy fele éri el a Föld felszínét. A földfelszínre érkező napsugárzás elnyelődve hővé alakul. Ebből a hőből juttat a felszín a levegő legalsó rétegének. (2)

A földfelszín a napsugárzást elnyeli, ami ezáltal alakul hővé. A földfelszín átadja a hőjét – kisugárzás, visszasugárzás révén – a levegő legalsó rétegének. A kisugárzott hő legnagyobb részét a légkör vízgőz- metán- és széndioxid-tartalma elnyeli és hővé alakítva visszasugározza a Föld irányába. A légkörnek ez a hővisszatartó tulajdonsága az üvegházhatás. (3)

A 3–100 μm közé eső sugárzás 10 μm körül éri el a legnagyobb energiát. A sugarak egy része a légkör "ablakain" keresztül a világűr felé távozik, és így a Föld számára veszendőbe megy. Legnagyobb részét azonban – mivel hosszúhullámú sugarakról van szó – a levegő vízgőz- és széndioxid-tartalma elnyeli (hővé alakítja), és hővé alakítva visszasugározza a Föld irányába. A légkörnek ez a hővisszatartó tulajdonsága az üvegházhatás. (4)

Az üvegházhatás mechanizmusát többé-kevésbé elmagyarázzák a tankönyvek és utalnak az üvegházgázokra és az üvegházhatás fokozódásának klímaváltozást előidéző hatására is, bár a fenti (3) nem tér ki arra, hogy a visszasugárzás más hullámhossztartományban történik, mint az elnyelés, (4) esetében pedig nem világos „légkör ablakainak” mibenléte, és az sem, hogy „10 μm körül éri el a legnagyobb energiát”. Az alábbi idézetek közül (1) a visszavert sugárzásnak tulajdonítja a melegítő hatást, a (2)-ben szereplő gerjesztett molekulák fogalmát pedig atomfizikai ismeretek hiányában a diákok valószínűleg nem értik. Fizikai háttérismeretek hiányában az egyébként helyes (2),(3),(4) magyarázatok esetében sem feltétlenül világos a tanulók számára, hogy a „hosszúhullámú” az infravörösre, a „rövidhullámú” pedig a látható (és az ultraibolya) sugárzásra utal.

Ezek a légköri gázok, szennyeződések lekötik a földfelszínről visszaverődött napsugarak hőjét, emiatt emelkedik a levegő hőmérséklete, fokozódik a felmelegedés. ①

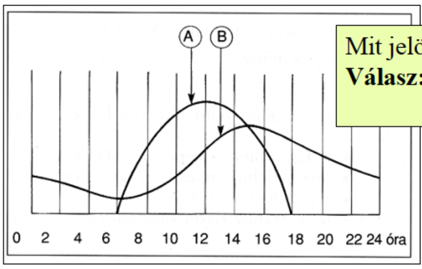
A besugárzástól felmelegedett felszín kisugárzása a bolygóközi tér felé hőveszteséggel jár. Ennek mértékét csökkenti a légkör hővisszatartó tulajdonsága, az üvegházhatás.
A kisugárzott energia legnagyobb részét (mivel hosszúhullámú sugárzásról van szó) elnyelik a légkörben levő vízgőz, széndioxid és a különböző szennyeződések. Az így gerjesztett molekulák minden irányban sugározva az általuk elnyelt energiának egy részét visszajuttatják a Földre. ②

A Napból érkező rövidhullámú sugarak jelentős része a légkörön átjutva éri el a földfelszínt, s azt felmelegíti. A felmelegített földfelszín – miután viszonylagosan alacsony hőmérsékletű – csak hosszabb hullámú sugarakat tud kibocsátani. A hosszú hullámú sugaraknak csak kis része jut ki a világűrbe, mert annak nagyobb részét a levegőben levő vízgőz és szén-dioxid elnyeli és visszasugározza a Föld felé. A légkörnek ezt a hővisszatartó képességét üvegházhatásnak nevezzük. ③

A légkör a Napból érkező rövidhullámú sugarakat engedi át legjobban. Az általuk felmelegedett földfelszín viszont hosszúhullámú hősugarakat bocsát ki, amelyeknek legnagyobb részét a levegő vízgőz- és szén-dioxid-tartalma elnyeli és visszasugározza, így a hosszúhullámú sugaraknak csak kis része távozik a világűrbe. Ez a folyamat elősegíti a felszínközeli levegő felmelegedését. A légkörnek ezt a hővisszatartó képességét nevezzük üvegházhatásnak. ④

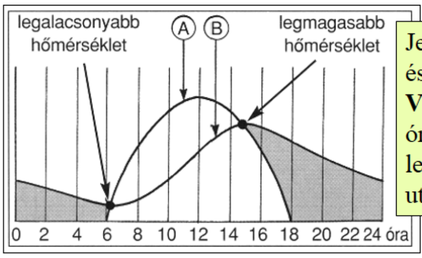
A levegő felmelegedésével kapcsolatban minden tankönyv hangsúlyozza, hogy a légkör a felszín kisugárzása által, alulról melegszik fel. A levegő felmelegedésének körülményeire sok feladatban is rákérdeznek.

E témakör feladataiban is megjelenik dimenzionálisan különböző mennyiségek összehasonlítása. A földrajz érettségire felkészítő feladatgyűjtemény alábbi feladatában először meg kell mondani, milyen mennyiségek változását ábrázolják az A és B görbék, majd be kell jelölni, hogy mikor a legmagasabb illetve legalacsonyabb a hőmérséklet, és besatírozni a grafikon azon részét, ahol a sugárzási egyenleg negatív.




Mit jelölnek a grafikon nagybetűi?
**Válasz:** A a Nap járása (a besugárzás változása), B a hőmérséklet változása.

Satírozd be az ábra azon területét, ahol a negatív sugárzási egyenleg jellemző!
**Válasz:** A napkelte utáni és előtti grafikonrész.




Jelöld a grafikonon, mikor legalacsonyabb és mikor a a legmagasabb a hőmérséklet!
**Válasz:** A legmagasabb a hőmérséklet 15 óra körül a két görbe metszéspontjában, a legalacsonyabb a nem sokkal napfelkelte utáni metszéspontban.

Magyarázd meg, mi az oka annak, hogy nem délben mérjük a legmagasabb hőmérsékletet!
**Válasz:** Az eltérés oka az, hogy a levegő nem közvetlenül, hanem a földfelszín közvetítésével melegszik fel. (Idő kell, hogy a felmelegedett földfelszín átadja a hőt a légkörnek.)

A hivatalos válasz magyarázata szerint **A** a Nap járása (a besugárzás változása), **B** pedig a hőmérséklet változása, vagyis dimenzionálisan különböző mennyiségek egyenlősége jelöli ki a kérdéses pontokat. Ráadásul a metszéspontok éppen az egyik mennyiség szélsőértékeinek felelnek meg.

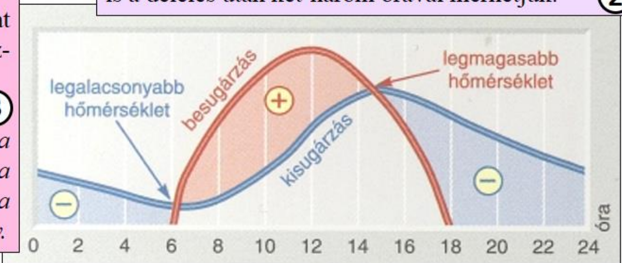
Tegyük hozzá, hogy az ábra megtalálható több középiskolai földrajztankönyvben is (például az alábbi (2) és (3)), és ott a két görbe megjelölése „besugárzás” és „kisugárzás”, nem pedig „Nap járása" és „hőmérséklet". Csakhogy a be- és kisugárzásnak megfelelő fizikai mennyiség (annak dimenziója) már nem egyértelmű. E feladat alapján a besugárzást hőmérsékletként kellene elképzelnünk (vagy szögként, hiszen a Nap járásán rendszerint a napsugaraknak a felszínhez viszonyított hajlásszögét értik).

Mindegyik tankönyv (1),(2),(3) fontosnak tartja megmagyarázni, hogy miért nem akkor van a legmelegebb, amikor a napsugárzás intenzitása maximális, hanem később. A kisugárzás és a hőmérséklet közötti összefüggés ismeretének hiányában nehéz dolguk van.

A hőmérséklet napi járása kissé kullog a nap látszólagos járása mögött. Napkelte után nem emelkedik azonnal a hőmérséklet, mert az éjszakai kisugárzás még érezteti hatását. A legmagasabb napi hőmérséklet pedig kb. két órával követi a Nap delelését, hiszen a levegő a felszín közvetítésével melegszik fel. (1)

A besugárzás maximuma a Nap delelésére esik, hiszen ekkor érik a napsugarak a legnagyobb szögben a földfelszínt. Azonban … a Nap a felszín közvetítésével, alulról melegíti fel a levegőt, így bizonyos időnek el kell telnie ahhoz, hogy a földfelszín az elnyelt hőt kisugározza, s a felette elhelyezkedő légrétegeket felmelegítse. Ennek köszönhető, hogy a levegő felmelegedése nem közvetlenül napkelte után kezdődik, s a legmagasabb napi hőmérsékletet is a delelés után két-három órával mérhetjük. (2)

A felmelegedett felszín – mint bármely 0 K-nél magasabb hőmérsékletű test – energiát sugároz ki, hosszúhullámú sugarakkal hőt ad át a felette elhelyezkedő levegő alsó részének. Ez a folyamat a kisugárzás. A kisugárzás a felszínnek hőveszteséget, a légkörnek viszont hőnyereséget jelent.
…
*A besugárzás és a kisugárzás együtt alakítja a hőmérsékletet. Amikor a besugárzás mértéke a nap folyamán nagyobb, mint a kisugárzásé, a sugárzási mérleg pozitív, fordított esetben negatív.* (3)

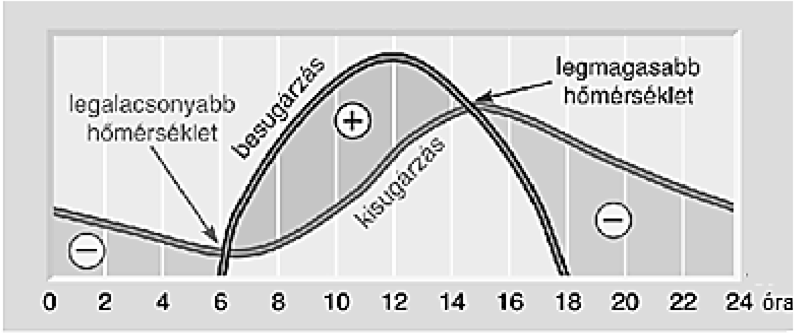



A késés magyarázatául elmondják, hogy a levegő a felszín közvetítésével melegszik fel, majd általában arra hivatkoznak, hogy a levegő felmelegedéséhez időre van szükség. A felszín felmelegedésének körülményeit nem részletezik. Ha (főként) a levegő lenne felelős a késleltetésért, a késleltetés közvetlen napsugárzás általi felmelegítés esetén is megjelenne, nem lehetne azt mondani, hogy azért van, mert a Nap nem közvetlenül melegíti fel a levegőt. Ha a tanulók ismernék a sugárzás törvényszerűségeit, világos lenne számukra, hogy a felszín addig melegszik, amíg a besugárzás nagyobb, mint a kisugárzás, a kisugárzás mértékét pedig a felszín hőmérséklete határozza meg. Így egyszerűen adódna, hogy a ki-és besugárzás ábráján a két görbe metszéspontjainak megfelelő időpontokban van a hőmérsékletnek szélsőértéke.

A 2017. májusi emelt szintű földrajz érettségi 5/2. feladata is erről a kérdésről szólt. A javítókulcs alapján az elvárt válasz már megköveteli annak ismeretét, hogy a kisugárzást a felszín hőmérséklete határozza meg.

**Feladat:** (b) (i) Mely időpontban éri a legnagyobb besugárzás a felszínt?
(ii) Miért nem ekkor mérjük a legmagasabb hőmérsékletet?

(c) A besugárzás mellett a kisugárzás is fontos tényező a hőmérséklet alakulásában.
(i) Mely időpontban a legnagyobb mértékű a kisugárzás a nap során?
(ii) Miért nem akkor a legnagyobb a kisugárzás, amikor a legnagyobb a besugárzás?
(iii) A nap során mely időszakban lesz a hőmérséklet alakulásának meghatározó tényezője?




A NAPI SUGÁRZÁSI MÉRLEG ÉS A HŐMÉRSÉKLET KAPCSOLATA

**Válasz:**

(b) (i) Délben/deleléskor. Ekkor érkeznek legnagyobb szögben a napsugarak a felszínre.
(ii) Mert a levegő a földfelszín közvetítésével melegszik fel, ami késlelteti a levegő felmelegedését

(c) (i) 14-16 óra között / 15 óra körül
(ii) Mert a kisugárzást a felszín által kibocsátott hősugárzás (a felszín hőmérséklete) határozza meg, és a felszín felmelegedéséhez időre van szükség.
(iii) Napnyugta és napkelte között / 18 óra után és 6 óra között (az ábra alapján) / az éjszaka folyamán.

## 7.3 A hőmérsékleti sugárzás tanítása

Bár a napsugárzás földrajzkönyvi tárgyalása más témakörökéhez képest több mennyiségi kijelentést tartalmaz, ezek megértése a háttérben levő fizikai törvények ismerete nélkül csak erősen korlátozott mértékben lehetséges. A tankönyvek azonban láthatóan kerülik az összefüggések pontos megfogalmazását, megelégszenek az olyan megállapításokkal, mint például hogy a „felmelegített földfelszín – miután viszonylagosan alacsony hőmérsékletű – csak hosszabb hullámú sugarakat tud kibocsátani.”

Megállapítható tehát, hogy a mélyebb megértéshez a hőmérsékleti sugárzás törvényszerűségeinek ismerete vezethet el. A Stefan–Boltzmann-törvénnyel és a Wien-törvénnyel kiegészített kvantitatív tárgyalás lehetőséget nyújt számolások elvégzésére is, ezáltal nemcsak a földrajzból tanultak nyernek értelmet, de hatékonyan segíti az energia–teljesítmény–intenzitás fogalomkört általában övező bizonytalanság és félreértések eloszlatását is. Biztosabb alapot nyújt továbbá ahhoz is hogy az atomfizikához elérkezve a tanulók megértsék, miben is volt korszakalkotó Planck feltételezése.

E célokat szem előtt tartva olyan feladatokat gyűjtöttem össze, melyek értelmezése és megoldása a tanulótól megkívánja az energia-, teljesítmény- és intenzitásfogalom megkülönböztetését, témájukban pedig a Nap (illetve általában a csillagok), valamint a földfelszín sugárzásához kapcsolódnak.

### 7.3.1 A Nemzetközi Érettségi tapasztalatai és a hazai adottságok

Munkámat nem kellett a nulláról kezdenem, hiszen rendelkezésemre állt egy jól bevált példa. Iskolánkban ugyanis a hazai rendszerű oktatás mellett folyik Nemzetközi Érettségi felkészítés is. A Nemzetközi Érettségi Program több, mint vizsgarendszer, részletes tematikája és követelményrendszere van. Tananyagában hagyományosan szerepelnek a feketetest-sugárzás törvényei: a Stefan-Boltzmann törvény és a Wien-féle eltolódási törvény, illetve az intenzitásnak a távolságnégyzettel fordítottan arányos csökkenése. Az elmúlt évtizedekben a sugárzás törvényei az Asztrofizika című választható témakörhöz tartoztak, az utóbbi években azonban megjelentek a mindenki számára kötelező tananyagban is, a Föld energiamérlegével kapcsolatban: [43].

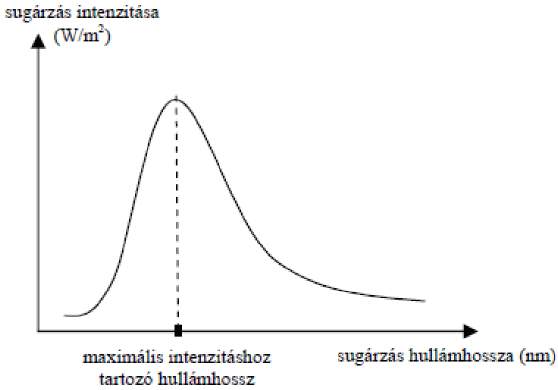
A sugárzás törvényeihez kapcsolódó számolásos feladatok megértéséhez és megoldásához a fogalmak pontos ismeretére van szükség. Iskolánkban, (és a Nemzetközi Érettségi vizsgáztatójaként szerzett tapasztalataim szerint világszerte) a tanulók rendre jól teljesítenek az erre az anyagrészre épülő vizsgafeladatok megoldása során.

Az itthoni középiskolai kötelező fizika-tananyagban a csillagászat fejezetben szerepelnek asztrofizikai ismeretek. Ezek azonban érintőlegesek, semmiképpen sem olyan mélységűek, mint a Nemzetközi Érettségi program tematikája, amelynek a feladatmegoldás is természetes része. A középiskolai fizikatanárok képzésében ugyanakkor mindez szerepel. Ilyen feladatok tehát könnyen beépíthetők a hazai oktatásba is, hiszen a csillagászat általában érdekli a tanulókat, és a két törvény kimondásán kívül minden előismeret szerepel a tananyagban.

A témában rejlő lehetőségeket tehát érdemes kiaknázni: a Nemzetközi Érettségi programban régóta alkalmazott középiskolai feldolgozás is mutatja, hogy az asztrofizika témaköre alkalmas figyelemfelkeltésre, az ismeretek színesítésére, a tanultak alkalmazására, hiszen sok ponton, új összefüggésekbe helyezve kapcsolódik a fizika tananyag kötelező fejezeteihez (hullámok, optika, hőtan, magfizika, stb.) A feladatok arra is segítenek rácsodálkozni, hogy mennyi mindent megtudhatunk a csillagok fizikai és kémiai tulajdonságairól, pedig a róluk érkező sugárzáson kívül más információforrás nem áll rendelkezésünkre.

Ugyancsak a feladatmegoldás szükségességét támasztja alá, hogy a sugárzási törvények már a hazai fizika érettségiben is megjelentek: A 2013. májusi idegen nyelvű középszintű vizsga 3/A feladatában (7.1 ábra) például szerepelt a Wien-törvény. A feladat a törvényt nem mondta ki, az összefüggést a megadott adatok ábrázolásával kellett megjeleníteni. A d) kérdés arra vonatkozott, hogy a felsorolt csillagok közül melyeket látjuk vörösnek. Ez a kérdés nehéznek bizonyult: nem segített a Planck-eloszlást mutató vázlatos ábra, ugyanis sokan nem gondoltak arra, hogy azt a csillagot is vörösnek látjuk, amelynek sugárzási maximuma az infratartományba esik.

**3/A A tapasztalatok szerint a csillagok forró felszíne az elektromágneses spektrum széles tartományában bocsát ki ún. hőmérsékleti sugárzást. A sugárzás intenzitása a sugárzás hullámhosszától függ, ahogy ezt a mellékelt ábra mutatja.**




**Az ún. Wien-féle eltolódási törvénynek megfelelően a csillagfelszín hőmérséklete szoros összefüggésben van azzal a hullámhosszal, amelynél a kibocsátott hőmérsékleti sugárzás intenzitása maximális. Az alábbi táblázatban néhány csillag felszíni hőmérsékletének értéke, valamint a csillagra jellemző maximális intenzitású hőmérsékleti sugárzás hullámhossza található.**

a) Ábrázolja grafikonon a táblázatban található hőmérsékletadatokat ($T_{felszín}$) a maximális intenzitáshoz tartozó hullámhossz ($\lambda_{max}$) függvényében!
Az ábrázolt pontok segítségével vázolja föl a csillagokra jellemző $T_{felszín}$–$\lambda_{max}$ görbét!
b) Becsülje meg a görbe alapján a Nap felszíni hőmérsékletét, ha a sugárzásának intenzitása a $\lambda_{max} = 5\cdot10^{-7}$ m hullámhossznál maximális!
c) Mely csillagok sugároznak maximális intenzitással az ultraibolya tartományban?
d) Az itt felsorolt csillagok közül melyeket látjuk vörösnek?

| A csillag neve | Felszíni hőmérséklete ( K ) | $\lambda_{max}$ ($10^{-7}$ m) |
|---|---|---|
| Achernar | 15000 | 1,9 |
| Arcturus | 4300 | 6,7 |
| Betelgeuse | 3500 | 8,3 |
| Deneb | 8500 | 3,4 |
| Proxima Centauri | 3000 | 9,7 |
| Rigel | 11000 | 2,6 |
| Sirius | 9900 | 2,9 |
| Spica | 22400 | 1,3 |

**A látható fény színképe**

| | |
|---|---|
| ibolya | 380–450 nm |
| kék | 450–495 nm |
| zöld | 495–570 nm |
| sárga | 570–590 nm |
| narancs | 590–620 nm |
| vörös | 620–780 nm |

**7.1 ábra. Érettségi feladat**

## 7.3.2 Számolásos feladatok a hőmérsékleti sugárzás tanításához

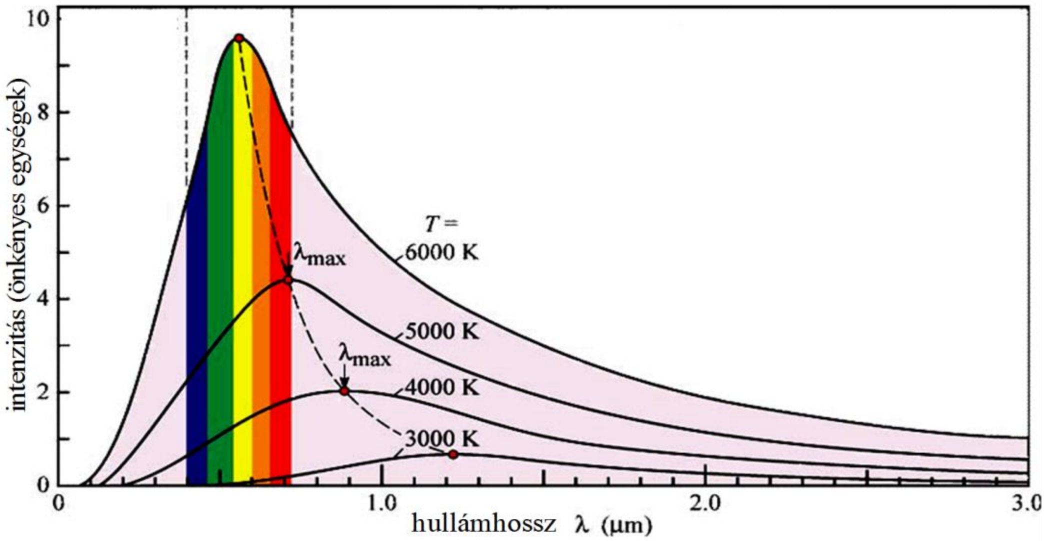
Az alábbiakban felsorolt példák a sugárzási törvények feladatokban való alkalmazását mutatják be. A feladatok összeállításához felhasználtam a Nemzetközi Érettségi feladatait, de gyűjtöttem feladatokat angol nyelvű csillagászat tankönyvekből is, és ahol szükségesnek láttam, a csillagászati szakszókincset minimálisra csökkentve módosítottam őket, illetve saját feladatokkal egészítettem ki. (Mivel a feladatok csak a hazai középiskolai oktatásban újak, bármely angol nyelvű egyetemi bevezető kurzusban fellelhető sok hozzájuk hasonló feladat, az egyes feladatoknál − két kivétellel − nem láttam szükségesnek megjelölni a forrást.)

A feladatcsokrok előtt bekeretezve rendre bemutatom a diákok számára a feladatokhoz nyújtandó (igen csekély mennyiségű) további ismeretet, így látható, hogyan épülnek a feladatok (egymásra és) fokozatosan bővülő ismeretanyagra, vaamint röviden ismertetem a feladatok didaktikai motivációját, és utalok az esetenként felmerülő problémákra. A feladatcsokrok után közölt megoldások a felhasznált összefüggéseket csak tömören említik. A számolások ugyanakkor részletesebben szerepelnek, mutatva, hogy nem munkaigényesek, és komolyabb matematikai előképzettségre sincs hozzájuk szükség.

## FELADATOK A WIEN-TÖRVÉNY ALKALMAZÁSÁRA

**Abszolút fekete test**
Idealizált test (mint például a súrlódásmentes asztal), amely a rá eső sugárzást teljes egészében elnyeli, semennyit sem ver vissza belőle.

**Feketetest-sugárzás**
Az abszolút fekete test egységnyi felülete által kibocsátott teljesítmény hullámhosszak szerinti eloszlása csak a felület hőmérsékletétől függ. Az ábra az egységnyi hullámhossz-intervallumban kibocsátott intenzitást mutatja a hullámhossz függvényében.



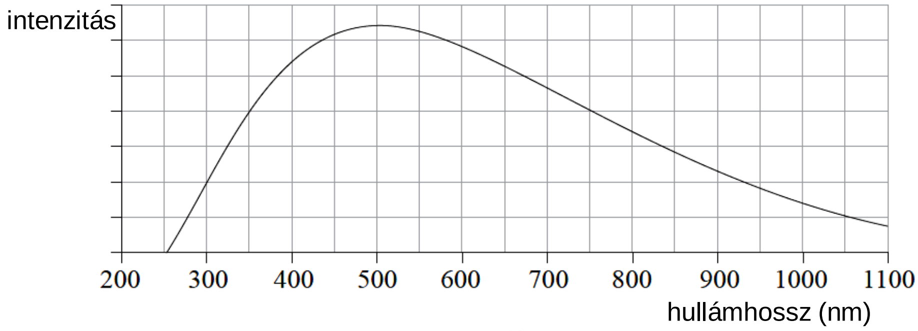

**Wien-féle eltolódási törvény**
A feketetest maximális intenzitású sugárzásához tartozó $\lambda_{\max}$ hullámhossz fordítottan arányos az abszolút hőmérséklettel: Méterben kifejezve

$$\lambda_{\max} = \frac{2{,}90 \cdot 10^{-3}}{T}.$$

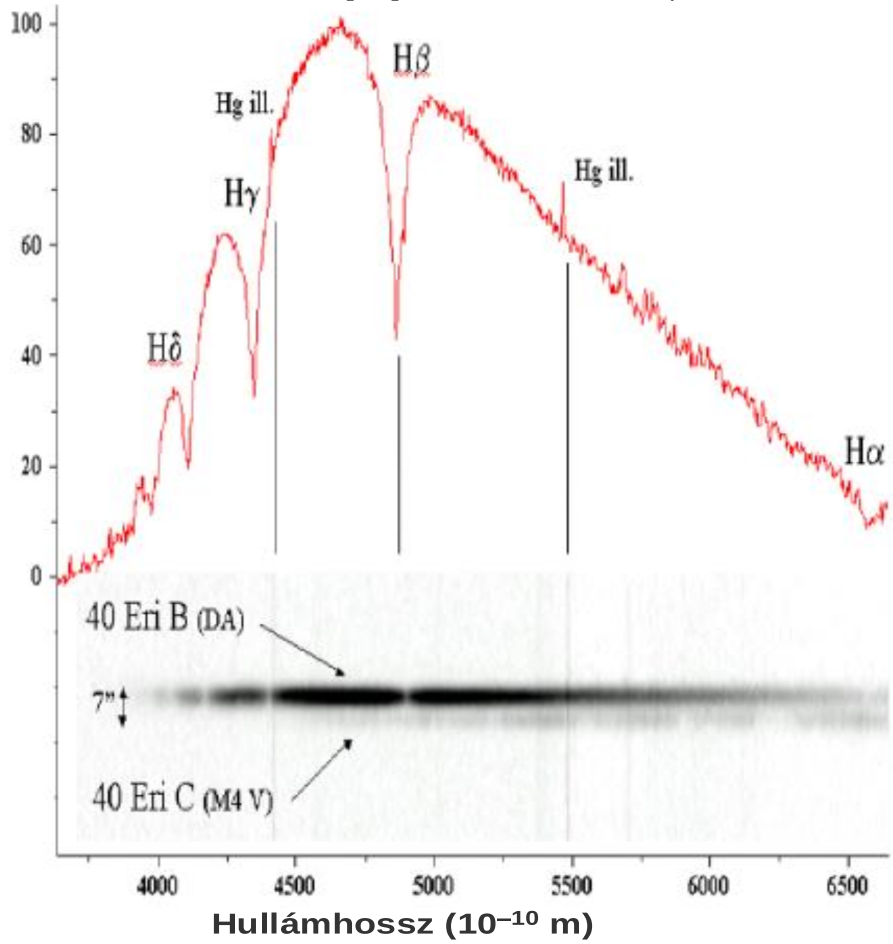
**Csillagok effektív (felszíni) hőmérséklete**
A csillagok igen jó közelítéssel abszolút fekete testként viselkednek. A csillag effektív hőmérséklete az a hőmérséklet, amilyen hőmérsékletű fekete testnek a csillag által kibocsátott fény hullámhosszak szerinti eloszlása megfelel. Szigorú értelemben véve a csillagoknak nincs „felszíne”, mégis használjuk ezt a fogalmat, mert a fény egy jól meghatározott rétegből, az úgynevezett fotoszférából érkezik hozzánk.

Egyszerű bevezető feladatok: Az 1. feladat mindössze a grafikonon megadott információ értelmezését kívánja, a 2. feladat lényegében ugyanez, annyi nehezítéssel, hogy egyszerű ábra helyett valódi mérési eredményeket mutat, így a feladat megoldásához nem szükséges, „zavaró" információk is vannak rajta. A 3. feladatot a fentebb említett érettségi feladat problémásnak bizonyuló kérdése motiválta.

**1.** Az ábrán a Nap feketetest-spektruma látható. Az ábra alapján határozd meg a Nap effektív hőmérsékletét.




**2.** Az ábrán a 40 Eridani B nevű fehér törpe spektruma látható. Mennyi a 40 Eridani B hőmérséklete?




http://spacemath.gsfc.nasa.gov

**3.** A Deneb a Hattyú csillagkép legfényesebb csillaga (α Cygni). Effektív hőmérséklete 10 500 K. Az Antares szuperóriás csillag a Skorpió csillagképben (α Scorpi). Effektív hőmérséklete 3000 K. Melyiket milyen színűnek látjuk?

## A FELADATOK MEGOLDÁSA

**1.** A maximumhoz tartozó hullámhossz 500 nm, így $T = \dfrac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{5{,}0 \cdot 10^{7}} = 5800\,\mathrm{K}$.

**2.** A görbe maximuma 4650 angström hullámhossznál van, ezért $T = \dfrac{2{,}897 \cdot 10^{-3}}{4{,}65 \cdot 10^{-7}} = 6200\,\mathrm{K}$

**3.** Deneb: $\lambda_{\max} = \dfrac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{10500} = 280\,\mathrm{nm}$ (ultraibolya), a spektrum látható részét kéknek érzékeljük.

Antares: $\lambda_{\max} = \dfrac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{3000} = 970\,\mathrm{nm}$ (infravörös), a spektrum látható részét vörösnek érzékeljük.

## FELADATOK A TELJESÍTMÉNY (LUMINOZITÁS) ÉS INTENZITÁS, VALAMINT A NAPÁLLANDÓ ALKALMAZÁSÁRA

**Csillag luminozitása**
A csillag teljes felületén kisugárzott teljesítmény (időegység alatt kisugárzott energia).
Mértékegysége tehát 1 J/s = 1 W.
A Nap luminozitása $L_{\mathrm{Nap}} = 3{,}90 \cdot 10^{26}$ W.

**Intenzitás**
Az intenzitás fogalma egységnyi felületen egységnyi idő alatt átáramló energiát jelent, mértékegysége ezért 1 J/(s·m$^2$) = 1 W/m$^2$.
Az $L$ luminozitású (teljesítményű) csillagtól $d$ távolságban ez a teljesítmény $A = 4\pi \cdot d^2$ felszínű gömbfelületen halad át, így a csillag sugárzásának intenzitása $d$ távolságban

$$I = \frac{L}{4\pi \cdot d^2}.$$

**Napállandó**
A napállandó a napsugárzás intenzitása a Föld távolságában ($d = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m). Értéke $S = 1370$ W/m$^2$.

A Wien-törvényén túl itt már alkalmazni kell a teljesítmény és intenzitás fogalmát is. (A „luminozitás” kifejezés mellőzhető, mondhatunk helyette következetesen teljesítményt. ) Megjelenik a távolságnégyzet szerinti csökkenés. Az 1. és 2. feladat a jelenség, valamint a fogalmak jelentésének átgondolását kívánja. A 3. feladat egyszerű behelyettesítés. A 4. feladat mindössze annyival nehezebb, hogy fényévben kéri az eredményt. Az 5. feladat gyakorlati alkalmazás: a napállandónak a napsugárzás energiájának hasznosításában játszott szerepére mutat rá. A 6. feladat a napállandó mérésére irányuló mérési feladat. Az interneten napállandó-mérést keresve a források többnyire *Jarosievitz Beáta* 2003-as, több iskola részvételével zajló méréséhez kalauzolnak minket [44]. Ő a résztvevő iskoláknak adott a méréshez két egyforma alumíniumkockát, amelyek a hőmérők számára furattal voltak ellátva. Mivel ez a mérés jelentős technikai felkészültséget igényel, más megoldást kerestem a napállandó meghatározására. A feladat javaslatot tesz a megvalósítás módjára, de természetesen más módszer is lehetséges. (Alább, a megoldásokban bemutatok egy diák által alkalmazott alternatív megközelítést is.)

**1.** Egy $P$ teljesítménnyel sugárzó test sugárzásának intenzitása a testtől $d$ távolságra levő helyen $I = \frac{P}{4\pi d^2}$. Milyen feltételezés(ek)re van szükség ehhez az eredményhez?

**2.** A Föld távolságában a Nap sugárzásának intenzitása körülbelül 1400 W/m$^2$ (napállandó). Miért van az, hogy a Föld felszínére (a légkör tetejére) beeső átlagos intenzitás csak 350 W/m$^2$.

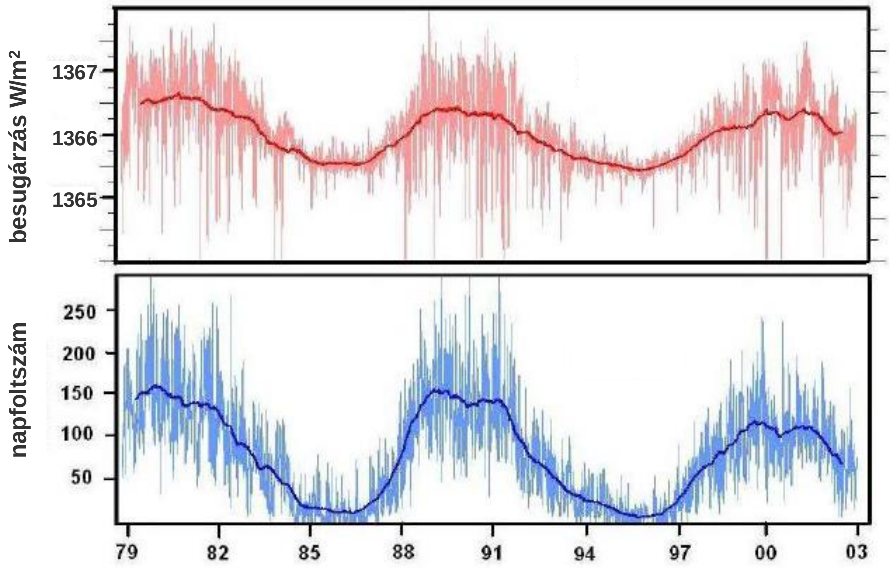
**3.** A Nap luminozitása $3{,}9 \cdot 10^{26}$ W, távolsága $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m. Mutasd meg, hogy a napállandó értéke körülbelül 1400 W/m$^2$.

**4.** A Ross 128 nevű csillag luminozitása $1{,}1 \cdot 10^{21}$ W, fényének intenzitása a Föld távolságában $7{,}9 \cdot 10^{-15}$ W/m$^2$. Hány fényév a Földtől való távolsága?

**5.** Az alábbi két grafikon a Földre (a magaslégkörre) érkező napsugárzás intenzitásának, illetve a napfoltok számának változását mutatja 25 éven keresztül.
(A vékony vonalak a napi értékek ingadozásait, a vastag vonalak az éves futóátlagokat mutatják.)
(a) A grafikonok alapján milyen összefüggés állapítható meg a besugárzás intenzitása és a napfoltok száma között?

(b) Körülbelül mennyi volt az átlagos intenzitás (napállandó)? Mekkora az éves átlag ingadozása a napfoltciklus alatt?

(c) Valaki 1985-ben napelemeket szerelt a háza tetejére, és segítségükkel az év folyamán összesen 3000 kWh elektromos energiát termelt. Ha feltételezzük, hogy a talajszinten mért intenzitás a magaslégkörihez hasonlóan változik, körülbelül mennyivel több elektromos energiát termelhetett ugyanez a rendszer 1989-ben, mint 1985-ben?



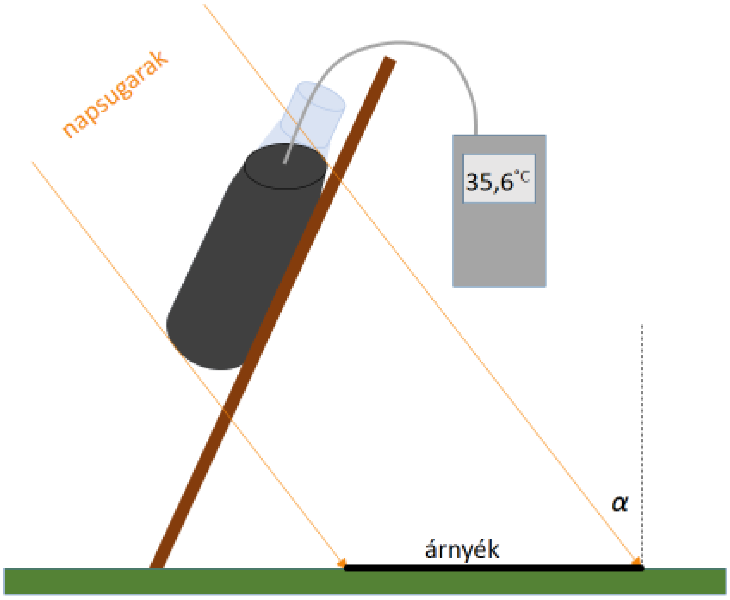

http://spacemath.gsfc.nasa.gov

**6.** A Földre (a magaslégkörre) érkező napsugárzás átlagos intenzitását napállandónak nevezzük. Ennek a feladatnak a célja a napállandó megmérése.

(a)

- Kisméretű, vékony falú átlátszó műanyag flakont tölts meg ismert mennyiségű vízzel. (Megfelel például a mindenki által ismert egydecis mézes flakon.) Nem kell színültig tölteni, férjen bele a hőmérő is.
- A vizet fekete tintával fesd meg. (A mézes flakon például egy töltőtollpatronnyi tintától elég fekete lesz.)
- Ha a flakont átlátszó ragasztószalaggal egy pálcához rögzíted, a pálca földbe szúrásával könnyen elhelyezhető a kívánt helyen, a kívánt szögben.
- Szükség van tizedfokokat kijelző hőmérőre: digitális multiméter, vagy kültéri szenzorral rendelkező háztartási hőmérő megfelel. (Ha nem szeretnéd tintás vízbe mártogatni, becsomagolhatod a szenzort háztartási fóliába.)

- A flakont a bele helyezett hőmérő szenzorral először tartsd az árnyékban, amíg felveszi a környező levegő hőmérsékletét.
- Ezután tedd ki a napra, és fél percenként vagy percenként olvasd le a hőmérsékletét. 15–20 percig valószínűleg elég folytatni.
- A flakon sötét részének árnyékát a talajra terített papíron rajzold körül. Szükséged lesz az árnyék területének meghatározására, ezt kockás papír vagy milliméterpapír használata megkönnyíti.
- Mérd meg vagy nézz utána, hogy mérésed idején mekkora volt a napsugarak beesési szöge.



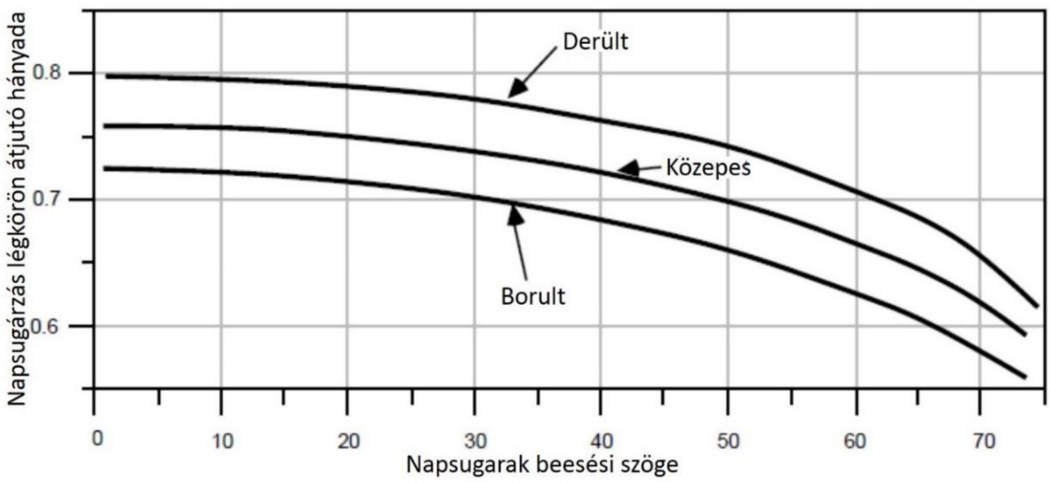

(b) Ábrázold grafikonon a hőmérséklet-adatokat az idő függvényében. A grafikon meredeksége csökken: amikor a tintás víz már lényegesen melegebb a környezeténél, több hőt ad le a környezetnek. Ezért csak a grafikon kezdeti, egyenesnek látszó szakaszát használd: Illessz rá egyenest, és határozd meg a $\Delta T$ hőmérsékletváltozást és az eltelt $\Delta t$ időt.

(c) Számítsd ki az egyenes szakasznak megfelelő hőmérsékletváltozáshoz szükséges hőmennyiséget.

(d) Számítsd ki az árnyék területét. Az árnyék területéből és a napsugarak beesési szögéből határozd meg a tintás vizet érő napsugárnyaláb keresztmetszetét.

(e) Feltételezve, hogy a tintás víz feketetestnek tekinthető, a kapott eredményekből határozd meg a flakont érő napsugárzás intenzitását.

(f) A kapott érték még nem a napállandó, hiszen a Földre megérkező napsugárzás nem mind jut át a légkörön. Az átjutó hányad függ attól, hogy a méréskor mennyire volt derült, tiszta, vagy éppen borult, párás idő. Ugyancsak függ attól, hogy milyen vastag levegőréteg volt a napsugarak útjában, vagyis a napsugarak beesési szögétől.
Az alábbi grafikon segítségével korrigálva a mérési eredményt, határozd meg a napállandó értékét.




http://sbo.colorado.edu/SBO_OLD_SITE/sbo/manuals/apsmanuals/suntemp.pdf

# A FELADATOK MEGOLDÁSA

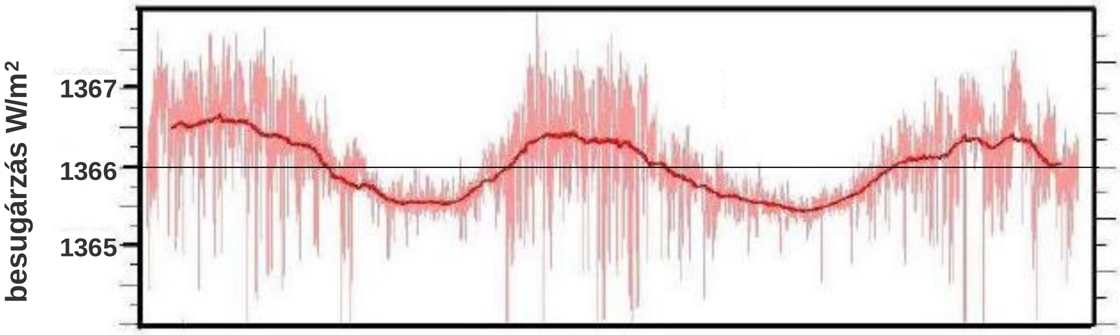
**1.** Feltételezzük, hogy a sugárzás intenzitása minden irányban ugyanakkora, és hogy a *d* távolság megtétele közben nincs elnyelődés.

**2.** Az *R* sugarú Földet a napból $R^2\pi$ keresztmetszetű henger alakú sugárnyaláb éri el, amely a forgó Földön hosszú idő átlagában $4R^2\pi$, vagyis 4-szer akkora felszínen oszlik el. Az átlagos intenzitás tehát 1400 W/m$^2$ /4 = 350 W/m$^2$.

**3.** $S = \dfrac{L_{\mathrm{Nap}}}{4\pi \cdot d^2} = \dfrac{3{,}9 \cdot 10^{26}}{4\pi \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^2} = 1400 \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$ .

**4.** Az *L* luminozitás, *d* távolság és *I* intenzitás $I = \dfrac{L}{4\pi d^2}$ összefüggéséből $d^2 = \dfrac{1{,}1 \cdot 10^{21}}{4\pi \cdot 7{,}9 \cdot 10^{-15}}$ , ahonnan $d = 1{,}05 \cdot 10^{17}$ m = 11 fényév.

**5.** (a) Az intenzitás követni látszik a 11 éves napfoltciklust. Erősebb napfolttevékenység idején nagyobb az intenzitás.
(b) Az átlag kb 1366 W/m$^2$, a legnagyobb eltérés kb. ±0,5 W/m$^2$.



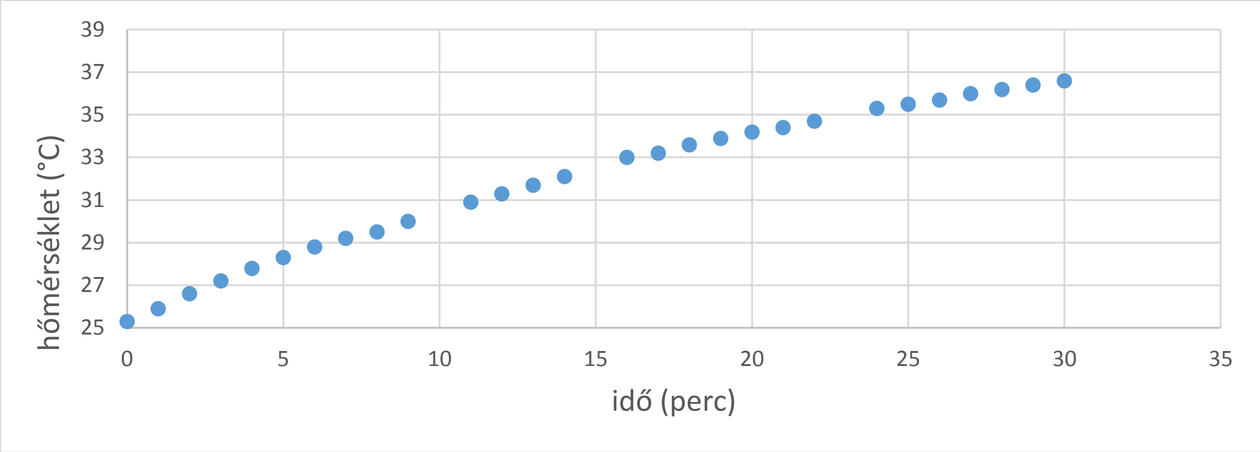

(c) 1985-ben minimum volt, 1989-ben maximum, az eltérés kb. 1 W/m$^2$.

A többlettermelés $3000 \cdot \dfrac{1}{1366} \approx 2\mathrm{kWh}$ .

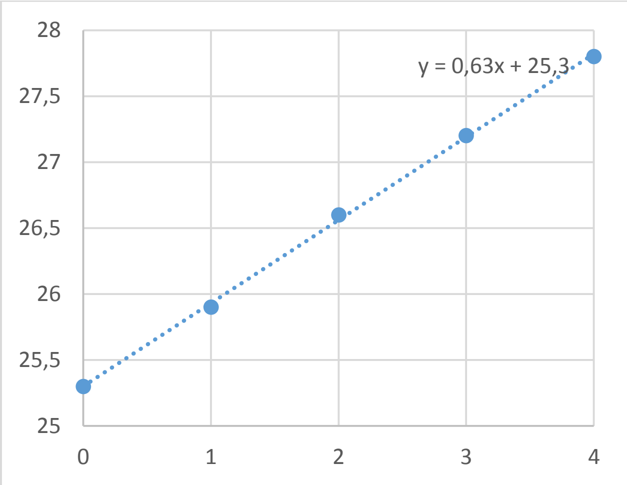
**6.** **/1. megoldás:** Először a saját megoldásomat ismertetem.
(a) Az alábbi táblázat és az azt követő grafikon egy mézes flakonba töltött 80 g tömegű víz melegedését mutatja augusztus 15-én déli 1 óra körül.

| *t* (perc) | *T* (°C) |
|---|---|
| 0 | 25,3 |
| 1 | 25,9 |
| 2 | 26,6 |
| 3 | 27,2 |
| 4 | 27,8 |
| 5 | 28,3 |
| 6 | 28,8 |
| 7 | 29,2 |
| 8 | 29,5 |
| 9 | 30 |
| 11 | 30,9 |
| 12 | 31,3 |
| 13 | 31,7 |
| 14 | 32,1 |

| *t* (perc) | *T* (°C) |
|---|---|
| 16 | 33 |
| 17 | 33,2 |
| 18 | 33,6 |
| 19 | 33,9 |
| 20 | 34,2 |
| 21 | 34,4 |
| 22 | 34,7 |
| 24 | 35,3 |
| 25 | 35,5 |
| 26 | 35,7 |
| 27 | 36 |
| 28 | 36,2 |
| 29 | 36,4 |
| 30 | 36,6 |




(b) A grafikon első $\Delta t = 4$ perces szakaszán a hőmérsékletemelkedés $\Delta T = 2{,}5$ °C.




(c) $Q = cm\Delta T = 4190 \cdot 0{,}080 \cdot 2{,}5 = 838\text{J}$ .

(d) A körülrajzolt árnyék területe kockás papíron négyzeteket számolgatva 38,5 $cm^2$-nek adódott. A napsugarak hajlásszöge csillagtérképről leolvasva 65°, a beesési szög tehát $\alpha = 25°$. A sugárnyaláb keresztmetszete ebből $A = 38{,}5 \cdot \cos 25° = 34{,}4\ cm^2$.

(e) $cm\Delta T = I \cdot A \cdot \Delta t$ , ahonnan $I = \dfrac{838}{34{,}4 \cdot 10^{-4} \cdot 240} = 1015 \dfrac{\text{W}}{\text{m}^2}$ .

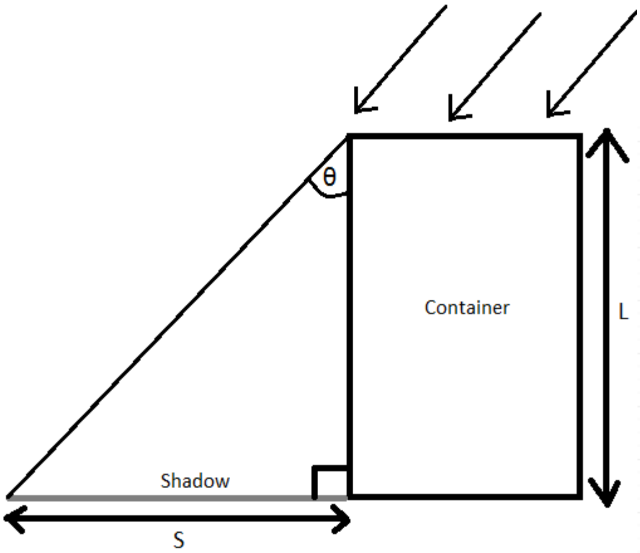
(f) A mérés idején az ég inkább derült volt, de kissé párás. A megadott grafikon alapján az átjutó hányadot 78%-nak becsülhetjük.

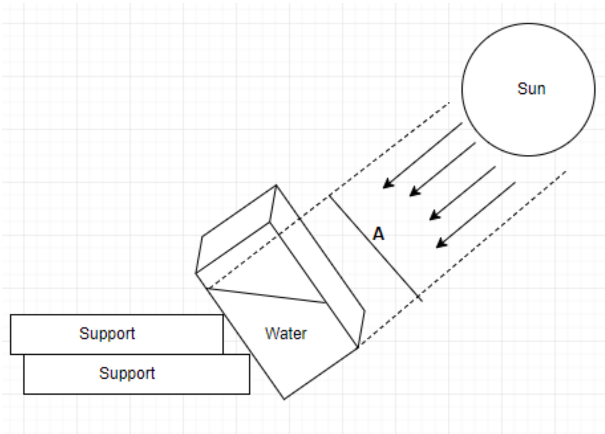
A napállandó kapott értéke $\dfrac{1015}{0{,}78} = (1300 \pm 100)\dfrac{\text{W}}{\text{m}^2}$ .

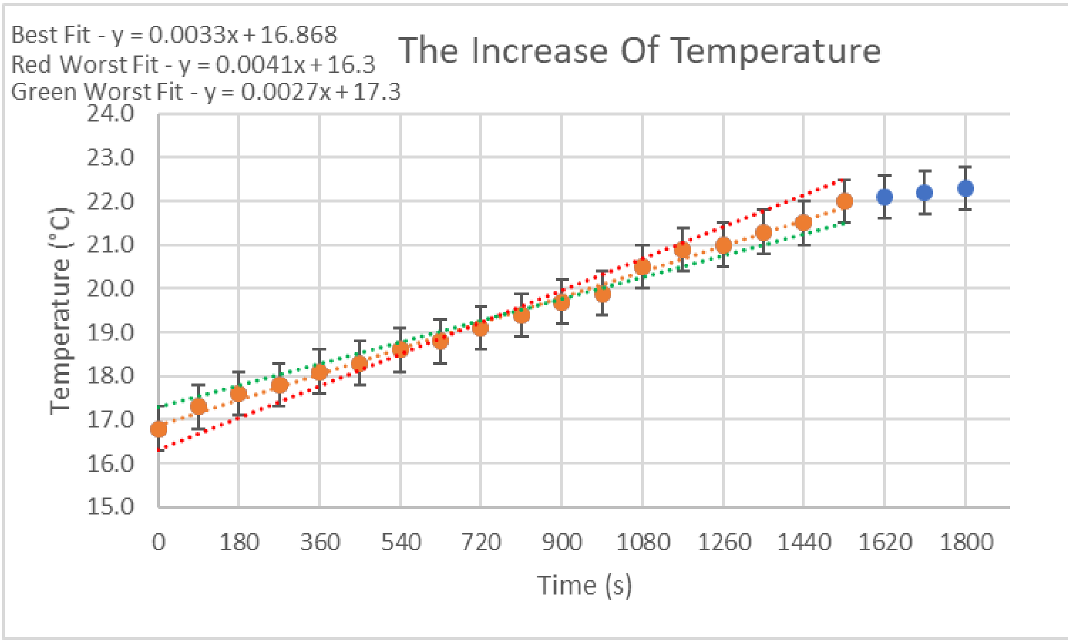
A hibát elsősorban a grafikon kezdeti meredekségének pontatlansága, valamint a tintás víz abszolút feketének tekintése okozza.

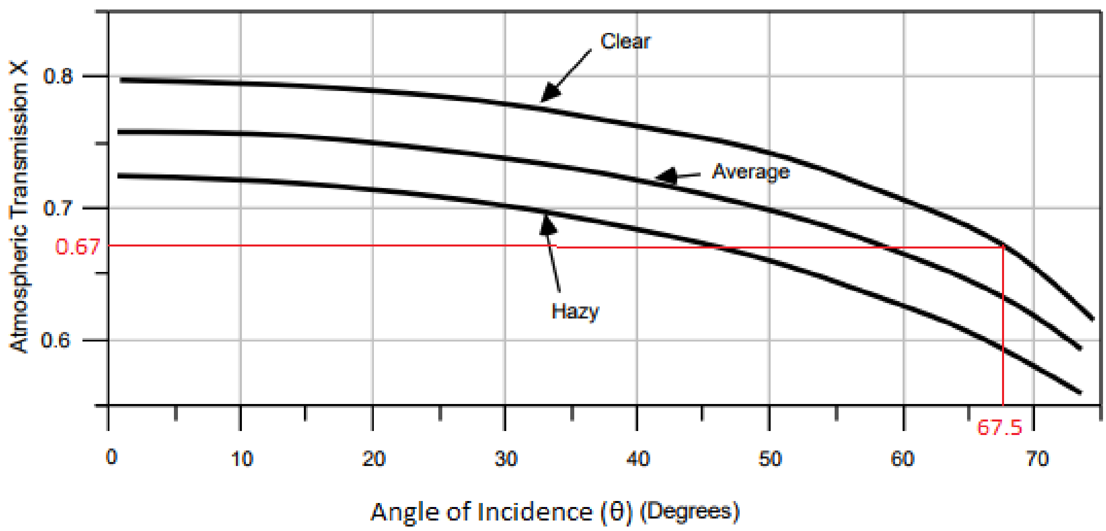
**6.** **/2. megoldás:** Diák megoldása (*Tatár Benedek 12 IB oszt. tanuló, 2017.*)

A tanuló a november eleji napsütésben végezte a mérést, és mézes flakon helyett egy hasáb alakú edényt használt, csillagtérkép helyett pedig az árnyék hosszából határozta meg a napsugarak beesési szögét. A beesési szög ismeretében a napsugarakra merőlegesen állította be az edény oldalát, majd meghatározta annak a téglalapnak a területét, amelyen át a napsugarak a tintás vízre érkeztek. Az alábbi ábrák és grafikon az ő mérési jegyzőkönyvéből valók.


θ
Container
L
Shadow
S


Sun
A
Water
Support
Support


Best Fit - y = 0.0033x + 16.868
Red Worst Fit - y = 0.0041x + 16.3
Green Worst Fit - y = 0.0027x + 17.3
The Increase Of Temperature
Temperature (°C)
24.0
23.0
22.0
21.0
20.0
19.0
18.0
17.0
16.0
15.0
0
180
360
540
720
900
1080
1260
1440
1620
1800
Time (s)


Atmospheric Transmission X
0.8
0.7
0.67
0.6
Clear
Average
Hazy
67.5
0
10
20
30
40
50
60
70
Angle of Incidence (θ) (Degrees)

**Megjegyzés:** A fenti feladatsorhoz, akárcsak a további feladatcsokrokhoz, több feleletválasztós és egy számolós ismétlő feladatból álló folytatás tartozik. Az órán tanultak elsajátítását ellenőrző feleletválasztós kérdések jól alkalmazhatók házi feladatnak, mert az anyagrész újbóli átgondolására késztetik a diákot.

## FELADATOK A STEFAN−BOLTZMANN-TÖRVÉNY ALKALMAZÁSÁRA

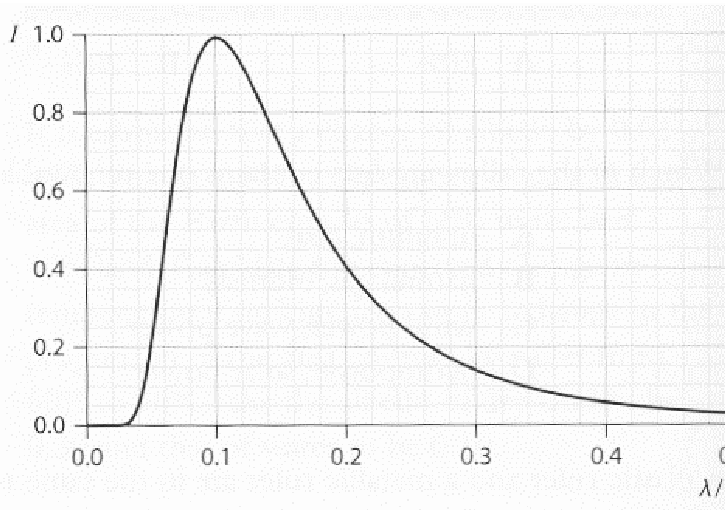
**Stefan–Boltzmann-törvény**
A feketetest egységnyi felületén kisugárzott összes teljesítmény (a fenti grafikon alatti terület) az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával arányos: $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$
A $\sigma$ Stefan–Boltzmann-konstans értéke $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/m²K⁴.

**A csillag luminozitása**
A csillag teljes felületén kisugárzott teljesítmény: $L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$
A Nap luminozitása $3{,}90 \cdot 10^{26}$ W.

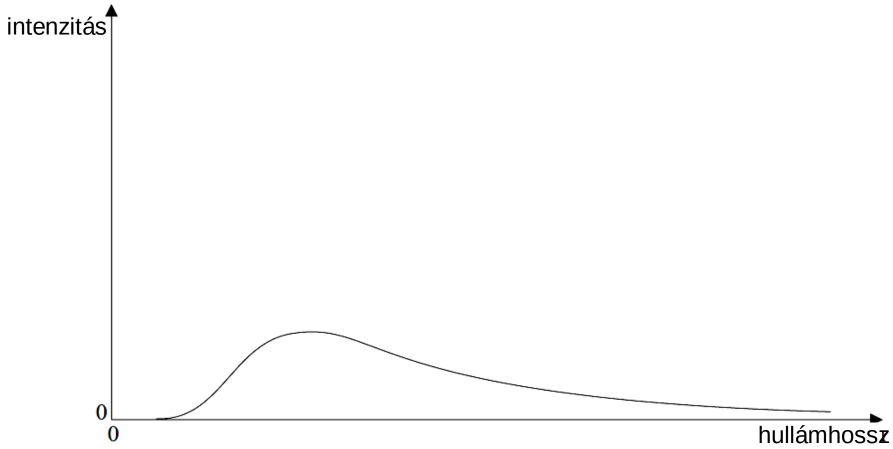
**Megjegyzés**: Hömöstrei Mihály [5] is ismerteti a Stefan−Boltzmann-törvény egy lehetséges bevezetését a dimenzióanalízis segítségével.

Az alábbi feladatokban már a Stefan−Boltzmann-törvény is megjelenik a csillagok sugárzásához kapcsolódóan. Az 1. és 2. feladat (az ismétlő kérdéseken kívül) csak a görbe maximumának és az alatta levő területnek az értelmezését célozza. A 3. feladatban Wien törvényét is alkalmazni kell. A 4. feladat azt segít tudatosítani, hogy a törvényben az abszolút hőmérséklet szerepel. A további feladatokban számolni kell a Stefan−Boltzmann-törvény segítségével, végül a két utolsó feladatban már megjelenik a Föld (illetve általában a bolygók) hőmérsékletének a problémája.

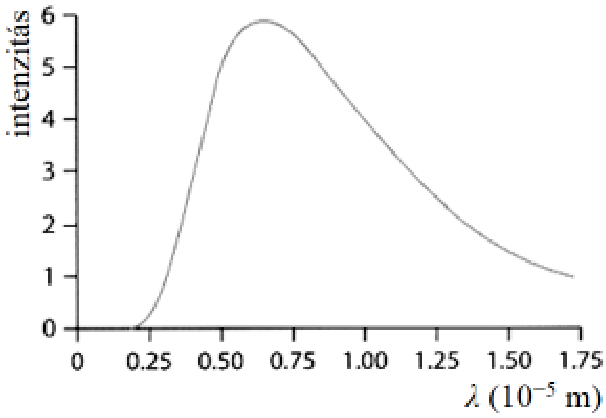
**1.** A grafikon egy fekete test által kibocsátott sugárzás intenzitásának hullámhossz szerinti eloszlását mutatja (önkényes egységekben). Rajzold be a fele ekkora hőmérsékletű test sugárzásának intenzitás-eloszlását.




**2.** (a) Mit nevezünk fekete testnek?
(b) Mondj példát olyan testre, amelynek sugárzása jó közelítéssel feketetest-sugárzás.
(c) Az ábrán egy 6000 K hőmérsékletű feketetest sugárzásának intenzitás-eloszlása látható. Rajzold be a 8000 K hőmérsékletnek megfelelő eloszlást.




**3.** Az ábrán egy fekete test által kibocsátott sugárzás hullámhosszak szerinti eloszlása látható.
(a) Mennyi a test hőmérséklete?
(b) Rajzold be az ábrába egy 300 K hőmérsékletű fekete test sugárzásának eloszlását.




**4.** (a) Hányszor akkora teljesítménnyel sugároz területegységenként egy 900 K hőmérsékletű fekete test, mint egy 300 K hőmérsékletű?
(b) Hányszorosára nő a kisugárzott teljesítmény, ha egy test hőmérséklete 100°C-ról 150°C-ra nő?

**5.** A Betelgeuse a képen látható Orionis csillagkép legfényesebb csillaga. Luminozitása $3{,}9 \cdot 10^{30}$ W, effektív hőmérséklete 3000 K.

(a) Mekkora a Betelgeuse sugara?

(b) Mekkora hullámhosszon sugároz a Betelgeuse maximális intenzitással?

(c) Milyen színű csillag a Betelgeuse? Melyik csillag lehet a képen?

**6.** Az Antares a Skorpió csillagkép legfényesebb csillaga. Kettős rendszer, fényesebbik csillaga az Antares A, amelynek effektív hőmérséklete körülbelül 3100 K. Kísérőjének, az Antares B-nek körülbelül 15 000 K az effektív hőmérséklete, luminozitása pedig 1/40 része az Antares A luminozitásának.
(a) Hányszor nagyobb sugarú az Antares A, mint az Antares B?
(b) Milyen színű az Antares?

**7.** A Nap által kisugárzott teljesítmény (a Nap luminozitása) $3{,}90 \cdot 10^{26}$ W.
A Nap sugara $6{,}96 \cdot 10^{8}$ m.
(a) A Nap felületének hány négyzetmétere sugároz 1000 MW teljesítménnyel?

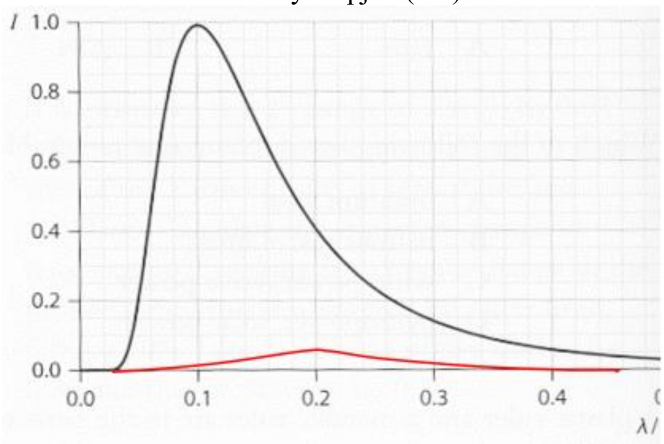
(b) Mennyi a megadott adatok alapján a Nap felszínének hőmérséklete?

(c) Egyes elméleti feltételezések szerint a Naprendszer kialakulásának egy korai stádiumában a Nap hőmérséklete 5000 K volt, sugara pedig a mainak 1,02-szorosa. Mennyi volt akkor a napállandó? (A Föld pályasugara ugyanennyi volt.)

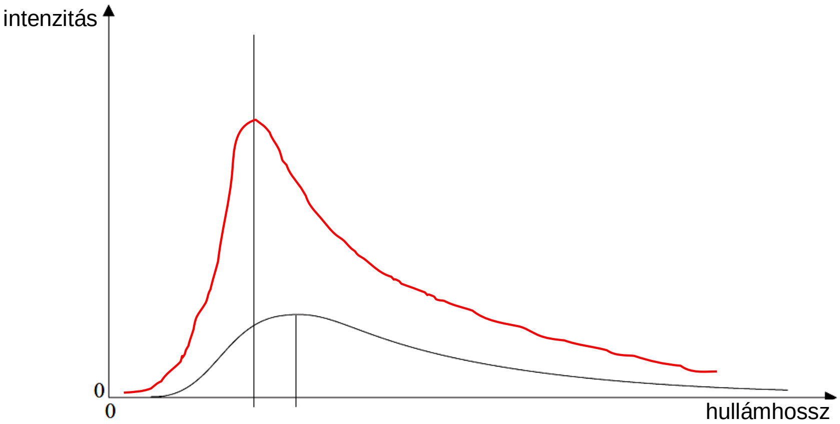
**8.** Képzeljük el, hogy lecsökken a *d* Nap–Föld távolság. Ekkor a Föld *T* hőmérséklete megnő. A napsugárzás Földre beeső hányada $1/d^2$-tel arányos, a Föld által kisugárzott teljesítmény pedig $T^4$-nel. A Föld átlagos hőmérséklete 288 K. Mennyivel nőne ez a hőmérséklet, ha a távolság 1%-kal csökkenne?

## A FELADATOK MEGOLDÁSA

**1.** A Wien-törvény alapján a maximális intenzitáshoz tartozó hullámhossz kétszer akkora, a görbe alatti terület pedig a Stefan–Boltzmann-törvény alapján $(1/2)^4 = 1/16$-szor kisebb.

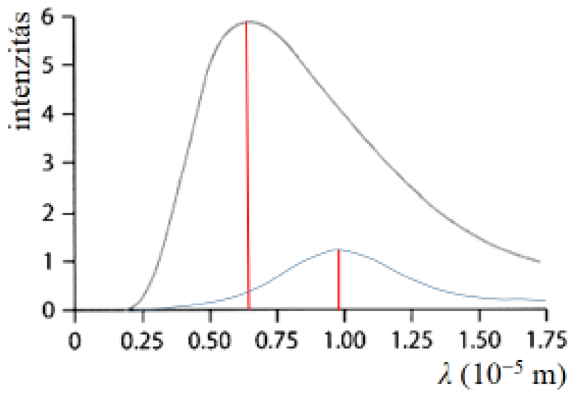



**2.** (c)




A hőmérséklet 4/3-szor nagyobb, ezért a Wien-törvény alapján a görbe maximumához tartozó hullámhossz 3/4-szer kisebb, a görbe alatti terület pedig a Stefan–Boltzmann-törvény alapján $(4/3)^4 = 3{,}16 \approx 3$-szor nagyobb.

**3.** (a) A maximális intenzitáshoz tartozó hullámhossz a grafikonról leolvasva $0{,}65 \cdot 10^{-5}$ m, a hőmérséklet Wien törvényéből $T = \dfrac{2{,}90 \cdot 10^{-3}}{0{,}65 \cdot 10^{-5}} \approx 450\text{K}$.




(b) 300/446 = 0,67, a hőmérséklet tehát kb. 2/3 részére csökken, a csúcshoz tartozó hullámhossz tehát másfélszeres, kb. $0{,}97 \cdot 10^{-5}$ m. A görbe alatti terület kb. $(300/446)^4 = 0{,}20$-szeresére, tehát ötödére csökken.

**4.** (a) $3^4 = 81$-szer. (b) $(423/373)^4 = 1{,}65$-ször.

**5.** (a) A Stefan–Boltzmann-törvényt alkalmazva $L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$

$$R = \sqrt{\frac{L}{\sigma \cdot 4\pi \cdot T^4}} = \sqrt{\frac{3{,}9 \cdot 10^{30}}{5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot 3000^4}} = 2{,}6 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$$

(b) $\lambda_{\max} = \dfrac{2{,}90 \cdot 10^{-3}}{3000} = 970\,\mathrm{nm}$ .

(c) Vörös (óriás). A kép bal felső csillaga.

**6.** (a) $\dfrac{L_A}{L_B} = \dfrac{\sigma \cdot 4\pi R_A^2 \cdot T_A^4}{\sigma \cdot 4\pi R_B^2 \cdot T_B^4} = 40$, ebből $\dfrac{R_A}{R_B} = \sqrt{40}\left(\dfrac{15000}{3100}\right)^2 = 150$-szer akkora.

(b) A színét a 40-szer nagyobb luminozitású Antares A határozza meg.

$$\lambda = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{3100} = 9{,}35 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m} = 935\,\mathrm{nm}$$

A 935 nm infravörös, az Antares színe tehát vörös (vörös szuperóriás).

**7.** (a) A Nap felületén $I = \dfrac{3{,}90 \cdot 10^{26}}{4\pi \cdot (6{,}96 \cdot 10^8)^2} = 6{,}41 \cdot 10^7 \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 64{,}1$ MW/m$^2$.

1000 MW-hoz 15,6 m$^2$ kell.

(b) $L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$, ebből $T = \sqrt[4]{\dfrac{L}{\sigma \cdot 4\pi R^2}} = \sqrt[4]{\dfrac{3{,}90 \cdot 10^{26}}{5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (6{,}96 \cdot 10^8)^2}} = 5800\,\mathrm{K}$ ,

vagy az (a) eredményből közvetlenül: $T = \sqrt[4]{\dfrac{6{,}41 \cdot 10^7}{5{,}67 \cdot 10^{-8}}} = 5800\,\mathrm{K}$ .

(c) $1370 \cdot \left(\dfrac{5000}{5800}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{1{,}02}{1}\right)^2 = 788 \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$ .

**8.** A *d* távolság 1%-os csökkenésével $1/d^2$ 2%-kal nő, vagyis a napállandó 2%-kal nő. A besugárzás 2%-os növekedése egyensúly esetén a kisugárzás 2%-os növekedését jelenti. Ha $T^4$ 2%-kal nő, akkor a *T* abszolút hőmérséklet 0,5%-kal nő: 288·0,05 = 1,4 K.

Vagy: Egyensúlyt feltételezve *T* arányos $1/\sqrt{d}$-vel, ezért $T' = \dfrac{T}{\sqrt{0.99}} = 289{,}5\,\mathrm{K}$ ,

a hőmérsékletnövekedés tehát 1,5 K.

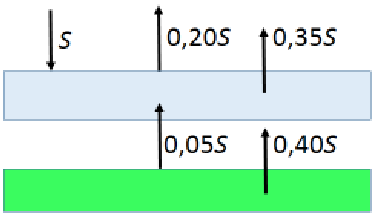
## FELADATOK AZ ALBEDÓ FOGALMÁNAK ALKALMAZÁSÁVAL

A fizika tananyagában nem, de a földrajzkönyvekben szerepel az albedó fogalma, amely a földrajzkönyvi magyarázat alapján is könnyen megérthető. Így felhasználhatjuk fizikafeladatok megoldásában is, egyszerű megközelítést kínálva a bolygók hőmérsékletének megértéséhez.

**Albedó**
A bolygók a rájuk eső napsugárzás energiájának egy részét visszaverik. A beeső sugárzás energiájának visszavert hányadát megadó dimenzió nélküli arányszám a planetáris albedó.
(A fekete test albedója tehát 0, a tökéletesen visszaverő felületé 1.)
A Föld albedója 0,3 körüli érték.

Az 1. feladat a fogalom megértését ellenőrzi, egyetlen nehézsége abban állhat, hogy felesleges információk is meg vannak adva. A 2. és 3. feladat is a fogalom egyszerű alkalmazása. A 4. feladat feleleveníti a korábban már végiggondolt 1/4-es szorzót. A 4. és 5. feladatok pedig elvezetnek a bolygók hőmérsékletének egyszerű becsléséhez és az üvegházhatás felismeréséhez. *Tasnádi Anikó* [43], [45] és Hömöstrei Mihály [5] is ismertetnek fokozatosan növekvő komplexitású klímamodelleket. Az itt bemutatott feladatok sora ott végződik, ahol az őáltaluk feldolgozott modellek kezdődnek, a feladatok így akár előkészítésül is szolgálhatnak e modellek tanításához.

**1.** Egy bolygó felszínére beeső napsugárzás intenzitása $S$. Az ábra szemlélteti a bolygó energiamérlegét: A légkör által visszavert intenzitás $0{,}20S$, a légkör által kisugárzott intenzitás $0{,}35S$. A felszín által visszavert intenzitás $0{,}05S$, a felszín által kisugárzott intenzitás $0{,}40S$. Mennyi a bolygó albedója?




**2.** Becslések szerint az albedó értékének 0,01-dal való csökkenése 1°C hőmérsékletemelkedést eredményez. A Föld felszínének egy nagy kiterjedésű tartománya 60%-ban víz, 40%-ban szárazföld. A szárazföld albedója 0,3, a vízé 0,1. Tegyük fel, hogy jégolvadás miatt a vízzel borított rész aránya 60%-ról 70%-ra nő. Mennyivel növekszik a régió átlaghőmérséklete?

**3.** A felszínre beeső napsugárzás átlagos intenzitása = 340 W m$^{-2}$. A földfelszín átlagos albedója 0,30. Az elmúlt évtizedekben jelentősen megnőtt a szén-dioxid mennyisége a Föld légkörében. Becslések szerint a szén-dioxid mennyiségének megkétszereződésének hatásai 0,01-dal csökkentik a Föld albedóját. Az adatok alapján becsüld meg, hogy ez a megkétszereződés mennyivel csökkenti a Föld által a világűrbe kisugárzott intenzitást.

**4.** (a) A Föld távolságában a napsugárzás intenzitása $S$ = 1380 W/m$^2$.
A Föld átlagos albedója $\alpha$ = 0,30.
Mutasd meg, hogy a Föld felszínéről visszavert sugárzás átlagos intenzitása körülbelül 100 W/m$^2$.
(b) Magyarázd meg, miért $\dfrac{S(1-\alpha)}{4}$ a földfelszín által elnyelt átlagos intenzitás, és számítsd ki az értékét.
(c) Mennyi a felszín által kibocsátott sugárzás átlagos intenzitása?

**5.** (a) A Nap sugárzási teljesítménye (luminozitása) $L = 3{,}90\cdot10^{26}$ W. Időátlagban mekkora a Naptól $r$ távolságra keringő (saját tengelye körül is forgó) bolygó egységnyi felületére egységnyi idő alatt beeső napsugárzási energia (vagyis a beeső intenzitás)?

(b) Mennyi az átlagos beeső intenzitás értéke a Földön, a Merkúron, a Vénuszon, illetve a Marson?

(c) A beeső sugárzás bizonyos hányadát (planetáris albedó) a bolygók visszaverik, a többi részét elnyelik.
Hőmérsékleti egyensúly esetén a bolygó az elnyelt teljesítménnyel azonos teljesítménnyel sugároz is energiát kifelé a világűrbe. Tegyük fel, hogy a kisugárzás szempontjából a bolygók feketetest módjára viselkednek. A (b) feladat eredményéből és a planetáris albedók táblázatból vett értékéből számítsd ki, mekkora hőmérsékletű feketetestként sugároz a világűr felé a fenti négy bolygó.

(d) A tényleges átlagos felszíni hőmérsékletek a következők:
Merkúr: 170°C, Vénusz: 460°C, Föld: +15°C, Mars: −65°C.
Mely bolygók esetében mutat ezzel jó egyezést a számított érték, és melyeknél nem? Mi lehet ennek az oka?

## A FELADATOK MEGOLDÁSA

**1.** Az összes visszavert hányad 0,20 + 0,05 = 0,25.

**2.** A visszavert hányad eredetileg $0{,}3\cdot0{,}4+0{,}1\cdot0{,}6=0{,}18$.
A megváltozott érték $0{,}3\cdot0{,}3+0{,}1\cdot0{,}7=0{,}16$. 0,02-dal kevesebb, ami 2°C hőmérsékletemelkedést jelent.

**3.** A visszavert intenzitás csökkenése $0{,}01\cdot340\approx3$ W/m$^2$.

**4.** (a) Korábban megállapítottuk, hogy forgó Föld felszínére beeső sugárzás átlagos intenzitása a napállandó negyede. A visszavert intenzitás tehát

$$\frac{\alpha S}{4}=\frac{0{,}30\cdot1380}{4}=100\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}.$$

(b) A légkör felszínére érkező átlagos intenzitás $\frac{S}{4}$, ebből visszaverődik $\frac{\alpha S}{4}$.

A földfelszín által elnyelt átlagos intenzitás a kettő különbsége: $\frac{S}{4}-\frac{\alpha S}{4}=\frac{S(1-\alpha)}{4}$.

$$\frac{S(1-\alpha)}{4}=\frac{1380\cdot0{,}70}{4}=242\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

(c) A kibocsátott intenzitás (egyensúlyt feltételezve) ugyanennyi.

**5.** (a) $r$ távolságban a napsugárzás intenzitása (napállandó) $S=\frac{L}{4\pi r^2}$

A sugárzás $R^2\pi$ keresztmetszeten át érkezik be, de a forgás miatt a bolygó $4R^2\pi$ felszínét éri, így a felszínen az átlagos intenzitás a napállandó negyede: $I_{\mathrm{be}}=\frac{S}{4}=\frac{L}{16\pi r^2}$

(b) A pályasugarakat behelyettesítve Merkúr: 2310 W/m$^2$.
Vénusz: 663 W/m$^2$.
Föld: 345 W/m$^2$.
Mars: 149 W/m$^2$.

(c) Ha $\alpha$ a planetáris albedó, akkor az elnyelt intenzitás $(1-\alpha)\frac{S}{4}$

Egyensúly esetén az elnyelt intenzitás egyenlő a kisugárzott intenzitással A bolygót $T$ hőmérsékletű fekete testnek tekintve::

$$I_{\mathrm{ki}} = \sigma \cdot T^4$$

$$(1-\alpha)\frac{S}{4} = \sigma \cdot T^4$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{(1-\alpha)S}{4\sigma}}$$

A bolygók albedója és számított hőmérséklete:

| | | |
|---|---|---|
| Merkúr: | 0,068 | 441 K (168°C) |
| Vénusz: | 0,770 | 228 K (−45°C) |
| Föld: | 0,306 | 255 K (−18°C) |
| Mars: | 0,250 | 211 K (−62°C) |

(d) A Merkúr és a Mars esetében jól közelítettük a valóságos hőmérsékletet, a Föld és a Vénusz esetében a számított érték sokkal alacsonyabb.
Ennek oka, hogy a számított érték az a hőmérséklet, amilyen hőmérsékletű feketetestként a bolygó a a világűrből nézve viselkedik, a világűr felé sugároz. A modell nem vette figyelembe, hogy a Földnek és a Vénusznak jelentős légköre van, a légkör pedig nemcsak kifelé, hanem a felszín felé is sugároz, így a felszín által elnyelt és kibocsátott intenzitás nagyobb az itt számítottnál (Ez az üvegházhatás.)

### 7.3.3 Tanítási tapasztalatok

A feladatokban való alkalmazás eredményeként az általam megfigyelt tanulók fogalomhasználata rendre következetesebbé és pontosabbá vált. Tudatosodott bennük, hogy nem mindegy, energiára, teljesítményre vagy intenzitásra hivatkoznak: ha nem tudjuk pontosan, hogy milyen mennyiségről van szó, nem tudjuk megoldani a feladatot. Ez a tudatosság megnyilvánult például abban is, hogy a későbbiekben sokszor kijavították magukat, amikor a nem megfelelő fogalommal próbáltak leírni egy jelenséget.

# 8.

# A tudástranszfer kiszélesítése: matematikaórán is feldolgozható fizikafeladatok [S1]

[A Napier-féle logaritmus] a számítások lerövidítésével
meghosszabbította a csillagászok életét.
(*Pierre Simon Laplace*)

## 8.1 Problémafelvetés: matematikából is kellenek gyakorlati feladatok

A fizika és a földrajz határán számos olyan témakör található, amely nemcsak lehetővé teszi, de meg is kívánja a tantárgyi együttműködést. Az eddigi fejezetekben magam is ennek a tudástranszfernek a megvalósítására tettem javaslatokat. Az általam ismertetett határterületi alkalmazások mindegyikében fontos szerepet kapott a mennyiségi megközelítés. Természetes módon kínálkozik tehát, hogy a tudástranszfert a mennyiségi tárgyalás eszköztárát nyújtó matematikára is kiterjesszük. Ebben a fejezetben a matematikatanítással való tantárgyi együttműködésnek egy lehetséges mozzanatát mutatom be.

A természettudományokban, így a földrajzban és a fizikában is megjelenő logaritmikus skálák megismerése szemléletformáló erővel bír, de feldolgozásukra a természettudományos tárgyak tanításában nemigen van idő. Matematikából azonban szintén szükség van gyakorlati jellegű feladatokra, ez a törekvés a matematika érettségin kitűzött feladatokban is rendre megmutatkozik. Figyelemre méltó például a 2011. októberi idegen nyelvű középszintű matematika érettségi 16. feladata, amelyben megadtak egy empirikus összefüggést a földrengések Richter-magnitúdója és a felszabaduló energia között:

**16.** Újsághír: *„Szeizmológusok számításai alapján a 2004. december 26-án Szumátra szigetének közelében kipattant földrengés a Richter-skála szerint 9,3-es erősségű volt; a rengést követő cunami (szökőár) halálos áldozatainak száma megközelítette a 300 ezret.”*
A földrengés Richter-skála szerinti „erőssége” és a rengés középpontjában felszabaduló energia között fennálló összefüggés: $M = -4{,}42 + \frac{2}{3}\lg E$.
Ebben a képletben $E$ a földrengés középpontjában felszabaduló energia mérőszáma (joule-ban mérve), $M$ pedig a földrengés erősségét megadó nem negatív szám a Richter-skálán.

**Megjegyzés:** Bár a képletnek a feladatban megkívánt alkalmazását nem befolyásolta, és ezáltal a középszintű vizsgázók túlnyomó részét feltehetően nem zavarta, meglepő az $M$ magnitúdó nemnegatív számként való definiálása.

## 8.2 Tudástranszfer lehetősége: csillagok magnitúdójához kapcsolódó feladatok

Az előző fejezetben tárgyalt sugárzási törvények a logaritmikus skálák terén is elősegíthetik a mélyebb megértést: Ha a csillagok luminozitásával foglalkozó feladatokat kiegészítjük a látszó és abszolút magnitúdó fogalmával, a tudástranszfert kiszélesítő feladatokat nyerhetünk. E célból a logaritmus fogalmának mélyebb megértését segítő feladatsorokat állítottam össze logaritmikus skálák alkalmazására. Mivel a magnitúdófogalomhoz sem a fúziós folyamatokat, sem a hullámterjedés mikéntjét nem kell érteni, az energia, teljesítmény és intenzitás fogalmán túl nem igényelnek kiterjedt előismereteket.

Ezekkel a feladatokkal sikerült felkeltenem a tanulók érdeklődését, és matematika-fakultációs órákon eredményesen alkalmaztam a csillagok magnitúdójával, csakúgy, mint a hangintenzitás-szintet leíró decibel-skálával kapcsolatos feladatokat. Az ilyen feladatok alkalmazása lehetővé teszi, hogy a (fizikaóráknál kevésbé szűkös) matematikaórákat is felhasználhassuk a teljesítmény–intenzitás fogalomkör tudatosítására, elmélyítésére. Mivel dolgozatomban a földrajz tantárggyal közös területeket járom körül, ezt a lehetőséget is csak a csillagászattal kapcsolatos feladatok példáján mutatom be. Hasonló feladat-összeállítást készítettem a decibel-skála megismertetésére is.

Fontos megjegyezni, hogy itt már elmélyítésről, nem pedig a fogalmak kialakításáról van szó, hiszen a logaritmus matematikából a 11. év anyagába tartozik, így a logaritmus tárgyalásakor ezek a fizikai fogalmak már rendelkezésre állnak. A feladatok tárgyalása az alábbiakban az előző fejezettel azonos módon történik.

### FELADATOK INTENZITÁSOK ÖSSZEHASONLÍTÁSÁRA A LÁTSZÓLAGOS MAGNITÚDÓ SEGÍTSÉGÉVEL

Az 1. feladatban csak arra az ismeretre van szükség, hogy egy magnitúdóval kisebb látszó fényesség $100^{1/5}$-szeres fényintenzitásnak felel meg. A 2. feladatban ugyanezt visszafelé kell alkalmazni, ez tehát már a logaritmusos összefüggés használatát kívánja. A 3. feladat ugyanerre az összefüggésre épül, de a fényességek hányadosa nincs közvetlenül megadva, más információból kell meghatározni. (További hasonló feladatokat készíthetünk, ha rávezetjük a tanulókat, hogy a szemünkbe vagy a távcső képérzékelőjére érkező teljesítmény a távcső átmérőjének négyzetével arányos.) A 4. feladat emlékeztet a matematika érettségin is szereplő „gyakorlati” feladatokra (lásd például a fent ismertetett földrengéses feladatot). Az 5. feladat arra hívja fel a figyelmet, hogy a logaritmikus skálán megadott értékeket nem szabad összeadni. A 6. és 7. feladatok megteszik az első lépést az abszolút magnitúdó fogalma felé.

**Látszó fényesség, fényrendek / magnitúdóskála**

A sugárzás intenzitása határozza meg, hogy milyen fényesnek látunk egy csillagot. Egy közeli, kisebb teljesítménnyel sugárzó csillag ugyanolyan fényes lehet, mint egy távoli, nagyobb teljesítményű (luminozitású) csillag. Hipparkhosz ókori görög csillagász hat osztályba, más néven fényrendbe (magnitúdó) sorolta a csillagokat: 1-essel jelölte a legfényesebbeket, 6-ossal a még éppen láthatóakat.

Távcsövek és műszerek híján a klasszikus fényességosztályozás az emberi szemmel való érzékelésre alapult, a 19. századi technika azonban már lehetővé tette a fényintenzitás mérését is.

Mérések azt mutatták, hogy két csillag között szemmel érzékelt egy magnitúdónyi fényességkülönbség esetén az intenzitások hányadosa adódik mindig ugyanakkorának, nem pedig a különbségük.

Egy $m$ = 1 magnitúdójú csillag fényének intenzitása kb. 100-szor bizonyult nagyobbnak egy $m$ = 6 magnitúdójú csillagénál. Hogy az ókor óta megszokott fényességosztályozáshoz minél jobban illeszkedjék, ezt fogadták el definíció gyanánt:

1 magnitúdónyi különbség esetén legyen az intenzitások hányadosa $\sqrt[5]{100} \approx 2{,}512$. (A nagyobb magnitúdóhoz tartozik a kisebb intenzitás!) Képlet formájában kifejezve

$$100^{\frac{m_1 - m_2}{5}} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$10^{\frac{2}{5}m_1 - m_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$m_1 - m_2 = \frac{5}{2}\lg\frac{I_2}{I_1}$$

Így természetesen $m$ nem szükségképpen egész, és lehet 6-nál nagyobb vagy 1-nél kisebb is.

**1.** (a) A szabad szemmel épp látható csillagoknál hányszor fényesebb a –1,47 magnitúdójú Sirius, illetve a Vénusz, amikor a látszólagos magnitúdója –4?
(b) Hányszor fényesebb a –12,5 látszó magnitúdójú telihold, mint a Vénusz –4,6 magnitúdójú maximális fényessége?
(c) 1975 augusztusában nóvát figyeltek meg a Hattyú (Cygnus) csillagképben.
Fényessége mindössze két nap leforgása alatt +15 magnitúdóról +2-re nőtt.
Hányszorosára nőtt a csillag által kisugárzott teljesítmény (a csillag luminozitása)?

**2.** (a) A Nap körülbelül 480 000-szer fényesebb, mint a telihold.
Mennyivel különbözik a látszó magnitúdójuk?
(b) Az RR Lyrae nevű változócsillag periodikusan duplájára növeli a fényességét, majd visszahalványul. Hány magnitúdóval változik a fényessége, amikor felfénylik?

**3.** A Vénusz maximális látszó fényessége eléri a –4,6 magnitúdót. A Vénusz felszínéről a rá eső fény 65%-a visszaverődik, vagyis a Vénusz albedója $\alpha$ = 0,65. Mennyi lenne a látszó fényessége

(a) ha a rá eső fényt teljesen visszaverné,
(b) ha albedója 0,3 lenne, mint a Földé.
(c) Tripla ablaküvegen keresztül nézzük az eget. Minden határfelületen visszaverődik a beeső fény energiájának 7%-a. Milyen fényrendűnek tűnik a maximális fényességű Vénusz az ablakon át?

**4.** Sok tényezőtől függ, hogy egy kisbolygó vagy üstökös mennyire látszik fényesnek a Földről. Számít például a mérete, a fényvisszaverő képessége, a Naptól való távolsága, és a megfigyelés ideje is, hiszen fontos, hogy teljesen meg van-e világítva (mint a telihold) vagy éppen nem a teljesen megvilágított oldaláról látjuk.
A sokféle változó együttes figyelembevételével alkották meg az alábbi empirikus képletet, amely a Naprendszer bármely részén jól használhatónak bizonyult.

$$R = 0{,}011 \cdot d \cdot 10^{-m/5}$$

$R$ az aszteroida mérete méterben kifejezve, $d$ a Földtől való távolság kilométerben, $m$ pedig az aszteroida látszó fényessége a Földről nézve. (Feltételezték, hogy az aszteroida visszaverőképessége olyan, mint a holdkőzeteké.)
(a) Egy aszteroida 2027-ben fogja legjobban megközelíteni a Földet. Távolsága ekkor 37 000 km lesz. Írd fel számértékekkel a mérete és a fényessége közötti összefüggést.

(b) Láthatjuk-e majd az aszteroidát, ha a mérete 200 m és 1000 m között van?

**5.** Egy kettőscsillag-rendszerben az egyes csillagok látszó fényessége +3,0 és +5,0 magnitúdó. Mekkora a rendszer látszó fényessége?

**6.** A táblázat két „közeli” csillag adatait tartalmazza:

| **Csillag** | **Látszó fényesség (magnitúdó)** | **Távolság (fényév)** |
|---|---|---|
| Fomalhaut (α Piscis Austrini) | 1.2 | 22 |
| Aldebaran (α Tauri) | 0.9 | 68 |

A számértékek meghatározása nélkül válaszolj az alábbi két kérdésre:
(i) Melyik csillag fényesebb a Földről nézve?
(ii) Melyik sugároz nagyobb teljesítménnyel?

**7.** A Jupiter átlagos naptávolsága 5,2 csillagászati egység, vagyis 5,2-szer messzebb van a Naptól, mint a Föld. Mennyivel (hány magnitúdóval) halványabb a Nap a Jupiterről nézve, mint a Földről?

## A FELADATOK MEGOLDÁSA

**1.** (a) Sirius: A szabad szemmel épp látható leghalványabb csillag látszó fényessége +6 magnitúdó.

$$2{,}512^{+6{,}0-(-1{,}47)} = 970$$

A különbség +6 – (–4) = 10, ez $(100^{1/5})^{10} = 10^4$-szeres fényességnek felel meg.

(b) $(100^{0{,}2})^{-4{,}6-(-12{,}5)} = 1450$

(c) $2{,}512^{13} \approx 160\,000$-szeresére.

**2.** (a) $m_1 - m_2 = 2{,}5\lg\frac{I_2}{I_1} = 2{,}5\lg 480000 = 14{,}2$ (**Megjegyzés:** A Nap –26,8, a telihold –12,6.)

(b) 2-szereződik, tehát $m_1 - m_2 = 2{,}5\cdot\lg 2 = 0{,}7$ magnitúdóval nő a fényessége felfényléskor.

**3.** (a) A Vénuszról visszavert fény intenzitása 1/0,65 = 1,54-szeresére nőne.

$\Delta m = -2{,}5\lg\frac{I}{I_0} = -2{,}5\lg 1{,}54 = -0{,}5$. A látszó fényessége –5,1 magnitúdó lenne.

(b) A Vénuszról visszavert fény intenzitása 0,3/0,65 = 0,46 részére csökkenne.

$\Delta m = -2{,}5\lg\frac{I}{I_0} = -2{,}5\lg 0{,}46 = +0{,}8$. A látszó fényessége –3,8 magnitúdó lenne.

(c) 6 visszaverődés történik., tehát $\Delta m = -2{,}5\cdot\lg 0{,}93^6 = 0{,}5$, ezért –4,1 magnitúdósnak látszik.

**4.** (a) $R(m) = 0{,}011\cdot 37\,000\cdot 10^{-0{,}2m} = 407\cdot 10^{-0{,}2m}$

(b) $\lg R = -0{,}2m + \lg 407 = -0{,}2m + 2{,}6$

$$m = \frac{\lg R - 2{,}6}{-0{,}2} = 13 - 5\lg R$$

Ha $200 < R < 1000$, akkor $2{,}3 < \lg R < 3$, és $1{,}5 > 13 - 5\lg R > -2$
Igen, jól látható lesz.

**5.** A +3 magnitúdó fényességű csillag két fényrenddel fényesebb, vagyis luminozitása $100^{2/5}$ = 6,3-szorosa a halványabb csillagnak. A rendszer tehát 7,3-szor olyan fényes, mint a +5 magnitúdós csillag.

Az ennek megfelelő fényességváltozás $\Delta m = 2{,}5\lg\frac{I}{I_0} = 2{,}5\lg 7{,}3 = 2{,}2$

Az együttes fényesség 5,0 – 2,2 = 2,8 magnitúdó.

**6.** (a) Aldebaran.

(b) Az Aldebaran messzebb van, mégis fényesebbnek látszik, tehát nagyobb a luminozitása.

**7.** A fényintenzitás $5{,}2^2$ = 27-szer kisebb, a látszó fényesség tehát $5\lg 5{,}2 = 3{,}6$ magnitúdóval nagyobb.

## FELADATOK AZ ABSZOLÚT MAGNITÚDÓ ALKALMAZÁSÁRA

**Abszolút fényesség**

A látszólagos fényesség nem a csillag tulajdonsága, hiszen függ a csillag távolságától is. A csillagok valódi fényességét akkor tudjuk összehasonlítani, ha valamennyi csillagot ugyanabból a megadott távolságból nézzük.

A referenciatávolságot 10 parszeknek választották. Egy csillag *M* abszolút fényességén az ugyanennek a csillagnak a 10 parszek távolságból mérhető látszólagos fényességét értjük. Az

$$m_1 - m_2 = 2{,}5\lg\frac{I_2}{I_1}$$

összefüggés alapján

$$m - M = 2{,}5\lg\frac{I_{10}}{I}$$

Mivel az intenzitás a távolságnégyzet reciprokával arányos,

$$m - M = 2{,}5\lg\frac{1/10^2}{1/d^2} = 2{,}5\lg\frac{d^2}{10^2}$$

$$m - M = 5\lg\frac{d}{10},$$

más alakban

$$m - M = 5\lg d - 5$$

Ha a parszek fogalmának megbeszélésére nincs idő, a feladatokhoz elég elmondani, hogy távolságegység, és (tájékoztatásul) megadni, hogy körülbelül 3,26 fényévvel egyenlő.

Az 1. feladat azt segít tudatosítani, hogy a látszó magnitúdóval ellentétben az abszolút magnitúdó a csillag saját jellemzője, nem függ a megfigyelő távolságától. A 2. feladat az abszolút magnitúdó fogalmának megértését ellenőrzi. A 3. feladat a logaritmusos összefüggés egyszerű alkalmazása, ugyanaz két különböző megfogalmazásban. A 4. feladat ugyanennek az összefüggésnek az alkalmazása „visszafelé”. Az 5. feladatban az információt a megadott Hertzsprung–Russell-diagramról kell leolvasni. (A HR-diagramot egyes földrajztankönyvek is megemlítik és közlik, hogy igen szemléletes, de nem mutatják meg, hogy milyen.)

**1.** A Sirius A csillag kisugárzott teljesítménye (luminozitása) 23-szor akkora, mint a Napé. Mennyivel tér el az abszolút fényessége a Nap abszolút fényességétől?

**2.** A táblázatban két csillag adatai láthatók A Deneb a Hattyú csillagkép legfényesebb csillaga (α Cygni), az Antares pedig a Skorpióé (α Scorpi). Az Antares kettős rendszer, fényesebbik csillaga az Antares A.

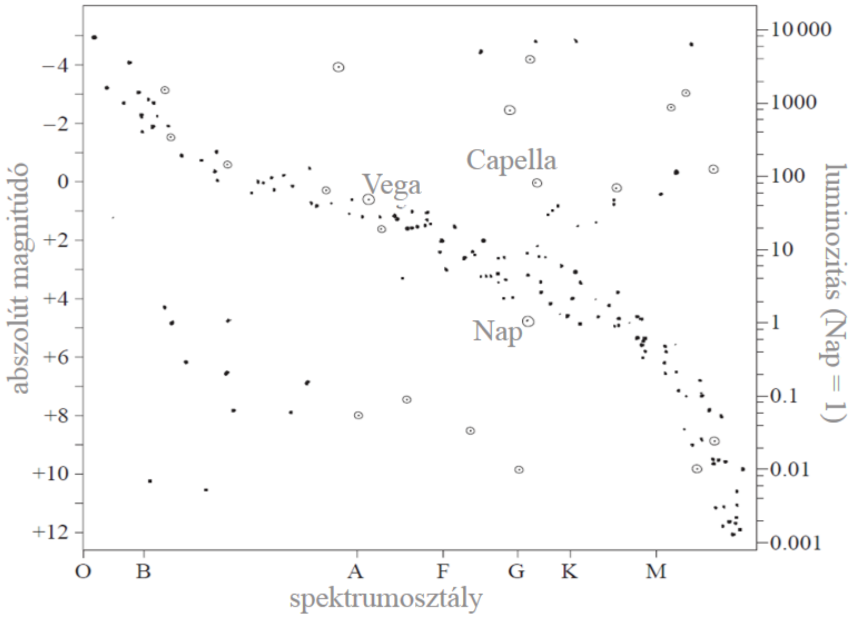
| **Csillag** | **Látszó fényesség (magnitúdó)** | **Abszolút fényesség (magnitúdó)** |
|---|---|---|
| Deneb | 1.26 | −7.1 |
| Antares A | 0.92 | −5.1 |

A távolságok kiszámítása nélkül állapítsd meg, melyik csillag van messzebb.

**3.** A Deneb a Hattyú csillagkép legfényesebb csillaga (α Cygni). Látszó fényessége +1,26 magnitúdó, távolsága 430 parszek.
(a) Mennyi a Deneb abszolút fényessége?
(b) A Nap abszolút fényessége +4,85 magnitúdó. Ha a Deneb ugyanolyan messze lenne, mint a Nap, hányszor fényesebb lenne?
(c) A Capella a Szekeres csillagkép legfényesebb csillaga (α Aurigae). Látszó fényessége +0,05 magnitúdó, távolsága 14 parszek. Hányszor akkora a Capella luminozitása (teljes kisugárzott teljesítménye), mint a Napé?

**4.** (a) Az Antares vörös szuperóriás csillag a Skorpió csillagképben (α Scorpi). Látszó fényessége +1,1 magnitúdó, abszolút fényessége –5,3 magnitúdó. Mekkora a távolsága?
(b) A Betelgeuse (α Orionis) abszolút fényessége –5,5 magnitúdó, látszó fényessége +0,41 magnitúdó. Mekkora távolságra van?

**5.** Az alábbi grafikon úgynevezett Hertzsprung–Russell-diagram, amelynek függőleges tengelyén a csillagok (abszolút) fényességét lehet leolvasni magnitúdóskálán, illetve Nap-luminozitás egységekben mérve. A vízszintes tengelyen szereplő „spektrumosztály” a csillagok színével, illetve a színüket meghatározó hőmérsékletével kapcsolatos: Az O és B spektrumosztályhoz tartozó csillagok a legforróbbak (több tízezer kelvin) és kékek, az M spektrumosztályhoz tartozók pedig a leghűvösebbek (mindössze 3000 K körül) és vörösek.




(a) A viszonylag közeli Vega (α Lyrae) csillag látszólagos magnitúdója 0,0. Határozd meg a Vega távolságát parszekben.

(b) A Capella (α Aurigae) és a Nap azonos spektrumosztályú, vagyis körülbelül azonos hőmérsékletű csillagok. Azonos hőmérséklet esetén a csillag által kisugárzott teljesítmény (a csillag luminozitása) a csillag felszínével arányos. Becsüld meg, hányszor akkora a Capella sugara, mint a Napé.

A FELADATOK MEGOLDÁSA

**1.** (a) $M_1 - M_2 = 2{,}5 \cdot \lg 23 = 3{,}4$-del kisebb.

**2.** A látszólagos és az abszolút fényesség különbsége (mindkettőnél pozitív és) a Deneb esetében több magnitúdó, ezért a Deneb messzebb van.

**3.** (a) $m - M = 5\lg\frac{d}{10}$, ahonnan $M = +1{,}26 - 5\lg\frac{430}{10} = -6{,}9$.

(b) $(100^{0,2})^{+4,85-(-6,9)} = 5{,}0 \cdot 10^4$-szor fényesebb.

(c) $0{,}05 - M = 5\lg\frac{14}{10} = 0{,}73$, ebből $M = -0{,}68$.

A Capella tehát 4,85 + 0,68 = 5,5 magnitúdóval fényesebb, azaz $2{,}512^{5,5} \approx 160$-szor akkora a luminozitása, mint a Napé.

**4.** $m - M = 5\lg\frac{d}{10}$ (a) $d = 10 \cdot 10^{(m-M)/5} = 10 \cdot 10^{6,4/5} = 190$ pc

(b) $d = 10 \cdot 10^{(+0,41-(-5,5))/5} = 150$ pc

**5.** (a) Az $M$ abszolút magnitúdó az ábráról leolvasva 0,5. Innen $\lg\frac{d}{10} = \frac{0{,}0 - 0{,}5}{5} = -0{,}1$, tehát $d \approx 8$ pc.

(b) A diagramról leolvasva a Capella kb. 5 magnitúdóval fényesebb (vagy: luminozitása kb. 100-szoros Nap-luminozitás). Így a felszíne 100-szor akkora, mint a Nap felszíne, ami 10-szeres sugárnak felel meg.

## 8.3 Tapasztalatok

Matematika-fizika kétszakos tanárként mindig is igyekeztem megvalósítani a tudástranszfert, mindkét irányban. A sokéves tanári gyakorlat érdekes megfigyelése, hogy a diákok fizikaórán általában szívesen veszik az általuk magas szintűnek érzett matematikai ismeretetek alkalmazását. Fizikafaktosok például érzik magukban a matematika erejét és katarzist élnek át, ha deriválással oldunk meg egy fizikafeladatot. Ugyanakkor matematikaórán a diákok rendszerint zokon veszik, ha például a differenciálszámítás alkalmazása gyanánt fizikafeladatra kerül sor. Így van ez akkor is, ha minden más változó megegyezik: ugyanaz a feladat, ugyanaz a tanár, és ugyanazok a diákok. A jelenség lélektani hátterét mind ezidáig nem sikerült felderítenem.

Ettől a tendenciától eltérést eddig egyedül az itt bemutatott, a csillagok magnitúdójára illetve a hangosságszintet leíró decibel-skálára épülő feladatcsokroknak az esetében tapasztaltam. Mindkét témakört többször alkalmaztam már matematika-fakultációs órákon a logaritmus tanításakor. A tanulók mindig szívesen és érdeklődéssel fogadták, és oldották meg az ilyen feladatokat. Hogy a különbség azzal függ-e össze, hogy ezekről a témákról fizikaórán nem tanultak, vagy éppen a szisztematikusan felépített feladatsor előnyét mutatja a kiragadott feladatokkal szemben, más témakörökre épülő hasonló feladatsorok tudják majd eldönteni.

# A dolgozat alapjául szolgáló saját publikációk

**S1.** Gróf A.: Asztrofizika feladatok a Nemzetközi Érettségin, in: *Természettudomány tanítása korszerűen és vonzóan*, konferenciakiadvány, szerk.: Tasnádi Péter, ELTE Természettudományi Oktatásmódszertani Centrum, Budapest, pp348–353, 2011.

**S2.** A. Gróf: Integrating Aspects of Geography in Physics Teaching, Physics Competitions Vol. 15, No 2, pp49–58, 2012.

**S3.** Gróf A.: Földrajz a fizikaórán, in: *A fizika, matematika és művészet találkozása az oktatásban, kutatásban*, konferenciakiadvány szerk.: Juhász András és Tél Tamás, ELTE TTK, pp247–252, 2013.

**S4.** A. Gróf: The Drinking Bird Engine, in: *Active learning – in a changing world of new technologies* ICPE-EPEC Conference Proceedings, szerk.: Leoš Dvořák és Věra Koudelková, Prága, pp702–710, 2013.

**S5.** Gróf A.: Gyakorlatias fizika, avagy: „A nagy teljesítmény titka: gyorsan és sokat.", Fizikai Szemle 2014/4, pp131–135, 2014.

**S6.** A. Gróf: Carousels to Coriolis, or how physics supports understanding geography, in: *TPI-15* Conference Proceedings, szerk.: Király Andrea és Tél Tamás, Budapest, pp119−124, 2016.

**S7.** Gróf A.: Honnan fúj a szél, avagy okosabb-e egy ötödikes, mint Sylvester Stallone?, Fizikai Szemle 2017/3, pp. 89-93, 2017.

# A felhasznált földrajzkönyvek

A dolgozatban szereplő idézetek színkódolásával:

Kereszty Péter, Nagy Balázs, Nemerkényi Antal, Sárfalvi Béla:
*Lakóhelyünk, a Föld*,
Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2008

Horváth Csaba, Sáriné Dr. Gál Erzsébet:
*Érettségi témakörök vázlata földrajzból*,
Maxim, Szeged, 2017

Nemerkényi Antal, Sárfalvi Béla:
*Általános természetföldrajz a gimnáziumok számára*,
Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2010

Jónás Ilona, Dr. Kovács Lászlóné, Vízvári Albertné:
*Természetföldrajzi környezetünk*,
Mozaik, Szeged, 2011

Ütőné Visi Judit:
*Földrajz érettségi feladatgyűjtemény*,
Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005

Jónás Ilona, Kovács Lászlóné, Szöllősy László:
*Földrajz munkafüzet 9*,
Mozaik Könyvkiadó, Szeged, 2013

Arday István, Rózsa Endre, Ütőné Visi Judit:
*Földrajz I. középiskolásoknak*,
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2010

Makádi Mariann, Taraczközi Attila:
*A Föld, amelyen élünk. Természetföldrajz*,
Mozaik, Budapest, 2000

Komáromi István:
*Földrajz 9. Természet- és társadalomföldrajz*,
Homonnai és Társa, Budapest

Jónás Ilona, Pál Viktor, Szöllősy László, Vízvári Albertné:
*Földrajz feladatgyűjtemény 11–12*,
Mozaik Könyvkiadó, Szeged, 2015

## Hivatkozások

[1] Eötvös L.: *Az egyetem feladatáról*, Természettudományi Közlöny, 23/266, pp 505−514, 1891

[2] Földrajz kerettanterv:
http://kerettanterv.ofi.hu/3_melleklet_9-12/index_4_gimn.html

[3] Nemzeti Alaptanterv, *Magyar Közlöny*, 2012/66, 10751–10754, 10763-10765.

[4] Fizika kerettanterv, „A" változat:
http://kerettanterv.ofi.hu/3_melleklet_9-12/index_4_gimn.html

[5] Baranyai K.: *Nem-hagyományos értelemben vett modern fizika a középiskolában*,
Doktori értekezés, ELTE TTK 2015.

[6] Döményné Ságodi I.: *A légkörfizika és a csillagászat elemeinek felhasználása a fizika középszintű oktatásában*, Doktori értekezés, ELTE TTK 2015.

[7] Hömöstrei M.: Modellek a fizikaoktatásban, Doktori értekezés, ELTE TTK 2017.

[8] Tasnádi P., Főzy I., Juhász A.: *A mozgások leírása gyorsuló koordinátarendszerben*: Fakultatív tankönyv a gimnáziumok III. osztálya számára, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984

[9] Párkányi L.: *Fizika a gimnáziumok szakosított tantervű III. osztálya számára* (II. kötet), Tankönyvkiadó, Budapest, 1968

[10] Szeidemann Á.: *Környezetfizika – egy sokoldalú lehetőség a középiskolai fizikaoktatásban*, Doktori értekezés, ELTE TTK 2014.

[11] Soós K. (szerk.): Környezetfizika, Szegedi Egyetemi Kiadó, 2016

[12] Tanári segédanyag a Coriolis-erő tanításához
https://www.carolina.com/teacher-resources/Interactive/modeling-the-coriolis-effect/tr10643.tr

[13] Tanári segédanyag a Coriolis-erő tanításához
https://serc.carleton.edu/teachearth/activities/181248.html

[14] Turistaszédítő videó: https://www.youtube.com/watch?v=4IIVfoDuVIw

[15] Ch. Drösser: *Csábító erők*, Athenaeum, Budapest, 2011.

[16] Horváth G., Mizera F.: *Dobósportok a forgó Földön*, Természet világa, 2000/9, pp402−405

[17] V. I. Arnold: *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer-Verlag, New York, NY, 1978

[18] Hraskó P.: *Relativitáselmélet*, Typotex, Budapest, pp400−401

[19] Bokor N., Laczik B.: Vektorok párhuzamos eltolásának szemléltetése – II. rész,
Fizikai Szemle, 2011/9, pp310−316

[20] Woynarovich F.: *A Földfelszín forgása egy általános pontban*,
Fizikai Szemle, 2014/6, pp203−206

[21] A. Münchow: *Geophysical Fluid Dynamics*, University of Delaware, Newark, 2005

[22] A. O. Persson: *The Coriolis Effect: Four centuries of conflict between common sense and mathematics*, History of Meteorology **2**, 1, 2005

[23] tehetetlenségi körmozgás: http://www.cleonis.nl/physics/phys256/inertial_oscillations.php

[24] www.metlink.org/secondary/a-level/weather_charts/

[25] snowball.millerswille.edu/~adecaria/esci241_lesson11_wind.pdf

[26] F. Lutgens, E. Tarbuck: *The Atmosphere*, Prentice Hall, 2001

[27] Götz G., Rákóczi F.: *A dinamikus meteorológia alapjai*, pp237-243, Tankönyvkiadó, Budapest, 1981;

[28] Péczeli Gy.: *Éghajlattan*, pp49-56, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest,1998.

[29] Gyüre B., Jánosi I., Szabó K. G., Tél T.:
*Környezeti áramlások. Szemelvények a Kármán Laboratórium kísérleteiből*,
2. rész: Kísérletek forgatott folyadékokkal, Légkör, 51. évf. 2. szám, 2006. 6. o.;

[30] Jánosi I., Tél T.: *Bevezetés a környezeti áramlások fizikájába*, ELTE, TTK, Fizikai Intézet, Budapest 2011.;

[31] A sarki fényt bemutató videó: www.youtube.com/watch?v=1DXHE4kt3Fw

[32] S. Martin, R. Drucker: *The effect of possible Taylor columns on the summer ice retreat in the Chukchi Sea*. Journal of Geophysical Research 102/C5 (1997) 473.

[33] GoogleEarth.

[34] Az árapállyal kapcsolatos közkeletű tévedések:
http://www.lhup.edu/~dsimanek/scenario/tides.htm

[35] Stewart, Robert H.: *Introduction to Physical Oceanography*, pp300−304, Texas A&M University, College Station, Texas, 2008

[36] Thurman, H.V.: *Introductory Oceanography*, 247–276. oldal, Merrill PC, Columbus, Ohio, 1985

[37] Li, X., Götze, H.J.: *Tutorial: Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy, and geophysics*, in: Geophysics 66, p1660, 2001

[38] Colling, A. and the Oceanography Course Team: *Open University, Ocean Circulation*, pp46-63, Pergamon Press, London, 2001

[39] Bohren C. F.: *Clouds in a glass of beer. Simple Experiments in Atmospheric Physics*. J.Wiley and Sons (1982)

[40] Güémez J., Valiente R, Fiolhais C., Fiolhais M.: *Experiments with the drinking bird*. Am. J. Phys. 71, No 12 (December 2003), pp 1257-1263.

[41] Ng L. M., Ng Y. S.: *The thermodynamics of the drinking bird toy*. Phys. Educ. 28, No 5 (September 1993), pp. 320-324.

[42] Lorenz R.: *Finite-time thermodynamics of an instrumented drinking bird toy*, Am. J. Phys. 74 No 8 (August 2006), pp677-682.

[43] Tasnádi A.: Energiaforrások, energiatermelés és klímaváltozás a Nemzetközi Érettségin, in: *Természettudomány tanítása korszerűen és vonzóan*, konferenciakiadvány, szerk.: Tasnádi P., ELTE Természettudományi Oktatásmódszertani Centrum, Budapest, pp214–219, 2011.

[44] Jarosievitz B.: *A napállandó mérése Európában – Beszámoló*, Fizikai szemle 2003/7, pp257–260.

[45] Tasnádi A.: A Föld energiamérlegének néhány kérdése a fizikaórán, in: *A fizika, matematika és művészet találkozása az oktatásban, kutatásban*, konferenciakiadvány szerk.: Juhász A. és Tél T., ELTE TTK, pp253–258, 2013.

[46] A Richter-skála megalkotásáról: https://www.nap.edu/read/13355/chapter/16

# Köszönetnyilvánítás

Mindenekelőtt köszönöm témavezetőmnek, Dr. Tasnádi Péternek a hét év során folyamatosan nyújtott segítségét. Köszönöm a sok hasznos tanácsot és útmutatást mind e dolgozat, mind a megelőző publikációk elkészítéséhez és az előadásokra való felkészüléshez. Köszönöm türelmét és a tőle kapott józanságot, amikor a végén az enyém már elfogyott.

Köszönöm Dr. Tél Tamásnak és Dr. Juhász Andrásnak, hogy létrehozták a fizikatanári doktori iskolát, ahol újra az iskolapadba ülhettem, és az előadások számomra ismeretlen területekre kalauzoltak el.

Köszönöm a Karinthy Frigyes Gimnázium vezetésének, hogy végig támogatták a munkámat, így nem kellett osztályfőnökséget vállalnom, a szigorlat előtt tanulmányi szabadságra mehettem éppen azon a nyílt héten, amikor az egész iskolát ellepték a látogatók, továbbá elengedtek konferenciákra és egy tanulmányútra is.

Köszönöm kollégáimnak az iskola matematika-fizika munkaközösségében, hogy rendelkezésemre bocsátották tanulóikat, amikor felmérést végeztem, és maguk is segítségemre voltak, amikor kutatómunkámhoz tanári véleményekre volt szükségem  Köszönöm, hogy helyettesítettek távollétem alatt, és kimaradhattam az idei matematikafelvételi javításából.

Köszönöm tanítványaimnak, akik nem bánták, ha olyasmiről van szó, amit nem kérdeznek majd tőlük az érettségin, és akik nélkül az ötleteimet nem tudtam volna a gyakorlatban kipróbálni.

Köszönöm Tóthné Juhász Tündének, hogy a kívülálló szemével elolvasta az elkészült dolgozatot, és őszinte kritikai megjegyzéseivel segítette az utolsó simításokat.

Végül köszönöm családomnak, akik mindvégig megértőek voltak, amikor a munka elszólított tőlük.

## Összegzés

Munkám során annak a lehetőségeit kutattam, hogy a földrajzból tanult, de a fizikához kapcsolódó műveltségtartalmaknak a fizika tantárgy ismeretanyagába való beillesztése hogyan segítheti a tanultak elmélyítését. Elsősorban jó képességű és a matematikától sem megriadó diákok számára dolgoztam ki a tanórákba beépíthető földrajzi alkalmazásokat.

Ehhez a földrajz fizikai hátterének megértési nehézségeit a tantervek és tankönyvek vizsgálata után feleletválasztós kérdéssorok segítségével térképeztem fel. Megállapítottam, hogy szükség van a kvantitatív megfontolásokra és feladatokra olyan témákból is, amelyeket hagyományosan csak kvalitatív módon tárgyalnak főként a földrajz-, de néhol a fizikatankönyvek is.

Sok megértési nehézség forrása, hogy a földrajz és a fizika oktatása különböző módon kezeli a vonatkoztatási rendszerek és tehetetlenségi erők kérdését. Ezért kiegészítő tananyagot állítottam össze, amely a kilencedikben már meglévő matematikai ismeretekkel, de kvantitatív módon vezeti be a tehetetlenségi erőket, és a tanultakat feladatokban alkalmazza a forgó Földön.

A földrajz tananyagában is szereplő nyomástérképek értelmezéséből kiinduló, a szél irányának, és sebességének meghatározásához elvezető feladatokkal az absztrakt mezőfogalom kialakulását is segítettem.

A deformáció mértékét is szemléltető kvantitatív becsléseket dolgoztam ki, amelyek bemutatják, hogyan vezet a Hold vonzásának távolságcsökkenése a dagálypúpok létrejöttéhez, illetve analóg gondolatmenettel a Föld forgása a lapult alakhoz.

A Golf-áramlat lejtésére adott kétféle becslés segítségével bemutattam, hogy több számolással ugyan, de inerciarendszerben is megkapjuk ugyanazt az eredményt, mint a forgó Föld rendszerében. Ezzel szemléltettem a problémához illeszkedő vonatkoztatási rendszer jelentőségét.

A szomjas kacsa nevű játékot mint hőerőgépet alkalmazva tanulók által is elvégezhető méréssorozatot dolgoztam ki. A kísérletek kvantitatív módon igazolják, hogy a hatásfok nő a hőmérsékletkülönbséggel, valamint segítik a telítési gőznyomás–relatív páratartalom–harmatpont fogalomkör megértését is.

A földrajzban is megjelenő besugárzás és kisugárzás körüli, illetve az energia–teljesítmény–intenzitás fogalmakat övező bizonytalanság és félreértések tisztázásának elősegítésére a feketetest-sugárzás törvényeihez kapcsolódó számolásos asztrofizikai és más feladatokat mutattam be.

Végül a csillagok magnitúdójára épülő, matematikaórán is feldolgozható fizikafeladatok segítségével illusztráltam, hogy a földrajzban és a fizikában is megjelenő logaritmikus skálák felhasználásával hogyan lehet a két tantárgy közötti tudástranszfert a matematikaórára is kiterjeszteni.

## Summary

In my research work, I focussed on the physical implications of a selection of phenomena taught in geography, and the possible ways physics education may help provide a deeper understanding of these phenomena. I developed geography-related applications to be used in class with students of good abilities who are not scared by mathematics either.

Based on the examination of curricula and text books, and with the help of multiple choice surveys addressing the physical background of geography, I established that it is necessary to include quantitative explanations and problem solving in the teaching of some topics traditionally treated only qualitatively by geography texts, or even some physics texts.

The teaching of geography and of physics handle the issue of reference frames and inertial forces differently, which results in several difficulties in understanding. Therefore, only using mathematics available in the ninth year, I assembled a teaching supplement that introduces inertial forces quantitatively and applies them to the rotating Earth in problems.

I showed how pressure maps (featuring in the geography syllabus) can serve as a basis of activities and problems to determine wind direction and wind speed, thereby helping the development of the abstract field concept, too.

I developed quantitative estimations that illustrate how the decrease of the Moon's attraction with distance leads to the formation of tidal bulges, and analogously, how rotation leads to the flattening of the Earth.

By two different estimations for the sloping of the sea across the Gulf stream, I showed that, though it takes more calculation, the same result is obtained in the inertial frame as in the rotating frame of Earth, thereby demonstrating the importance of a suitable reference frame.

By applying the "drinking bird" toy as a heat engine, I constructed a set of measurement activities for students to provide a quantitative verification for the increase of efficiency with temperature difference. The experiments also enhance the understanding of the concepts of saturation vapour pressure, relative humidity and dew point.

I demonstrated the the application of the laws of blackbody radiation in astrophysics and other problems to reduce the inconsistency and uncertainty surrounding the concepts of energy, power and intensity, and of incoming and outgoing radiation also appearing in geography.

With the help of physics problems involving the apparent and absolute magnitudes of stars, I illustrated how the application of logarithmic scales appearing in physics as well as in geography may be used to extend the knowledge transfer existing between the two subjects to the mathematics class, too.

# ADATLAP

**a doktori értekezés nyilvánosságra hozatalához***

## I. A doktori értekezés adatai

A szerző neve:… GRÓF ANDREA..........…………………………………………………..

MTMT-azonosító:..10052471…………………………………………………………………

A doktori értekezés címe és alcíme:… TANTÁRGYAK HATÁRÁN: FIZIKAI MAGYARÁZATOK, FÖLDRAJZI ÉS KÖRNYEZETTUDOMÁNYI ISMERETEK A KÖZÉPISKOLÁBAN

DOI-azonosító[46]:…10.15476/ELTE.2018.058……………………………………………………..

A doktori iskola neve:… FIZIKA DOKTORI ISKOLA ………………………………………….

A doktori iskolán belüli doktori program neve:… FIZIKA TANÍTÁSA DOKTORI PROGRAM ..

A témavezető neve és tudományos fokozata:… DR.TASNÁDI PÉTER EGYETEMI TANÁR ...

A témavezető munkahelye:…(NYUGALMAZOTT) ELTE……………………………………..

## II. Nyilatkozatok

**1.** A doktori értekezés szerzőjeként
a) hozzájárulok, hogy a doktori fokozat megszerzését követően a doktori értekezésem és a tézisek nyilvánosságra kerüljenek az ELTE Digitális Intézményi Tudástárban. Felhatalmazom a Természettudományi kar Dékáni Hivatal Doktori, Habilitációs és Nemzetközi Ügyek Csoportjának ügyintézőjét, hogy az értekezést és a téziseket feltöltse az ELTE Digitális Intézményi Tudástárba, és ennek során kitöltse a feltöltéshez szükséges nyilatkozatokat.
b) kérem, hogy a mellékelt kérelemben részletezett szabadalmi, illetőleg oltalmi bejelentés közzétételéig a doktori értekezést ne bocsássák nyilvánosságra az Egyetemi Könyvtárban és az ELTE Digitális Intézményi Tudástárban;
c) kérem, hogy a nemzetbiztonsági okból minősített adatot tartalmazó doktori értekezést a minősítés (*dátum*)-ig tartó időtartama alatt ne bocsássák nyilvánosságra az Egyetemi Könyvtárban és az ELTE Digitális Intézményi Tudástárban;
d) kérem, hogy a mű kiadására vonatkozó mellékelt kiadó szerződésre tekintettel a doktori értekezést a könyv megjelenéséig ne bocsássák nyilvánosságra az Egyetemi Könyvtárban, és az ELTE Digitális Intézményi Tudástárban csak a könyv bibliográfiai adatait tegyék közzé. Ha a könyv a fokozatszerzést követőn egy évig nem jelenik meg, hozzájárulok, hogy a doktori értekezésem és a tézisek nyilvánosságra kerüljenek az Egyetemi Könyvtárban és az ELTE Digitális Intézményi Tudástárban.
**2.** A doktori értekezés szerzőjeként kijelentem, hogy
a) az ELTE Digitális Intézményi Tudástárba feltöltendő doktori értekezés és a tézisek saját eredeti, önálló szellemi munkám és legjobb tudomásom szerint nem sértem vele senki szerzői jogait;
b) a doktori értekezés és a tézisek nyomtatott változatai és az elektronikus adathordozón benyújtott tartalmak (szöveg és ábrák) mindenben megegyeznek.
**3.** A doktori értekezés szerzőjeként hozzájárulok a doktori értekezés és a tézisek szövegének plágiumkereső adatbázisba helyezéséhez és plágiumellenőrző vizsgálatok lefuttatásához.

Kelt: Budapest, 2018. április 3………

……………………………………
**a doktori értekezés szerzőjének aláírása**

**ELTE SZMSZ SZMR 12. sz. melléklet*