

Az autózás fizikája

Tasnádi Péter és Juhász András

2. A gépkocsizás fizikája

Hazánkban a felnőtt lakosság nagy részének van jogosítványa, ezért a gépkocsivezetés szinte közügy. „Hogyan vezessünk csúszós úton?”, „Mekora követési távolságot tartunk?” – naponta kerülünk szembe ilyen és hasonló, a gépkocsivezetés technikájával és a gépkocsi működésével kapcsolatos kérdésekkel, gondokkal.

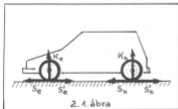
A gépkocsi mozgásával és működésével kapcsolatos kérdésekre a fizika törvényei alapján válaszolhatunk. A gépkocsi fizikája rengeteg olyan viszonylag egyszerű és mégis izgalmas problémát rejt, amelyekkel tanítványaink fanitáziáját megmozgathatjuk és a fizika iránti érdeklődésüket felkeltethetjük. A következőkben néhány ilyen kérdéssel foglalkozunk.

2.1. Az indulás

Milyen erő viszi előre a gépkocsit? (Vagy pontosabban: milyen erő gyorsítja fel a gépkocsit?) Hajlamosak vagyunk rá, hogy rávágjuk: a motor húzóereje. Aztán egy kissé jobban utánagondolva a dolognak rájövünk, hogy olyasvalamit állítottunk, mint a nagyotmondó Münchhausen báró. A báró egy ízben

lovastul egy mocsárba zuhanl bele. Nagyon erős és ötletes ember lévén, nem jött zavarba, könnyen segített magán: erősen a két combja közé szorította a lovat, majd jobb kezével megragadta saját sűrű haját, s egyetlen rántással lovastul kitépte magát az iszapból. A történeten jól mulatunk, hiszen a neveltségességig képtelen, mert pusztán belső erők hatására egyetlen test sem mozdulhat ki nyugalmi helyzetéből.

Elindulhat-e hát motorjával együtt a gépkocsi pusztán a motortól kifejtett erő hatására? Nyilvánvalóan nem. Ahhoz, hogy az autó elinduljon, külső erőre van szükség! Mindnyájan láttunk már homokos talajon vagy jeges úton indulással próbálkozó, küszködő autóst. A bőgve dolgozó motor és a kipörgő kerekek ellenére a gépkocsi helyben marad, legföljebb ide-oda csúszkál, illetőleg gödröt ás a homokban. Az indulásnak tehát az a feltétele, hogy a kerék gördüljön. Ehhez pedig az kell, hogy meg tudjon „kapaszkodni” a talajon, vagyis elég nagy legyen a súrlódása. Ilyenkor a kerék a talajt hátrafelé nyomja, s a hatás-ellenhatás törvénye értelmében – a talaj és a kerék érintkezési pontjában – egy ezzel ellentétes irányú, azaz előre mutató erő ébred. Ez a súrlódási erő (S). A 2.1. ábra egy négykerék meghajtású autóra ható súrlódási erőket mutatja. Az S súrlódási erő a talajra, S' ellene-



reje pedig a kerékre hat. Ez utóbbi gyorsítja az autót. Persze az autó motor nélkül sem indulhat el. Ám gyorsulást létrehozó, előre mutató erő csak akkor keletkezik, ha a kerék és a talaj között súrlódás lép fel. Végül is: a motor forgatónyomatéka a súrlódási erőn keresztül „válk”

vonóerővé. Természetesen fellépnek olyan erők is, amelyek akadályozzák a kocs mozgását. Ezeket az erőket összefoglalóan menetellenállásnak (F_m) nevezzük.

Legegyszerűbb modellként tehát azt fogadhatjuk el, hogy a gépkocsi az előre mutató súrlódási és a menetellenállási erő eredőjének hatására gyorsul, azaz

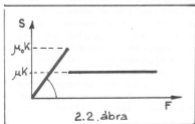
$$a = \frac{S - F_m}{m}$$

A gépkocsi indulása azonban ennél sokkal bonyolultabb folyamat. Ahhoz, hogy erről egy kissé reálisabb képet alkothassunk, először röviden összefoglaljuk, hogy az autók mozgását döntően befolyásoló súrlódási erőnek milyen tulajdonságait kell figyelembe vennünk.

2.1.1. A súrlódási erő

Ha egy asztalra helyezett fahasábot egy erőmérő közbeiktatásával egyre nagyobb és nagyobb erővel húzunk, akkor a hasáb egy ideig nyugalomban marad, majd hirtelen, gyorsulva megindul. A hasáb kimozdításához – tapasztaljuk – nagyobb erőt kell kifejtenünk, mint amekkorát a test állandó sebességű egyenletes mozgatásához. A kísérlet azt bizonyítja, hogy a nyugvó testre ható tapadási súrlódási erő nagysága mindig éppen akkora, mint amekkora a testre gyakorolt húzóerő. Ám a test a húzóerőt növelve csak egy meghatározott küszöbértékig marad nyugalomban. Ha a húzóerő ezt az

értéket meghaladja, a test mozogni kezd, s a tapadási súrlódás helyett csúszási súrlódás lép fel. A csúszási súrlódási erő értéke azonban kisebb, mint a tapadási erő maximuma (2.2. ábra)

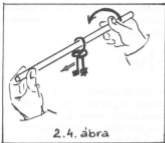


Kísérleti úton az is megállapítható, hogy

mind a tapadási erő maximuma, mind pedig a csúszási súrlódási erő a felületre merőleges nyomóerővel (K) arányos. Az arányossági tényező – a tapadási súrlódási együttható (μ_0) és a csúszási súrlódási együttható (μ) – a felületek anyagminőségétől függ, s μ_0 általában nagyobb, mint μ . Korszerű, érdesített utakon a tapadási tényező $0,7-0,9$ között van, kötött talajon elérheti az $1,2-1,3$ értéket is. Gépkocsikkal könnyen és gyorsan akkor indulhatunk el, ha a kerek a talajon nem csúszik meg, vagyis: ha a keréknek a talajjal érintkező pontján a sebesség nulla. A keréknek, persze, pillanatról pillanatra más és más pontja érintkezik a talajjal. A nulla sebesség tehát azt jelenti, hogy a gépkocsi sebessége (v) éppen egyenlő a keréknek – a tengelye körüli forgásából adódó – kerületi sebességével. A talajjal érintkező pontban ez a két sebesség ellentétes irányú, és összegük nulla (2.3. ábra). Minthogy a talajon levő pont nem mozog, a kerék és az út között tapadási súrlódási erő ered. Ám ebben a pillanatban, mihelyt a kerék az úton megcsúszik, a tapadási súrlódás helyett csúszási súrlódás lép fel, s a kerékre ható külső erő csökken.



A tapadási és csúszó súrlódás közötti átmenetnél azonban nemcsak az erő nagysága, hanem iránya is ugrásszerűen megváltozhat. Az irányváltás megértése a következő egyszerű kísérlet alapján lehetséges. Egy hosszú hengeres ceruzára fűzzünk fel egy kulcscsomót, majd egy kissé emeljük meg a ceruza egyik végét, de csak annyira, hogy a kulcscsomó még ne csússzon le. Forgassuk lassan tengelye körül a ceruzát! Meglepetésünkre a kulcscsomó lecsúszik a forgó ceruzán, bármilyen kevésbé emeltük is meg azt. A mozgó hengeren a súrlódási erő nem képes megtartani a testet. Ennek az az oka, hogy a csúszási súrlódási erőnek az iránya ellentétes az érintkező felületek viszonylagos (relatív) sebességének az irányával. A ceruza megforgatásakor a súrlódási erőt – úgymond – kifordítjuk a lejtő irá-



nyából, így a lecsúszást többé nem akadályozza (2.4. ábra). Ezek a jelenségek az autózás sok „váratlan” fordulatra adnak magyarázatot.

A fenti közelítések a sűrűdés jelenségének még reálisnak tekinthető legegyszerűbb modelljét alkotják. A gépjárműveknél fellépő sűrűdés ennél sokkal bonyolultabb, s a gumigyarak tervező-

mérnökel méréseken alapuló, a sebességtől, a gumik mintázatától és nyomásától is függő tapasztalati összefüggéseket használnak a sűrűdési erő meghatározására.

A sűrűdással kapcsolatban célszerű még egy igen veszélyes jelenségről az ún. aquaplaningról magyarul vízfilmen csúszásról is szólni. A vizes úton bekövetkező megcsúszás a gumilabroncsokkal, mintázatuk állapotával összefüggő dolog. A vizes úton haladó gépkocsi gumija csak akkor érintkezik közvetlenül az útfelülettel, ha a gumi felületi rovátkái képesek rá, hogy kiszorítsák a két felület közül a vizet. Ha a rovátkák nem elég mélyek, vagy ha a kocsi sebessége túlságosan nagy, a víz nem szorul ki a gumi alól, s a vékony vízfilmen a kocsi megcsúszik. Ha kopott a gumi, ez már 20-30 km/h sebességen is bekövetkezhet.

2.1.2. A menetellenállás

A menetellenállás – vízszintes terepen haladva – lényegében két dologból tevődik össze: a gördülő ellenállásból és a légellenállásból. A gördülő ellenállás a gumikerekek benyomódásából és a csapágyak sűrűdéséből adódik. Hatása általában csekély, többnyire nem haladja meg a sűrűdési erő 5 százalékát. nagyobb, 50 km/h sebesség fölött ennél fontosabb szerepe van az autózásban a légellenállásnak (F_L).

A légellenállásra az autózás esetén pontosan ugyanazok az összefüggések érvényesek, mint amit a labdákkal kapcsolatban az V/3. fejezetben részletesen tárgyaltunk. Így a légellenállási erő általában az

$$F_L = \frac{1}{2} C_e \rho A v^2$$

összefüggéssel adható meg, ahol ρ a levegő sűrűsége, v a jármű sebessége, A a gépjármű homlokfelületének területe, a C_e tényező pedig a jármű alakjától függő állandó, C_e értékét szélcsatornában határozzák meg, s ugyancsak kísérletekkel állapítják meg a légellenállási erő támadáspontját is. Az utóbbi erő irányát és támadáspontját a szélirány szintén befolyásolja (például az oldalszél egy kissé megnöveli a légellenállást, s a kocsi eltérhet haladásának eredeti irányából). A 2.1. rajzos táblázat C_e értékét mutatja néhány jellegzetes járműalakra vonatkozóan.

C_e értéke azért mozog viszonylag széles határok között, mert már az alak viszonylag csekély módosulása (pl. egy csomagtartó felszerelése) is jócskán módosíthatja a légellenállási erőt.

2.1.3. Az elérhető legnagyobb gyorsulás

Mindezek után már tisztázhatunk néhány kérdést az autó mozgásával kapcsolatban. A gépkocsit induláskor a súrlódási erő gyorsítja. Ebből következik, hogy az elérhető legnagyobb gyorsulást főként az út és a gumi érdessége szabja meg. Az indulás pillanatában elérhető legnagyobb gyorsulást (a) egy egyszerű összefüggésből jó közelítéssel ki is számíthatjuk. A dinamika alaptörvénye szerint: $\mu K = ma$ (K a meghajtott kereke és a talaj között ébredő nyomóerő, m pedig a gépkocsi tömege).

Négykerék-meghajtású gépkocsi esetén a K értéke megegyezik a kocsi súlyával ($K = G = m \cdot g$) hiszen a négy keréken nyugszik a jármű egész tömege. Így megfelelő meghajtás esetén (erről a későbbiekben részletesen szólunk) a legnagyobb gyorsulás: $\mu_0 g$. Az érdesített aszfalton a súrlódási együttható értéke a 0,8-ot, a 0,9-et is elérheti, ezért az ilyen úton a négyke-

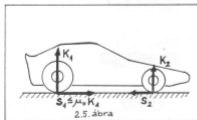
Régi típusu szgk.		0,48-0,56
Hagyományos szgk.		0,38-0,48
Áramvonalas szgk.		0,35-0,45
Combi típusu szgk.		0,42-0,45
Teherautó		0,7-0,85
Autóbusz		0,3-0,7
Motorkerékpár		0,6-0,7

Gépjárművek menetellenállása

rék-meghajtású járművek $6-9 \text{ m/s}^2$ -es gyorsulással is indulhatnak. Ám a sebesség növekedésével rohamosan nő a gépkocsira ható légellenállás is, ezért az elérhető gyorsulás fokozatosan csökken. Ha egy szokványos karosszériájú, 1000 kg tömegű gépkocsi 100 km/h sebességgel halad, a gyorsulás csökkenése még nem túlságosan nagy, mindössze $0,5-0,6 \text{ m/s}^2$. Ez azt jelenti, hogy gépkocsinkat – ha az ellenállási erőkkel nem számolunk és a motorban van elég „erő” – 0 -ról 108 km/h sebességre körülbelül 5 másodperc alatt gyorsíthatnánk fel.

A városi forgalomban többnyire kétkerék-meghajtású autók közlekednek. Ezek gyorsulása már több körülménytől függ. Az ilyen járműveket is a meghajtott kerekre ható súrlódási erő gyorsítja. A nem hajtott kerékpáron a haladás irányával ellentétes irányú – s általában kicsiny – súrlódási erő ébred. Ha az autó súlya egyenletesen oszlik meg a négy keréken, a meghajtott kerekeken támadó nyomóerő éppen az autó súlyának felével egyenlő $K_1 = \frac{mg}{2}$, vagyis az elérhető legnagyobb gyorsulás a $\mu_0 \frac{mg}{2} = ma$

egyenletből $\mu_0 \frac{g}{2}$ -nek adódik. Kétkerék-meghajtású járművel tehát csak körülbelül féllakkora gyorsulást érhetünk el, mint az imént említett négykerék-meghajtásúval. Ennél valamelyest nagyobb az olyan kocsinak a gyorsulása, amelynek a súlypontja közelebb van a meghajtott kerekéhez. A hátsó két kereket meghajtva egy kissé tovább nő a nyomóerő (K_1) értéke (2.5. ábra):



az ilyen kocsi orra hirtelen – nagy gyorsulású – indításkor szinte felágaskodik, s ezért a kocsi súlya nagyrészt a hátsó kerekre tevődik. (Ez annak a következménye, hogy a talajon ébredő súrlódási erő a járművet igyek-

szik súlypontja körül elforgatni, s az ellennyomatékot a hátsó kerekekre ható, megnövekedett nyomóerő biztosítja).

Mindezeket a hatásokat figyelembe véve a kétkerék-meghajtású autók legnagyobb indulási gyorsulása $3\text{--}3,5\text{ m/s}^2$. Autónk – ezt a gyorsulást tartósan gondolva – nyolc-tíz másodperc alatt érné el a 108 km/h sebességet. A gyorsulást, persze, ekkor is csökkenti a légellenállás. És a hazánkban legelterjedtebb középkategóriájú gépkocsik – a Skoda 105, Wartburg, a Lada 1200 stb. – gyorsulását a motor teljesítménye is korlátozza: adott teljesítményen (P) a motor vonóereje (F) legföljebb $F = P/v$ lehet (v : a jármű sebessége). Kis sebességen a motor még nagy vonóerőt fejthet ki, ám ahogyan nő a sebesség, akként egyre csökkent a vonóerő. Ez a magyarázata annak, hogy nagy gázadással, „sportosan” indulva a kerekek olykor csikorgó hang kíséretében kipörögnek (az indulási gyorsulás ilyenkor, persze, az elvileg elérhetőnél kisebb, vagyis az indulás csak látványosan sietős, de valójában nem gyors).

De nézzünk egy kézzelfogható példát is! A Skoda 100-as gépkocsi motorteljesítménye 30 kW , a tömege pedig 1000 kg . Ezzel a tömeggel és teljesítménnyel 36 , 72 és 108 km/h sebességen endre $3,1$, $1,6$ és 1 m/s^2 gyorsulás érhető el. A légellenállást is figyelembe véve ezek az értékek valamelyest még kisebbek: $3,1$, $1,4$ és $0,6\text{ m/s}^2$. A kétkerék-meghajtású autó gyorsulásának – ha az útviszonyok jók – főként a motor teljesítménye, illetőleg a vezető ügyessége szab határt.

Csúszós, jeges úton, s különösen ha a gumik kopottak, a súrlódási együttható akár $0,01$ -ra is csökkenhet (a száraz, érdesített útnak a tapadási súrlódási együtthatója: $0,6\text{--}0,9$ között van). Ilyenkor a motortól gyorsan forgatott kerekek bizony nagyon könnyen megcsúszhatnak, „kipöröghetnek”. A tapadás helyett csúszás lép fel, s a pörgő kerekek ellenére a jármű gyakorlatilag helyben marad. Bár a súrlódási erő ekkor is előre mutat, ám olyan kicsiny, hogy a kocsit még a talaj kisebb hepe-hupáin sem tudja átszítani. Ezért hát csúszós úton mindig óvatos gázadással induljunk, így a motor nyomatéka kicsi marad, és ezzel megelőzhetjük a kerekek megcsúszását. Tovább csökkeníthetjük a motor nyomatékát, ha a második vagy a harmadik fokozatba kapcsolva indulunk el.

2.2. A megállás

Mekkora egy jármű fékútja? Hogyan fékezzünk, hogy a legrövidebb úton állítsuk meg autónkat?

Ezek a kérdések minden kezdő és gyakorlott autóvezetőt foglalkoztatnak, s ez nem is véletlen, hiszen a váratlanul felbukkanó akadályok esetén a jó fékezés jelenti a baleset elkerülésének szinte egyetlen lehetőségét. Mégis a válaszok nagyon különbözőek. A következőkben ennek a sokféleségnek az okára kívánunk kvantitatív magyarázatot adni. Lássunk először egy meggyőző gondolatmenetet arra, hogy miért hibás az a vezető, aki teljes erővel a fékpedálra lépve blokkolva fékezi!

A kocsi lassításkor teljesen azonos jellegű erők hatnak, mint a gyorsításkor. A gépkocsi a talaj által kifejtett súrlódási erő fékezi, s ezért a lassulás legnagyobb fokát szintén az útviszonyok szabják meg. A fékút azonban általában sokkal rövidebb, mint amekkora úton az autó az adott sebességre felgyorsulhat, a fékezés ugyanis mindig a lehető legnagyobb súrlódási erővel történhet. Fékezéskor a motor teljesítménye a lassulás legnagyobb mértékét nem korlátozza. Ám a gépkocsi fékezéskor még jó útviszonyok közepette is könnyen megcsúszhat!

Mi is történik valójában, amikor rálépünk a fékpedálra? A fékrendszer hidraulikája rászorítja a fékpoftákat (a ferodolt) a kerék belső peremére. A kerék és a fékbetét között támadó súrlódási erő lassítja a kerék forgását. Ahhoz, hogy a kerék továbbra is tisztán gördüljön, a gépkocsinak is lassulnia kell. Ilyenkor a fékezett kerekeknek a talajjal érintkező pontjaiban a haladás irányával ellentétes irányú tapadási súrlódási erő ébred, egészen addig, amíg a kocsi kerekei gördülnek. A kerekek forgása azonban nagyon hatásosan lassítható, s ezért könnyen bekövetkezhet, hogy a tapadás a kerekek haladó és forgó mozgását már nem képes gördüléssé összehangolni. Ilyenkor – minthogy a jármű haladási sebessége nagyobb, mint a kerekek gördülési sebessége – a kocsi megcsúszik. Az autót a megcsúszás pillanatától a csúszási súrlódási erő fékezi s ez kisebb, mint a tapadási erő legnagyobb értéke. Ezért aztán megcsúszáskor a fékút jócskán megnő.

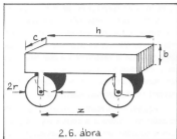
Ne fékezzünk tehát keményen, mert az ilyen úgynevezett blokkoló fékezéskor a fékpofák a kerek forgását hirtelen megállítják, s a kerek az üttesten csúszva fékeződik le. A blokkoló fékezés aszfaltos úton igen „Játványos”, a sikoltva csúszó gumik hosszú féknyomot hagynak, de ez csak azt bizonyítja, hogy a vezető hatásosabban is fékezhette volna! Rövidebb úton állhatunk meg, ha a kerek a megcsúszás határán ugyan, de mindvégig gördülnek. Ilyenkor a féknyom nem folyamatos, hanem szakaszos, bizonyítva, hogy a vezető a megcsúszást mindig gyorsan kijavította.

A blokkoló fékezés azonban mégsem elsősorban a hosszú fékút miatt veszélyes, hanem sokkal inkább azért, mert ilyenkor a kocsirányíthatatlanná válik. A megcsúszás pillanatától a súrlódási erő mindig a sebességgel ellentétes irányú, s ezen a kormány forgatásával nem tudunk változtatni: a jármű – irányát megtartva – csúszik tovább. Ahhoz, hogy uralmunkat visszanyerjük a kocsifőlött, a kerekeket ismét gördülésbe kell hozni. Ezt a fékerő csökkentésével érhetjük el. Azután már finom gázadással és a kormány forgatásával a kocsimozgását megfelelő irányban állandósíthatjuk, stabilizálhatjuk, s óvatosan újra fékezhetünk. Ahhoz azonban, hogy veszélyhelyzetben a fékezés után a megcsúszó autót gázadással egyensúlyozzuk ki, nagyon nagy vezetési tapasztalat és higgadság kell.

Nézzük végig most egy egyszerű járműmodell alapján, hogy a fentiekben elmondottak hogyan támaszthatók alá mennyiségi becslésekkel is. Számításaink során vegyünk figyelembe néhány olyan hatást is, amelyet az eddigekben elhanyagoltunk. Ezek a kerek forgásából, valamint a kocsiszekrény előrebillenéséből származnak, s mint látni fogjuk, lényegesen módosíthatják a hatékony fékezésről a fentiekben elmondottakat.

Megjegyezzük még, hogy a következőkben a légellenállás hatásától eltekintünk. A légellenállási erő a fékezés kezdeti szakaszán, amikor a gépkocsi még nagy sebességgel mozog, segíti a fékezést. A sebesség csökkenésével azonban ez az effektus egyre inkább elhanyagolhatóvá válik. A számítások és a kísérleti tapasztalat összevetése azt mutatja, hogy ez az elhanyagolás jogosnak tekinthető.

Járműmodellként használjuk a 2.6. ábrán látható négy korong alakú kerékből és a rajtuk elhelyezkedő téglatest formájú kocsiszekrényből álló



2.6. ábra

modell. Tétélezzük fel, hogy a kerekek teljesen szimmetrikusan helyezkednek el a kocsiszekrényen, azaz nyugalmi állapotban a kerekek terhelése azonos. Legyen a kocsiszekrény tömege M , a kerekek tömege és tehetetlenségi nyomatéka rendre m és Θ . Az egyszerűség kedvéért tekintsük a kocsiszekrényt

tömör téglatestnek, a kerekeket pedig korongoknak. A kerékfelfüggesztéseket tekintsük a kocsiszekrény részének, de tömegük legyen elhanyagolhatóan kicsiny. A méretekre vonatkozó jelöléseket a 2.6. ábra mutatja.

Határozzuk meg, hogy különböző fékezési módszerek esetén mekkora úton áll meg ez a gépkocsi, ha kezdősebessége v_0 és a tapadás, illetve csúszó súrlódási együttható μ_0 illetve μ .

A két leginkább eltérő fékezési változat az, amikor mind a négy kerék blokkol, s a gépkocsi „sikítva” vészfékezéssel áll meg, illetve amikor a vezető csak annyira nyomja a fékpedált, hogy a kerekek éppen a megcsúszás határán, de még tisztán gördüljenek.

A két szélső eset között még más lehetőségek is elképzelhetők, pl. az, hogy két kerék már blokkol és megcsúszik, a másik kettő pedig éppen a tiszta gördülés határán gurulva mozog. Sorban véve ezeket a lehetőségeket választ kaphatunk arra a kérdésre, hogy adott esetben milyen az optimális fékezési taktika.

2.2.1. Mekkora a fékút, ha mind a négy kerék blokkol?

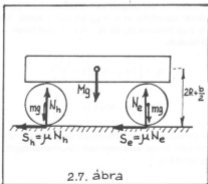
A kerekek blokkolása akkor következik be, ha a vezető olyan erősen lép a fékpedálra, hogy a fékpoták a kerekek forgását megállítják. Ekkor az autó teljes $(M + 4m)$ tömege merev testként együtt mozog, s a fékezés a kerekek és az úttest között fellépő csúszó súrlódás következménye. Ebből azonnal következik, hogy a lassulás ebben az esetben

$$a = \mu g \quad (2.1)$$

a fékút pedig

$$s = \frac{v^2}{2\mu g} \quad (2.2)$$

A teljesség és a későbbiekben való összehasonlítás kedvéért érdemes azonban részletesebben is megvizsgálni a fékezés közben fellépő erőhatásokat is. A 2.7. ábra jelölésével a mozgásegyenletek a következőképpen írhatók fel:



A tömegközéppont vízszintes mozgását a

$$2\mu N_h + 2\mu N_o = (M + 4m) a \quad (2.3)$$

a függőlegeset pedig az

$$Mg + 4mg = 2N_h + 2N_o \quad (2.4)$$

egyenlet írja le.

A jármű nem forog a tömegközéppont körül, így felírható a nyomaték egyensúlyt kifejező

$$(2\mu N_h + 2\mu N_o) l = (N_o - N_h) z \quad (2.5)$$

egyenlet, ahol

$$l = r + \frac{M}{4M + m} \left(\frac{b}{2} + r \right)$$

a jármű súlypontjának a talaj szintjétől mért távolsága. A 2.3-2.5 egyenletekből természetesen ugyancsak az $a = \mu g$ eredmény adódik. Kiszámítható azonban az is, hogy mekkora (N_o és N_h) nyomóerővel hatnak a talajra az első és hátsó kerekek:

$$N_o = \frac{1}{4} (M + 4m) g \left(1 + \frac{2\mu l}{z} \right) \quad (2.6)$$

$$N_h = \frac{1}{4} (M + 4m) g \left(1 - \frac{2\mu l}{z} \right) \quad (2.7)$$

Az eredmény szemléletesen abból következik, hogy fékezéskor a gépkocsi „előrebukik” és ezért az első kerekre ható kényszererő megnő, a hátsókra ható pedig lecsökken.

2.2.2. Mekkora a fékút, ha mind a négy kerék tisztán gördül?

A kérdés feltevése ebben a formában nem egyértelmű, hiszen ez igen sokféle módon megvalósulhat. Foglalkozunk először azzal az egyszerű esettel, amikor a fékerőt oly módon sikerül szabályozni, hogy mind a négy keréken a súrlódási erő maximálisan lehetséges értéke lép fel. Ez a szabályozási feladat nem egyszerű, mert más fékerőt kell alkalmazni az első és hátsó kerekeken. Ennek oka az, hogy a gépkocsi – mint már megmutattuk – fékezés közben előre bukik és az első keréknél erősebben nyomja a talajt, mint a hátsónál. Az egyszerű hidraulikus fékeknel a fékerő mindenütt azonos, így a különböző fékerő beállításához még egyéb szabályozó mechanizmusokat kell beépíteni. Tétélezzük fel azonban most azt, hogy sikerül megvalósítani mind a négy keréken a maximális hatékonyságú fékezést. Ekkor a bevezető elemi becslés szerint

$$a = \mu_0 g \quad (2.8)$$

lassulás érhető el, így a fékút

$$s = \frac{v^2}{2\mu_0 g} \quad (2.9)$$

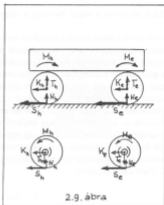
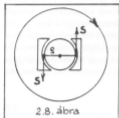
A folyamat pontosabb megértéséhez írjuk fel most is a mozgásegyenleteket. Mivel ebben az esetben a kerekek forognak, célszerű az egyenleteket a kocsiszokrénnyre és a kerekekre külön-külön is felírni.

Szimmetria okokból a két első és a két hátsó kerékre vonatkozó egyenletek azonosak, ezért a kerekekre csak két egyenletet kapunk. Ezek a 2.9. ábra jelöléselt használva a következők:

Az első kerék gördülését leíró két egyenlet:

$$S_e - K_e = ma$$

$$(F_e - S_e) r = \Theta \beta$$



A hátsó kerékre vonatkozó egyenletek:

$$S_h - K_h = ma$$

$$(F_h - S_h)r = \Theta\beta$$

Az egyenletekben F_h és F_e az ún. redukált fékező erőket jelentik. A valóságban a kerekek forgását a fékpofáknál fellépő F_s súrlódási erő

$$M_f = 2S\rho$$

nyomatéka fékezi (2.8. ábra). A számítások egyszerűsítésére az

$$F = \frac{M_f}{r} = S \frac{2\rho}{r} \quad (2.10)$$

definícióval bevezetjük a redukált fékerőt. Ez éppen azzal az erővel egyenlő, amelynek nyomatéka r karon megegyezne a kereket fékező valódi nyomatékkal. Érdekes még azt megjegyeznünk, hogy a súrlódási erő ebben az esetben

$$S = \mu_f P \quad (2.11)$$

ahol P a fékpofákat összeszorító erő μ_f pedig a fékpofák és a fékdob közötti csúszó súrlódási együttható.

A kocsiszekrény tömegközéppontjának mozgását a

$$2K_e + 2K_h = Ma$$

egyenlet, a tömegközéppont körüli forgást pedig az

$$(F_e + F_h) r + (K_e + K_h) d = (T_e - T_h) \frac{z}{2}$$

egyenlettel írhatjuk le.

Vegyük észre, hogy a kocsiszekrény esetén figyelembe kell venni a fékekénél fellépő

$$M_h = F_h \cdot r$$

és

$$M_e = F_e \cdot r$$

nyomaték ellennyomatékát is.

Figyelembe vettük továbbá, hogy kerékfelfüggesztések is a kocsiszekrényhez vannak rögzítve, ezért a K_h erő karja

$$d = r + \frac{b}{2}$$

A függőleges irányú erőkre fennáll továbbá, hogy

$$2T_e + 2T_h = Mg$$

A tiszta gördülés miatt pedig

$$a = r\beta$$

Az egyenletrendszert kis átalakítással célszerű az

$$F_h - S_h = \frac{\Theta}{r^2} a \quad (2.12)$$

$$F_e - S_e = \frac{\Theta}{r^2} a \quad (2.13)$$

$$K_e + K_h = \frac{1}{2} Ma \quad (2.14)$$

$$F_h r + F_e r + (K_h + K_e) d = (T_e - T_h) \frac{Z}{2} \quad (2.15)$$

$$T_e + T_h = \frac{1}{2} Mg \quad (2.16)$$

$$S_h - K_h = ma \quad (2.17)$$

$$S_e - K_e = ma \quad (2.18)$$

alakra hozni.

Használjuk ki, hogy a vizsgált határesetben

$$S_h = \mu_0 (mg + T_h) \quad (2.19)$$

$$S_e = \mu_0 (mg + T_e) \quad (2.20)$$

és írjuk be ezeket az erőket a 2.17 és 2.18 egyenletekbe, majd adjuk össze az így nyert összefüggéseket, valamint a 2.14 egyenletet. Felhasználva továbbá a 2.16-ot azonnal adódik a már ismert eredmény: $a = \mu_0 g$.

Vegyük észre azonban, hogy ha a kerekek tisztán gördülnek, akkor a 2.12-2.18 egyenletrendszer mindig alkalmas arra, hogy a jármű gyorsulását és a kényszererőket meghatározzuk. Előírt F_h és F_e redukált erők mellett az egyenletrendszer mindig megoldható, a kapott eredménynek azonban eleget kell tennie a tapadási súrlódási erőre vonatkozó

$$S_h \leq \mu_0 (mg + T_h) \quad (2.21)$$

és

$$S_e \leq \mu_0 (mg + T_e) \quad (2.22)$$

feltételeknek.

Az egyenletrendszer átrendezésével néhány további, a mozgás mélyebb megértését segítő összefüggésre juthatunk. Adjuk össze e célból a 2.12, 2.13 valamint a 2.17 és 2.18 egyenleteket. Az eredmény az

$$F_e + F_h = \frac{1}{2} \left(M + 4m + 4 \frac{\Theta}{r^2} \right) a \quad (2.23)$$

összefüggés. Ez a fékerő, a jármű tömege és gyorsulása közötti kapcsolatot mutatja. Az

$$M_{\text{eff}} = M + 4m + 4 \frac{\Theta}{r^2} \quad (2.24)$$

mennyiséget effektív tömegnek tekinthetjük. Látható, hogy a kerekek forgása a tehetetlenséget a $\frac{\Theta}{r^2}$ mennyiséggel növeli.

A 2.14, 2.15, 2.16 és 2.23 egyenletből a T_e és T_h erőkre

$$T_e = \frac{1}{4} Mg + a \left(\frac{1}{2} M_{\text{eff}} \cdot \frac{r}{z} + \frac{1}{2} M \frac{d}{z} \right) \quad (2.25)$$

$$T_h = \frac{1}{4} Mg - a \left(\frac{1}{2} M_{\text{eff}} \cdot \frac{r}{z} + \frac{1}{2} M \frac{d}{z} \right) \quad (2.26)$$

adódik. Ez mutatja, hogy az első, illetve hátsó kerekekénél a nyomóerő a gyorsulástól függően $\frac{1}{2} \left(M_{\text{eff}} \cdot \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right) a$ -val nő, illetve csökken.

A maximális lassulást feltételezve ez a változás $\frac{1}{2} \left(M_{\text{eff}} \cdot \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right) \cdot \mu_0 g$, s ebben az esetben a redukált erőkre az

$$F_h = \mu_0 g \left(m + \frac{1}{4} M + \frac{\Theta}{r^2} \right) - \frac{1}{2} \mu_0^2 g \left(M_{\text{eff}} \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right) \quad (2.27)$$

és

$$F_e = \mu_0 g \left(m + \frac{1}{4} M + \frac{\Theta}{r^2} \right) + \frac{1}{2} \mu_0^2 g \left(M_{\text{eff}} \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right) \quad (2.28)$$

kifejezések adódnak. A 2.10 és 2.11 képleteket felhasználva az első és hátsó kerekekénél a fékerők a következők:

$$P_h = \frac{r}{2\rho} \frac{\mu_0 g}{\mu_t} \left[\frac{1}{4} M_{\text{eff}} - \frac{1}{2} \mu_0 \left(M_{\text{eff}} \cdot \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right) \right] \quad (2.29)$$

$$P_e = \frac{r}{2\rho} \frac{\mu_0 g}{\mu_t} \left[\frac{1}{4} M_{\text{eff}} + \frac{1}{2} \mu_0 \left(M_{\text{eff}} \cdot \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right) \right] \quad (2.30)$$

Ez azt jelenti, hogy az optimális tiszta gördüléssel végbemenő fékezés-nél az első és hátsó kerekek között

$$\Delta P = P_e - P_h = \frac{r \mu_0^2}{\rho \mu_f} \left(M_{\text{eff}} \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right) g \quad (2.31)$$

fékerő különbséget kell biztosítani.

A képletekben szereplő adatokat egy átlagos személygépkocsi adataihoz hasonló számértékekkel közelítve ($M \sim 1000 \text{ kg}$, $z = 2,4 \text{ m}$, $b = 0,6 \text{ m}$, $4 \text{ m} \sim 50 \text{ kg}$, $r = 0,3 \text{ m}$, $\rho \sim 0,15 \text{ m}$) valamint a súrlódási együtthatóként $\mu_0 = 0,9$ -et, illetve μ_f -re az azbesztartalmú fékbetét $\mu_f \sim 0,5$ súrlódási tényezőjét használva azt kapjuk, hogy maximális fékezésakor az első keréknél a nyomóerő 1700 N -al nő, a hátsó keréknél pedig ugyanennyivel csökken. Az első és hátsó tengely terelése között tehát a gépkocsi összsúlyának kb. 30 %-a a különbség.

A 2.31 képletbe behelyettesítve a fenti adatokat az adódik, hogy a fékerőnek 1200 N -al kell különböznie az első és a hátsó kerekeken.

2.2.3. Hogyan lassul a gépkocsi, ha a fékerő minden keréken ugyanakkora?

Az előző pontban láttuk, hogy a tapadási súrlódás optimális kihasználásához az szükséges, hogy a fékerőt kerekenként szabályozzuk. Amennyiben ez nem lehetséges, akkor a fékezés hatékonysága erősen csökken.

Ha a tiszta gördülést továbbra is biztosítani kívánjuk mind a négy keréken, akkor a csökkenő tengelynyomás miatt csak a hátsó kerekeket fékezhajjuk maximális hatékonysággal. A gyorsulás meghatározására most is a 2.12-2.18 egyenletrendszer használható. A hátsó kerekeken maximálisan fékezünk, ezért érvényes a 2.19 egyenlet is. (A 2.20 összefüggés természetesen már nem teljesül). Az azonos fékerő azt jelenti, hogy a redukált fékerő is azonos minden keréken, tehát

$$F_e = F_h \quad (2.32)$$

E szerint a 2.23-ból a gyorsulásra

$$a = \frac{4F_h}{M_{\text{eff}}} \quad (2.33)$$

a T_e és T_h erőkre pedig 2.25 és 2.26 felhasználásával

$$T_e = \frac{1}{4}Mg + 2 \left(M_{\text{eff}} \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right) \frac{F_h}{M_{\text{eff}}} \quad (2.34)$$

és

$$T_h = \frac{1}{4}Mg - 2 \left(M_{\text{eff}} \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right) \frac{F_h}{M_{\text{eff}}} \quad (2.35)$$

adódik. 2.12-ből S_h^{-1} , 2.33-ból a^{-1} , 2.35-ből pedig T_h^{-1} a 2.19 összefüggésbe helyettesítve az

$$F_h - \frac{\Theta}{r^2} \cdot \frac{4F_h}{M_{\text{eff}}} - \mu_0 g \left(\frac{1}{4}M + m \right) - 2 \left(M_{\text{eff}} \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right) \frac{F_h}{M_{\text{eff}}}$$

egyenlethez jutunk, amiből

$$F_h = \frac{M_{\text{eff}} \mu_0 g \left(\frac{1}{4}M + m \right)}{M_{\text{eff}} - \frac{4\Theta}{r^2} + 2\mu_0 \left(M_{\text{eff}} \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right)} \quad (2.36)$$

Behelyettesítve ezt a 2.33-ba, a lassulásra

$$a = \mu_0 g \frac{M + 4m}{M_{\text{eff}} - \frac{4\Theta}{r^2} + 2\mu_0 \left(M_{\text{eff}} \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right)} \quad (2.37)$$

adódik. Beírva ide M_{eff} részletes kifejezését az

$$a = \mu_0 g \frac{M + 4m}{M + 4m + 2\mu_0 \left(M \frac{d}{z} + M_{\text{eff}} \frac{r}{z} \right)} \quad (2.38)$$

összefüggéshez jutunk. Ilyen lassítás esetén a maximális $\mu_0 g$ lassulásnak csak

$$\alpha = \frac{a}{a_{\text{max}}} = \frac{M + 4m}{M + 4m + 2\mu_0 \left(M \frac{d}{z} + M_{\text{eff}} \frac{r}{z} \right)} \quad (2.39)$$

-ed részét érhetjük el. Ha a kerekék össztömegét 50 kg -ra becsüljük, akkor a már használt adatokkal $\alpha = 0,60$ adódik.

A gyorsulás csökkenése viszonylag nagy! Amennyiben a csúszó súrlódási együttható $\mu > 0,6$ lenne, akkor ennél a fékezési módnál a blokkoló kerekkel való csúszás is hatékonyabb lenne!

2.2.4. Mekkora a lassulás, ha az első kerekék éppen gördülnek, a hátsók pedig csúsznak?

Még egy esetet kell megvizsgálnunk ahhoz, hogy a lehetséges fékezési módokról teljes képet kapjunk! Vajon mekkora a lassulás abban az esetben, ha a megnövekvő terhelésű első kerekéket maximális hatékonysággal fékezzük, s nem törődünk azzal, hogy ekkor a hátsó kerekék blokkolva csúsznak.

A gyorsulás meghatározására ekkor a 2.12-2.18 egyenletrendszerből csakély mértékben eltérő

$$F_h - S_h = 0$$

$$F_e - S_e = \frac{\Theta}{r^2} a$$

$$K_e + K_h = \frac{1}{2} Ma$$

$$(F_h + F_e) r + (K_h + K_e) \frac{b}{2} - (T_e - T_h) \frac{z}{2} \quad (2.40)$$

$$T_e + T_h = \frac{1}{2} Mg$$

$$S_h - K_h = ma$$

$$S_e - K_e = ma$$

egyenletrendszer használható. Eltérés csak az első egyenletben van, hiszen a hátsó kerekek most nem forognak a kerék tömegközéppontja körül, ezért a kerékre ható forgatónyomatékok összege zérus. Mivel a hátsó kerekek csúsznak, az ezekre ható súrlódási erő:

$$S_h = \mu (mg + T_h)$$

A maximális lassítást akkor érhetjük el, ha az első kerék tisztán gördül, azaz

$$S_e = \mu_0 (mg + T_e)$$

Az egyenletrendszert megoldva a lassulásra az

$$a = \frac{2(\mu + \mu_0) \left(m + \frac{1}{4}M\right) g}{M + 4m - (\mu_0 - \mu) \left[M_{\text{eff}} \cdot \frac{r}{z} + M \frac{d}{z}\right]} \quad (2.41)$$

eredményt kapjuk, ahol $M'_{\text{eff}} = M + 4m + \frac{2\Theta}{r^2}$. Ilyen lassítás mellett a maximális $\mu_0 g$ lassulásnak

$$\alpha' = \frac{a}{\mu_0 g} = \frac{2(\mu + \mu_0)}{\mu_0} \frac{\frac{1}{4}M + m}{M + 4m - (\mu_0 - \mu) \left[M'_{\text{eff}} \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \right]} \quad (2.42)$$

-ed részét érhetjük el. A csúszó súrlódási tényező értéke aszfalton normál körülmények között 0,5-0,7 között változik. Olajos, vízes vagy jeges úton természetesen ennél jóval kisebb is lehet. (Ez esetben persze a tapadási súrlódás is kisebb mint 0,9). A már felhasznált adatokkal α' értékére 0,91-0,96 adódik, azaz ezzel a módszerrel majdnem elérhető az optimálisan lehetséges lassulás.

A 2.42 kifejezés nevezője az adatok megfelelő választásával tetszőlegesen kicsinyre tehető. Érdemes megvizsgálni pl. annak a feltételét, hogy milyen paraméterek mellett lehet $\alpha' > 1$.

A feltétel egyszerűbb vizsgálatához, vezessük be a

$$p = M + 4m, \quad q = M'_{\text{eff}} \frac{r}{z} + M \frac{d}{z} \quad (2.43)$$

jelölést. Ezzel $\alpha' > 1$ teljesüléséhez 2.42-ből adódóan a

$$2\mu_0 p - 2\mu_0(\mu_0 - \mu)q \leq (\mu + \mu_0)p \quad (2.44)$$

egyenlőtlenségnek kell teljesülnie. Ebből a tapadási súrlódási együtthatóra a

$$\mu_0 \geq \frac{p}{2q} \quad (2.45)$$

feltétel adódik.

Amennyiben azonban ez a feltétel teljesülne, akkor a gépkocsi már felborulna, s kilinduló egyenleteink nem lennének érvényesek. A kényszererők ugyanis nem válhatnak negatívvá, azaz teljesülnie kell a

$$T_h > 0 \quad (2.46)$$

összefüggésnek. A 2.43 jelölésekkel, valamint a 2.33 és 2.35 egyenletek felhasználásával

$$T_h = \frac{1}{4} Mg - \frac{1}{2} q \frac{\mu_0 g p}{p + 2\mu_0 q} \quad (2.47)$$

s ebből a 2.46 feltétel teljesülése esetén

$$\mu_0 < \frac{p}{2q} \cdot \frac{M}{p - M} = \frac{p}{2q} \cdot \frac{M}{4m} \quad (2.48)$$

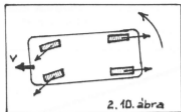
Mivel a kocsiszekrény M tömege mindig sokkal nagyobb a kerekek $4m$ össztömegénél $\frac{M}{4m} \gg 1$ és így $T_h > 0$ miatt

$$\mu_0 < \frac{p}{2q}$$

ezért α' nem érheti el az 1 értéket!

2.2.5. Melyik módszerrel fékezzünk?

Példánk egyértelműen mutatják, hogy megfelelő blokkolásgátló berendezés esetén megvalósítható az ideális lassulású fékezés. Amennyiben ilyen berendezés nincs beépítve a gépkocsiba, akkor első pillantásra a legelőnyösebbnek az tűnik, ha a hátsó kerekek csúsznak, az első pedig éppen a tiszta gördülés határán mozognak. Ez a módszer valóban erősen megrövidíti a fékutat, egyéb hátrányai miatt azonban semmiképpen nem ajánlható.



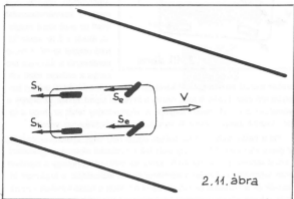
Blokkoló hátsó kerekekkel ugyanis majdnem biztosan megpördül a gépkocsink. Amennyiben ugyanis egy rossz kormánymozdulat miatt az autó kissé megfarol, akkor a 2.10. ábrán látható helyzet áll elő. A hátsó kerekeknél a súrlódási erő iránya a csúszás miatt változatlan marad, az első gördülő kerekeknél azonban a súrlódási erőnek tengelybe erő összetevője is lesz, hiszen a kerék itt tapad. Ennek az erőnek a nyomatóka a kocsit tovább forgatja. A végeredmény tehát az, hogy a kicsiny kezdeti zavar felerősödik és a kocsit megpördüléséhez vezet.

Ezt a hatást tudatosan használják egyes rally vagy szlalomversenyzők, ha gyors irányváltoztatást vagy akár teljes fordulatot akarnak végrehajtani. A kocsi sebességét először 40-50 km/ó alá csökkentik, nehogy a manőver során felboruljanak. Ezután a kormányt élesen aláfordítják, a kuplungot kinyomják és a kézféket behúzzák. Ezzel előidézik a hátsó kerekek csúszását és a kocsit kifarolva megpördül. Amikor a kocsit a kívánt irányba fordult, a kézféket oldják és a kuplungot felengedve akár 180°-os fordulattal folytatják útjukat.

A probléma részletes mennyiségi elemzését nem végezzük el, mert igen bonyolult. Látható ugyanis, hogy a kifarolás szögének növekedtével a hátsó keréknél fellépő csúszó súrlódás egyre inkább visszafelé forgat. Ez azonban mint a tapasztalat és a részletes számítások is igazolják nem elegendő a forgás megállításához. Ha a kocsit már megfarolt, akkor a forgás megállítására akkor van leginkább esélyünk, ha az első kereket a csúszás irányába fordítjuk és kis gázadással megpróbáljuk stabilizálni az autót. Nehézíti a manővert, hogy ha a kormányt túlfordítjuk, mert akkor a gépkocsi ellenkező irányú pörgésbe kezdhet.

Talán még veszélyesebb, ha mind a négy kerékkel blokkolva fékezünk. Ebben az esetben ugyanis még a korrekció lehetőségét is elveszítjük. Az el-

ső kerek megcsúszása esetén a kocsi kormányozhatatlanná válik. Hiába fordítjuk el ugyanis a kormányt a súrlódási erő továbbra is az eredeti sebességgel ellentétes irányba mutat (2.11. ábra).

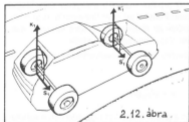


Összefoglalva a fentieket megállapítható, hogy fékerőszabályozás nélküli gépkocsi esetén a legelőnyösebb fékezési eljárás az, ha mind a négy kerék tisztán gördül. Ezzel ugyan esetenként erősen megnöveljük a fékutat, nem veszítjük el azonban uralmunkat a gépkocsi felett, s a balesetek elkerüléséhez ez a legfontosabb.

Végül felhívjuk a figyelmet arra is, hogy számításunkban teljesen szimmetrikus gépkocsit használtunk. A valóságban ez nem teljesül, a farmotoros autók hátsó kerekein az orrmotorosoknak pedig az elsőkön ébred nyugalmi állapotban nagyobb erő. Ennek megfelelően egyes farnehéz gépkocsik esetén fékezőerőszabályozás nélkül elvileg akkor érhető el a legrövidebb fékút, ha az első kerek csúsznak és a hátsók gördülnek.

2.3. A kanyarban

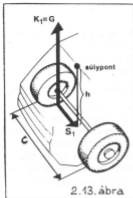
Az autóvezetőt alighanem a kanyarodás teszt leginkább próbára. Kanyarodáskor az autó sebességének iránya folyvást változik, s ehhez éppúgy külső erőre van szükség, mint induláskor a sebesség növeléséhez, vagy fékezéskor a sebesség csökkentéséhez. Az R sugarú pályán v sebességgel haladó m tömegű gépkocsinak a pályán tartásához $F = m \frac{v^2}{r}$ erőre van szükség. Ezt az erőt is a kerekek és az úttest között ébredő tapadás szolgáltatja, ám ez az erő merőleges a sebesség irányára, azaz a kanyar körívének középpontja felé irányul. Ha ahhoz, hogy a jármű a pályán maradjon, nagyobb erőre volna szükség, mint amekkora a tapadási erő lehető legnagyobb értéke ($\mu_0 mg$) akkor a kocsi kicsúszik a kanyarból. (Ebből adódik, hogy – egyenletes sebességre számítva és az ellenállási erőket elhanyagolva – az R sugarú kanyart egy autó legfőljebb a $v = \sqrt{\mu_0 g R}$ összefüggésből számítható sebességgel veheti.



2.12. ábra

A kanyarban azonban nemcsak a kicsúszás, hanem a felborulás veszélye is fenyeget. A 2.12. ábrán a kanyarban haladó gépkocsira ható erők láthatók. A kerekeken támadó és a kanyar középpontja felé mutató tapadási súrlódási erő (S_1 és S_2) a gépkocsit

kifelé igyekszik billenteni. A sebességet növelve a kocsi egyre jobban a külső kerekekre nehezedik. A felborulás pillanatában pedig a kocsi teljes súlya a külső két keréken nyugszik ($K_1 + K_2 = G$), s a belső kerekeken a nyomóerő és a súrlódási erő is nulla. A kocsi tehát csak akkor nem borul fel, ha a tapadási erőnek (S_1) a kocsi súlypontjára vonatkozó forgatónyo-



matéka kisebb, mint a nyomóerőnek (K_1) – ugyancsak a súlypontra vonatkozó – forgatónyomatéka (2.13. ábra).

$$A \quad (K_1 + K'_1) \frac{c}{2} = (S_1 + S'_1) h$$

$$\text{és} \quad K_1 + K'_1 = Mg$$

$$S_1 + S'_1 = M \frac{v^2}{R}$$

egyenletekből – az következik, hogy a kanyar a borulás veszélye nélkül legfőljebb $v' = \sqrt{\frac{g c R}{2h}}$ sebességgel vehető.

(Az összefüggésben g a nehézségi

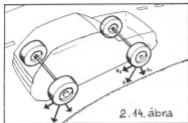
gyorsulás, c a nyomtáv fele, R a pálya sugara, h a súlypont magassága.)
Összefüggésünk csak megközelítő értéket ad, mert föltételeztük, hogy a kocsiszekerény mereven kapcsolódik az alvázhhoz; ha a rugós felfüggesztéseket is figyelembe vesszük, némiképp más sebesség adódik.

A két sebességet összevetve érdekes következtetésre juthatunk. A megcsúszás sebessége

$$v = \sqrt{\mu_0 g R}$$

kizárólag az útviszonyoktól és a gumik állapotától függ, ellenben a felborulás $v' = \sqrt{\frac{g c R}{2h}}$ sebessége a kocsi felépítésének is függvénye. Ennek ismeretében pedig a gépkocsit úgy tervezhetik meg – s ez tervezési előírás is –, hogy a megcsúszás sebessége mindig kisebb legyen, mint a borulási sebesség. Ezért aztán a felborulástól általában nem kell tartanunk. Ám egy magas építésű gépkocsival – ha a csomagtartóját nagyon megpakolják, s

ezért a súlypontja túlfelé magasra kerül, megtörténhet, hogy éles kanyarban nagy sebességgel haladva mégis felborul.



2.14. ábra

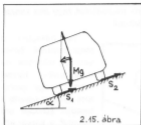
De maradjunk a megcsúszásnál. Ennek veszélye fokozódik, ha a kanyarban fékezni kezdünk vagy gyorsítunk. Ilyenkor ugyanis a tapadási súrlódási erő „elfordul” a kanyar középpontja felé mutató iránytól, s a középpont felé mutató, a gépkocsit körpályán tartó összetevője (S_1) kisebb lesz (2.14. ábra).

Az a legbiztonságosabb tehát, ha a kanyarban egyenesen és nem túlságosan nagy sebességgel haladunk. Ez persze, nem mindig követhető stratégia: ha például a kocsi a kanyarban megcsúszik és kormányozhatatlanná válik, a kerekeit csak gázadással hozhatjuk ismét gördülésbe.

2.3.1. Kanyarodás emelt pályán

Megnövelhető a kanyarodás lehetséges sebessége, ha az út befelé dől. A befelé döntött pályán azonban a gépkocsi befelé, illetve kifelé is felborulhat. Vizsgáljuk végig, hogy adott súrlódási együttható esetén hogyan szabnak határt ezek a lehetséges veszélyhelyzetek a pálya α dőlésszögének, illetve a gépkocsi sebességének.

Kezdjük a legegyszerűbb esetekkel, azaz határozzuk meg, hogy mi a feltétele annak, hogy a befelé döntött pályán parkolhassunk. Gépkocsinknak tehát sem lecsúsznia, sem felborulnia nem szabad. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a kerekek a kocsi súlypontjához képest szimmetrikusan



helyezkednek el. A 2.15. ábráról leolvasható, hogy a gépkocsi nem csúszik le a pálya alja felé, ha

$$2S_b + 2S_k \geq Mg \sin \alpha$$

ahol M a gépkocsi tömege, S_b illetve S_k pedig a lejtő alja, illetve teteje felé eső kereken fellépő súrlódási erő. Mivel maximálisan

$$S_b + S_k = \mu_0 \frac{Mg}{2} \cos \alpha$$

tehát a csúszás elkerülhető, ha

$$\mu_0 \geq \tan \alpha \quad (2.43)$$

Természetesen ilyen dőlésszög mellett a parkoló gépkocsik biztosan lecsúsznának az út aljára, hiszen a tapadási súrlódási erő a legkisebb elmozdulás esetén csúszóra vált, s ekkor a súrlódási erő lecsökken. Biztonságot tehát csak a

$$\mu > \tan \alpha \quad (2.44)$$

feltételeknek elegendő levő dőlés jelent.

Nézzük most a befelé borulás feltételét. A borulás nyilván a befelé eső kerekek körül következhet be. A határesetben már csak ezek a kerekek nyomják a lejtőt, s ez a nyomóerő

$$K = \frac{Mg}{2} \cos \alpha$$

A másik két keréken ekkor a nyomóerő, így a súrlódási erő is zérus. Borulás akkor nem következik be, ha a súrlódási erő még egyensúlyt tart a K erő nyomatékával (2.16. ábra). Még kevésbé borul fel a kocsi, ha

$$2Sh \geq 2K \frac{c}{2}$$

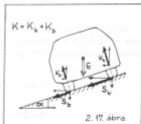
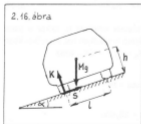
Beírva S és K maximális értékét

$$\mu_0 Kh \geq K \frac{c}{2}$$

amiből

$$\mu_0 \geq \frac{c}{2h} \quad (2.45)$$

Mivel a biztonsági előírásoknak megfelelően az autó legfeljebb lecsúszhat, de nem borulhat fel a döntött úttesten, kell hogy $\frac{c}{2h} < \tan \alpha$ legyen.



Térjünk át most a döntött pályán mozgó jármű biztonságos vezetésének feltételeire. határozzuk meg először azt, hogy mekkora maximális sebesség-

gel vehetjük az R sugarú kanyart, ha adott μ_0 és α . A 2.17. ábra alapján bontsuk vízszintes és függőleges összetevőkre a járműre ható erőket és írjuk fel a mozgásegyenleteket. Vízszintes irányban az erők eredőjének a centripetális erőt kell megadni, azaz

$$K \sin \alpha + 2(S_b + S_k) \cos \alpha = M \frac{v^2}{R}$$

Függőleges irányban az erők eredője zérus, tehát

$$K \cos \alpha - Mg + 2(S_b + S_k) \sin \alpha$$

Határesetben a súrlódási erőt maximálisan kihasználjuk, ezért

$$2(S_b + S_k) = \mu_0 K.$$

Az egyenletrendszer megoldásaként a maximális sebesség

$$v_{\max} = \sqrt{Rg \frac{\sin \alpha + \mu_0 \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu_0 \sin \alpha}} \quad (2.46)$$

Határozzuk meg most is a kifelé borulás feltételét is. Ekkor a teljes kényszererő és így a súrlódási erő is a külső kerekeken hat. Az előzőekben használt egyenletrendszerben $K_b = 0$, $S_b = 0$, $K = 2K_k$, azaz

$$2K_k \sin \alpha + 2S_k \cos \alpha = M \frac{v^2}{r}$$

$$2K_k \cos \alpha - Mg + 2S_k \sin \alpha$$

egyenletrendszerből indulhatunk ki, azonban a súrlódási erő maximumára vonatkozó feltételt a még éppen kiegyensúlyozott forgatónyomatéokra vonatkozó

$$K \frac{c}{2} = S \cdot h$$

feltétellel kell helyettesítenünk. Az egyenletrendszer megoldásából

$$v_{\max} = \sqrt{Rg \frac{\sin\alpha + \frac{c}{2h} \cos\alpha}{\cos\alpha - \frac{c}{2h} \sin\alpha}} \quad (2.47)$$

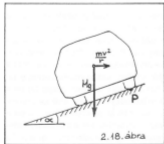
adódik. A kicsúszás (2.46) és felborulás (2.47) feltételét összehasonlítva azt kapjuk, hogy amennyiben

$$\mu_0 < \frac{c}{2h} \quad (2.48)$$

akkor a kocsi kicsúszik, egyébként pedig felborul ha túlságosan nagy sebességgel haladunk.

A már felhasznált gépkocsimodell esetén a feltétel teljesül, hiszen

$$\mu_0 = 0,9, \frac{c}{2h} = \frac{0,6}{4,8} = 0,125.$$



A borulás feltétele egyszerűbben meghatározható, ha a járműhöz rögzített, gyorsuló koordináta-rendszert használunk. Ekkor a 2.18. ábra jelöléseivel az $m \frac{v^2}{R}$ centrifugális erő és az Mg nehézségi erő nyomatékának egyensúlyát kell felírni a P pontra. Megoldásként természetesen ismét a 2.47 összefüggés adódik. Ez utóbbi gondolatmenet

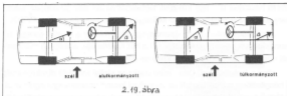
alapján azonban már a feladat megfogalmazásakor jól látszik, hogy a borulási szög független a súrlódási együtthatótól. Ha μ_0 elég nagy, akkor a sebesség növekedésével az autó felborul, ha μ_0 kicsi, akkor kicsúszik.

Megjegyezzük még, hogy a centrifugális erő támadáspontja nem pontosan a tömegközéppontban van. A nagy kanyarodási sugár és az ehhez képest kicsiny gépkocsméretek miatt azonban ez a pontatlanság nem okoz nagy hibát.

2.3.2. Alul és túlkormányzott gépkocsik

A gépkocsi mozgását még nagyon sok körülmény módosíthatja. Nézzük közülük még meg az oldalszél hatását. Minden autós tapasztalta már, hogy a nagy sebességgel haladó kocsit az oldalszél igyekszik lesodorni az útról. Nagyon nagy, 150-200 km/h sebességgel haladva pedig az oldalirányú szélhökés hatására a kocsi megcsúszhat. Ez a legveszélyesebb dolog, ilyenkor már az út enyhe lejtése miatt is az árokba csúszhatunk. Ez azért következhet be, mert a súrlódási erők nem merev kerekeken, hanem rugalmas gumibroncon keresztül tevődnek át a gépkocsira, s mert a gumibroncs oldalsó irányú erőket csak akkor közvetíthet, ha közben a haladási iránya is megváltozik. A kocsi a gördülő kerekek forgási síkjának megváltoztatása nélkül mondhatnánk „oldalazva” halad tovább.

A gépkocsi kúszó mozgása ellenkormányzással javítható ki. Hogy ez hogyan, milyen kormányozdulatokkal mehet végbe, az a kocsi kormányzásának a „típusától” függ. Ha az első és a hátsó kerekek oldalkúszása azonos mértékű, a kúszás a szél irányával ellentétes irányú kormányzással szüntethető meg. Az ilyen – úgynevezett semleges irányú kormányozható autó a széliránnyal szembe állítva a széltől kifejtett oldalnyomóerő hatására továbbra is egyenes pályán mozog, hossz tengelye azonban szöveget zár be a haladás irányával. Az úgynevezett alulkormányzott autók első kerekeinek az oldalkúszása nagyobb mint a hátsóké (2.19. ábra). Ezért ezeket – a semleges irányú kormányzott kocsikhoz képest – erősebben kell a szél ellen fordítani. Végül az úgynevezett túlkormányzott autóra az a jellemző, hogy a hátsó kerekek jobban, nagyobb mértékben kúsznak, mint az első. az ilyen kocsit



ahoz, hogy az oldalirányú mozgás megszűnjön, csak kevéssé kell a szél irányába kormányozni.

Az oldalszélben követendő kormányzás a valóságban ennél sokkal bonyolultabb dolog. Ez ugyanis nemcsak a kocsi felépítésétől, hanem a gumiabroncsok szerkezetétől, állapotától és nyomásától is függ. Például egy szokványos körülmények között alukormányzott autó – mondjuk egy Trabant – azonnal túlkormányzottá válik, ha első kerekkel sokkal keményebbek, mint a hátsók.

A gépkocsi kormányozottsági tulajdonságai a kanyarvétel során is befolyásolják a kormányzást. A részletes vizsgálatok azt mutatják, hogy a kúszási szög a sebesség növekedésével nő. Pl. egy alukormányzott jármű azonos íven haladásához növekvő sebességnél egyre nagyobb kormányzási szög szükséges, mert az első kerekek egyre jobban kúsznak.

A biztonságtechnikai elemzések és kísérletek szerint egy átlagos vezető 5-6°-os kúszásig tudja uralni járművét, mert e fölött a kormányzás esetleg a szokásossal éppen ellentétes mozdulatokat igényel. A kérdés igen bonyolult, ezért további taglalásától eltekintünk.

2.4. Hová lesz a benzin? Az autózás energetikája

A hetvenes évekből olajárrobbanás megszüntette azt az Idilli állapotot, amikor az autó üzemeltetése – az üzemanyag megvásárlása – nem okozott különösebb gondot. Jelenleg – ha egy gépkocsi élettartamát csupán 100 000

km-re becsüljük is – egy közepes teljesítményű autóban (Skodában, Ladában) elégetett üzemanyagnak a költsége már meghaladja az új autó árát.

A gépkocsimotorban az üzemanyag elégetésekor a kémiai energia hő formájában szabadul fel. A motor ezt a hőt hasznosítja, alakítja át mechanikai munkává. De vajon milyen eredménnyel?

Mind a benzinüzemű Otto-, mind pedig az olajjal működő dízelmotorok a hengereiben szétporlasztott és levegővel kevert üzemanyagot égetünk el. A jármű a dugattyú mozgását hasznosítja; ennek az egyenes vonalú mozgását a forgattyús hajtómű alakítja át forgó mozgássá. A négyütemű Otto-motorok a hengerébe a benzinnel és a levegőnek a keveréke a szívószelepen keresztül jut bele, az égésgázok pedig a kipufogószelepen át távoznak belőle. Az első ütemben a dugattyú a hengerben lefelé mozog, s a nyitott szívószelepen keresztül gázkeveréket szív be (szívás). A második ütemben a szelepek zárva vannak, a dugattyú fölfelé mozog, s a keveréket mintegy $0,8-0,9$ MPa ($8-9$ atmoszféra) nyomásra sűríti (sűrités). A harmadik ütem elején a gyújtógyertyán keletkező szikra felrobbantja az üzemanyagot, s a robbanás a dugattyút lefelé löki. A motor ebben az ütemben munkát végez (munkaütem). Amikor a dugattyú az alsó holtpontra ér, kinyílik a kipufogószelep, s az ezen keresztül immár fölfelé mozgó dugattyú kiszorítja a hengerből az égéstermékot (negyedik ütem kipufogás). Ezután az ütemek folyamatosan ismétlődnek.

A dízelmotorok a dugattyúja a hengerbe tiszta levegőt szív be, majd azt $3-5$ MPa ($30-50$ atmoszféra) nyomásra sűríti. A levegő ekközben $500-700$ Celsius-fokosra melegszik fel. Ezután az adagolószivattyú nagy nyomással üzemanyagot fecskendez bele a hengerbe, s ez ott a forró levegőben önmagától meggyullad. Az üzemanyag azonban nem robbanásszerűen ég el, mint az Otto-motorban, hanem viszonylag lassan. A dugattyút, persze, itt is az égés során kitérő gáz mozgatja lefelé.

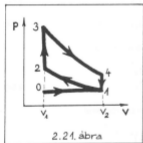
2.4.2. A termodinamika második főtétele korlátot szab a hatásfok javításának

A műszaki fejlesztés lehetőségei jóval szerényebbek, mint ezt először gondolnánk. A hőerőgépeken a hőenergiának – a termodinamika II. főtétele szerint – elvileg is csak egy bizonyos hányada alakítható át munkává.

Tudjuk, hogy adott $T_1 > T_2$ hőmérsékleti határok között a felvett hőnek legfeljebb η szorosa hasznosítható munkaként, ahol

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (2.49)$$

Ez a hatásfok azonban csak a Carnot körfolyamattal érhető el, s az autók motorja az Otto, illetve Diesel körfolyamattal működik.



A 2.21. ábra az Otto motor működését mutatja. A 0-1 a szívásnak, az 1-2 a sűrítésnek, a 2-3 a robbanásnak, a 3-4 a munkavégzésnek; a 4-1 és az 1-0 pedig a kipufogásnak felel meg. Robbanáskor (2-3 szakasz) a hengerben a nyomás hirtelen megnő. Munkavégzéskor (3-4) a gázkeverék valójában hűlés nélkül tágul. A kipufogószelep nyitásakor a nyomás gyorsan csökken (4-1 szakasz), majd az égéstermék állandó nyomás mellett távozik a hengerből (1-0 szakasz). Ezután a

folyamat ismétlődik. A dízel körfolyamat ettől egyebek között abban különbözik, hogy a hengerben – majdnem állandó nyomáson – lassú égés megy végbe (2-3 szakasz).

Az Otto körfolyamat hatásfoka a következő egyszerű számítással határozható meg. Definíció szerint

$$\eta = \frac{Q_{\text{felvett}} - Q_{\text{leadott}}}{Q_{\text{felvett}}} \quad (2.50)$$

Az Otto körfolyamatban a 2-3 szakaszon történik hőfelvétel, s a 4-1 szakaszon van hőleadás. A hatásfok tehát az

$$\eta = \frac{c_v (T_3 - T_2) - c_v (T_4 - T_1)}{c_v (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} \cdot \frac{T_2}{T_1} \quad (2.51)$$

alakban fejezhető ki. Az adiabata egyenlet $TV^{\kappa-1} = \text{áll.}$ alakja szerint a 3-4 és 1-2 folyamatra felírhatók a

$$T_3 V_1^{\kappa-1} = T_4 V_2^{\kappa-1} \quad (2.52)$$

$$T_2 V_1^{\kappa-1} = T_1 V_2^{\kappa-1} \quad (2.53)$$

összefüggések. Az egyenleteket elosztva egymással

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1} \quad (2.54)$$

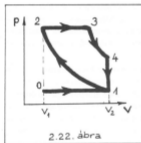
adódik, s így a hatásfok 2.54 és 2.52 felhasználásával

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1}$$

alakban is kifejezhető. Az Otto körfolyamat hatásfoka tehát nem függ a hőmérséklettől. A V_1/V_2 arány a dugattyú által bezárt legkisebb és legnagyobb térfogat hányadosa, az ún. kompresszióviszony.

A példaként említett Skodának a kompresszióviszonya 8,5. Ebből az adódik, hogy e motor lehető legnagyobb, azaz elvileg lehetséges hatásfoka 58 százalék.

A valóságos motoroknál a termikus hatásfoka ennél – említettük – mindeképpen kisebb: a valóságban az ideális körfolyamatokat nem tudjuk megvalósítani, több ok miatt sem. Nézzük az Otto-motort! Ebben szíváskor a hengerbe beáramló levegő örvényelni kezd, s említett mozgási energiája elvész. A valóságos gép hengereiben a sűrítés végén kisebb a nyomás, mint a tökéletes gépben, a hűtés és a tömítetlenség miatt. A tökéletes benzomotor esetében föltettük, hogy az üzemanyag egy pillanat alatt elég. A valóságban ehhez hosszabb időre van szükség, ezért a diagramon az égési görbe (2-3 szakasz) nem párhuzamos a p tengellyel (2.22. ábra). A valóságban a kitérítés vonala (3-4 szakasz) is eltér az eszményitől, s a gázoknak a hengerből való eltávolítása is munkát igényel.



A valóságos motorokban mérésrel veszik fel a p - V diagramot. A 2.23. ábra egy ilyen ún. indikátordiagramot mutat, amelyen jól látható az eszményi Otto körfolyamat torzulása, ami a termikus hatásfokot általában 35-40-96-ra csökkenti. A motor hasznos munkáját tovább csökkenti az egymáson elmozduló alkatrészek között keletkező súrlódási veszteségek és a segédberendezések hajtásából származó teljesítményvesztések.

2.4.3. Hogyan csökkenthető a fogyasztás

Az autógyárak fejlesztő mérnökei és fizikusai arra törekednek, hogy a motor hatásfoka a lehető legjobban közelítse meg a tökéletes motornak a hatásfokát. A két érték közötti különbség – amint láttuk – tetemes, s ez főként a tökéletlen égésre vezethető vissza, vagyis arra, hogy az égéstérben az üzemanyag nem cserélődik ki teljesen, s hogy a motor részleges terhelésekor a benzin és a levegő keverékének az aránya ellér a kívánatostól. Az ebből származó energavesztés akár 15 százalékot is kitehet. A motorfejlesztők e veszteségeket az üzemanyagnak és a levegőnek a tökéletes keverésével (finomabb adagolásával) és – esetleg – több égéstérnek az alkalmazásával kívánják csökkenteni. Ezekkel a megoldásokkal a motor hatásfoka főként a jármű részleges terhelésekor javítható. (A tökéletesebb égést megvalósító – úgynevezett réteges feltöltésű – motornak a fejlesztésén több országban is dolgoznak.) A részleges terheléshez tartozó hatásfok a motor vezérlésének a módosításával is javítható. Ez utóbbira irányul egyebek között az elektronikus gyújtás és az üzemanyag adagolásának meg a fékerőnek az elektronikus szabályozása. Javítható a benzinkotornak a hatásfoka a sűrítési viszony (a kompresszióviszony) növelésével is, ennek azonban határt szab az üzemanyag öngyulladás.

Az üzemanyag-fogyasztás nem csupán a motor hatásfokának a növelésével, hanem a kocsi menetellenállásának a csökkentésével is mérsékelhető. A gördülési ellenállás ellenében végzett munka arányos a jármű önsúlyával. Ezért egyre több alkatrész készül alumíniumból és műanyagból. S ezzel magyarázható az is, hogy a kisebb kocsik kevesebbet fogyasztanak. A keményebb felépítésű textil-, illetőleg acétradlái gumibroncsnak 15, illetőleg 25 százalékkal kisebb a gördülési ellenállása, mint a hagyományos abroncsoké. Ezért ezeket alkalmazva szintén energiát takaríthatunk meg, főként nagy sebességen. A köpeny nyomása is hatással van a fogyasztásra – ha a gumikat például 2, hanem 3 bar (atmoszféra) nyomásra töltjük fel, a gördülési ellenállás mintegy a felére csökken. A légellenállás a sebesség négyzetével, a leküzdésére fordított energia pedig a sebesség harmadik hatványával arányos mennyiség. Ezért a jármű légellenállásnak a csökkenésével – a

Jármű áramvonalazásával – is jócskán csökkenthető a járművek üzemanyagfogyasztása. A lehetőségek nagyok – a mai személyautóknak a léghellenállása ugyanis az elérhetőnek másfélszerese-háromszorosa. A gyorsítási munka főként a városi forgalomban nagy. Ez többnyire elkerülhetetlen. Ám a „sportos” vezető – az indokolatlan gyorsítások és fékezések miatt – tovább növeli kocsija fogyasztását, akár 25 százalékkal is, főlegesen. S ha már az üzemanyag pazarlásáról szó esett, hadi idézzünk fel még két dolgot: a porlasztásnak és a gyújtásnak az időszakos beállításával 5-10, a gyári előírásnak megfelelő nyomáson tartott abroncsokkal pedig további néhány százaléknyi üzemanyag takarítható meg.

Azt, hogy mindez milyen eredményt hozhat, bizonyítják a japán kisautók: ezek 90 km/h sebességen óránként 3,5-4 l benzint fogyasztanak, s a benzin energiatartalmának – eszményi körülmények között – 40-45 százalékát hasznosítják, alakítják át mechanikai munkává.